

حل المسائل



هندسه رقومی و ترسیمی

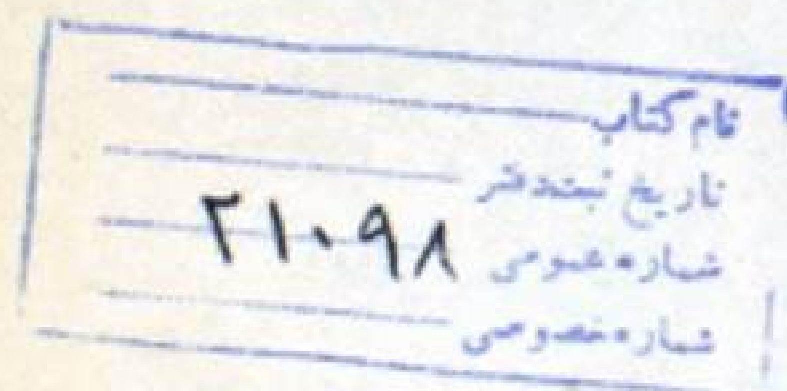
مخصوص کلاس پنجم و ششم متوسطه

تألیف حسین هورفر

معلم ریاضیات مدارس متوسطهٔ مرکز

بالغ برهزارمسئله حل شده وقریب بدویست مسئله مطروحه تمرینی و مسائل نهائی طهران و ولایات و مسابقه می باشد

شهریور ماه ۱۳۱۳





طهران خیابان شاهپور تلفن ۱۳۹۹



مطبعه سیروس

فهرست مندرجات

غلطنامه

از قارئین محترم متمنی است اغلاط را قبلا تصحیح نموده بعد مراجعه بکتاب نمایند

صفحه	سطر	غلط	صحیح
۲	۱	$a_{۱}$	$a_{۲}$
۵	۱٤	۲/p	۱/p
۵	۱۵	۱/p و $a_{۱}$	۲/p و $a_{۲}$
۷	۱	۱/p۱/q	۲/q۲/p
۷	۱۰	۱۸	۱۷
۷	۱۷	ae	$ac_{۱}$
۹	۲	pq	q و p
۱۰	۱۸	۳q و ۲p	۳/q۲/p
۱۱	۱٤	۲/p۳/q	۲/p−۳/q
۱۱	۱۵	d	b
۱۱	۱۸	bdac	bd و ac
۱۱	۱۹	۳/q۲/p	۳/q و ۲/p
۱۲	۲	d c	d و c
»	٦	$bb'aa'$	aa' و ....
۱۷	۲۵	فاصله‌آن‌یا	فاصله‌آن‌با
»	»	ای‌نقاط	ای‌رسم کنیم‌نقاط
۱۹	۲	$\frac{ob}{ob}$	$\frac{ab}{Ob}$
»	۲	$\frac{x^{۲}}{n+}$	$\frac{x^{۲}}{x+}$
»	۱۰	وخط	دو خط
۲۳	۱۰	ای زیاد است	
»	۲٦	یاخط‌الارض	باخط‌الارض
۲۷	۲	ac'	$\alpha c'$
۲۸	۳	aa'	$\frac{aa'\sqrt{۲}}{۲}$
۲۸	۲۷	٦٤	٦٥
»	۲۸	$mmmm'$	$mnm'n'$
۲۹	۳۰	بتفاضل	تفاضل
۲۹	۲۱	٦٥	٦٦
۳۰	۳	aB	$aB_{۱}$
۳۰	۹	dd'	mm'
۳۱	۱۷	LG	KG
۳۲	۱۷	$A'B'$	$A'D'$
»	۳۰	A	A'
۳۳	۲	C	ω
»	۱۸	am	am اما
»	۱۹و۲۱	βa	β'a
۳٦	۱۰	$\frac{Pa}{ba}$	$\frac{Pa}{qa}$
»	۱٦	$C_{۲}$	$C_{۲}$
۳٦	۲۵	مانتدارتفاع	بارتفاع
۳۷	۸	m	e
»	۱۷	oed	ocd
»	۲۷	درخط	دوخط
۳۸	۲	orm	orn
۳۹	۱۹	نقطه D	m
»	۱۱	FN	FM
٤۲	۲۰	یاصفحه	باصفحه
٤٤	۲۷	h	h'
»	۲۹	میاورم	میاوریم
٤۵	۷	$ba'b'$	$aba'b'$
»	۸	میکردد	میگردد
٤۸	۱٤	$a_{۳}$	$a_{۲}$
٤۹	۱۰	) $a_{۲}$	) $a_{۳}$
۵۲	۱٦	نمود	میشود
۵۳	۱۱	C	C'
۵٤	۲۵	اقیه	قضیه
۵٦	٦	اگرنقطه	اگربمرکز نقطه
»	۹	$P\alpha a'$	$P\alpha Q'$
۵۷	۲۰	رقوم‌صفحه	رقوم‌صفرصفحه
۵۸	٦	نمائید	نماید

صفحه	سطر	غلط	صحیح
۵۸	۲۲	حل مینمائیم	وصل نمائیم
»	۲۶	c_1, d_2, a_1, b_1	c_2, d_1, a_2, b_2
۵۹	۲۲	c_2	e_2
٦۱	۲۱	و زیاد است	
٦۲	۱۴	را ab. .	ab..را
»	۱۷	نمیرخ	نیمرخ
٦۴	۱٦	۱٦۳	۱٦۴
٦۵	۱۸	ehe'	chc'
»	۱۹	o و eh	o' و ch
٦٦	٦	انن	این
»	۷	b'	h'
»	۱٤	مطنوب	مطلوب
٦۹	٦	$K'k$	$h'h'$
»	»	h'	K'
»	۷	$hK'h'K'$	aKa
۷۰	۱٦	بکمك	بیك
۷۳	۳	$c'f'$	$c'p'$
»	۱۳	رؤس	دیگر
۷۸	۲۳	۱۰٦	۲۰٦
۷۹	۱۷	درصفحه	دو
۸٤	۲	۹۰	۲۰٦
»	۱۲	aQ'	$\alpha Q'$
»	۲۲	رسم نموده	عمود نموده
۸۵	۱	$cdc'd'$	$cac'a$
»	۲	$(c_0 d_1)$	$(c_1 a_2)$
۸۷	۸	b_2	b_2
»	۱۰	ab	ab و
۸۸	۲۰	بدو S	بمدد S'
»	۲٦	پس	و
۹۰	۱۰	یموده	نموده
۹۳	۱۳	افقیه مار بر آن	جبهه مزبور
»	۱۴	c' و $c'd'$	$c'\beta'$ و d'
۹٦	۱۳	a	a و

صفحه	سطر	غلط	صحیح
۱۰۵	۲۳	۲۰۲	۲۰۱
۱۱۷	۱	a_2	e_2
۱۲۰	۲۷	$\alpha\alpha'$	aa'_1
۱۲۱	۱	٤۲	۱۸۹
»	۲٤	نیست	نسبت
۱۲۲	۱	Q	Q'
»	٤	Q_1	a_1
۱۲۳	۲	و زیاد است	
۱۲۴	۱٦	$\alpha Q'_1$	$\alpha_1 Q'_1$
»	۲۵	$\alpha d'$ و $\frac{\alpha d'_1}{\alpha_1 \beta_1}$	$\frac{\alpha_1 d'_1}{d'_1 \beta_1}$
»	۲٦	تا بر	مار
۱۲۵	۱۵	A_2	a_2
۱۲٦	٤ و ۱۰	Q	P
»	۵ و ۱۵	P	Q
۱۳۰	۱	دائر $\omega\alpha'_1 a'$	دائره $\omega a'_1$
۱۳۱	۱۹	$ba'b'$ از	از $aba'b'$
۱۳۲	۱۷	$a'b'$	$a'd'$
»	۲۲	$a_1 d'_1$	$a'_1 d'_1$
۱۳۳	۵	ab	ad
۱۳۵	۱	a'_2 و D'	a'_1 و $\triangle'$
۱۳۵	۲	$a_2 a'_2$	$a_1 a'_2$
»	۲۸	صفحه	صفحه و
۱۳٦	۲۰	n'	m'
»	۲۲	mm'_1	$m_1 m'_1$
۱۳۷	۱۲	$\angle a_2 b$	$\angle a_2 q$
»	۲٦	xy	اثر افقی صفحات
۱۳۸	٤	a_2	a_4
»	۱۵ و ۱۸	e_2	e_4
۱۳۹	٤ و ۵	c'_1 و c'_2	c_2
»	۱۹	$b_{\cdot}$	b_0

صفحه	سطر	غلط	صحیح
۱٤۰	۱۲	a_2	a^2
۱٤٤	۱	b_1	b_4
۱۴۵	۲۳	d_2	d_1
۱٤۵	۱۳ و ۲۱	b_2	b_3
»	۲٤	یعنی زیاد است	
»	۲۵	$b'e$	be'
۱٤٦	۱٤	e'_1	c'_1
۱٤۷	۸	اگر ز یاد است	
۱٤۸	۸و۱۳و۲٤و۲۵	b_2	b_3
»	۲٦	C_1	C
۱۴۹	۱۷	A_2	A_1
»	۲۲	۴۱۸	۴۱۹
۱۵۱	٦	D	$\triangle_1$
»	۱۸	۳۳۳	۴۳۳
۱۵۲	۱۷	میگذرد	بگذرد
۱۵۳	۱۳	cc'	bb'
»	۱۷	ac	ab
»	۱۸و۱۹	c_1	b_1
»	۱۹	c'_1	b'_1
۱۵٤	۱۰	$o'a_1$ ، O'	$F'A'_1$ و F'
»	۱۰	ao و A'_1	$o'o$ و A_1
»	۱۱	A'_1	A_1
۱۵۷	۲	C_1	C_2
»	۸	C	C_1
۱۵۸	۸	مطنور	منظور
۱٦۰	۱۴و۱۵و۱٦ و ۱۷	ba و aa'_1 و aa'	و a_1
»	۱۵	وتر $a_1 b$ وضلع	ضلع...ووتر
۱٦۱	۱۰	d_1	a_1
»	۱۵	$\alpha d'_2$	$\alpha_1 d'_1$
»	۱۷	$a_1 b'_2$	$a'_1 b'_2$
۱٦۵	۲۵	a	ω

صفحه	سطر	غلط	صحیح
۱٦٦	۱۴	، صفحه تعیین	، صفحه P تعیین
۱۷۱	۱۲	Q	Q'_1
۱۷٤	۴	و nm'	$cc'\ mm'$
۱۷۵	۱٤	معین	معین است
۱۷۷	٤	بنامیکنیم	رابنامیکنیم
»	۱۸	نقط	نقطه
۱۷۸	۴و٦	B_1	A_1
۱۷۸	۱۵	m_2	m_3
۱۷۹	۱٤	یکی	یکی از
»	۲۵	تا	با
»	۲۷	b_2	b_3
۱۸۱	۲۳	ba	b و a
۱۸۲	۱۳	α	$\dot{a}$
»	۱٤	از	در
۱۸۵	۱	کرده باشند	میکنند
۱۸۹	۲۹	b	e
۱۹۰،۱۹۱	۱٤و۱٦	a_2	a
۱۹۲	۲۹	CC'_1	cc'
۱۹۹	٦،۷و۱۱	a_2 و m_2	a_2 و n_2
۲۱۳	۲۱	e_0 ، a_2 ، ae ، e'	f ، f_0 ، a_2 و f'
»	۲۲	b_2	a
۱۹٤	۵	B_c	BC
۲۳۰	۱۹	یا	با
»	۲٤	عین	این
۲۳۳	۱۹	Ob	$O'b$
۲۳٦	۲و۳	bh و h	Kb و h
۲۳۷	۱۱	l	f
۲٤۱	۲۸	O_1	O
۲٤۳	۳	مثلا	و
۲٤۵	۱۹	آنرامقیاس	آنرابمقیاس
۲۴۸	۱	معینی زاویه را	یعنی زاویه B را
»	۲	است	است باید
۲۴۹	٤	متلاقی	تلاقی

صفحه	سطر	غلط	صحیح
۲۴۹	۱۴	اا	اما
۲۵۳	۲٤	c	e
»	۲۵_۲۸	f	e
۲۵٤	۱	f	e
۲۵۵	۸_۲۷	لولا	لولای
»	۲٤	SA	SB
۲۵۸	۱	طول‌افقی	طول‌تصویرافقی
۲۶۳	۱	AB	SAB
۲٦٤	۱۳	A	B
۲٦۵	۲۱	BC	AC
»	۲۵	AC	BC
۲۷۲	٦	SB	SA
۲۷۳	۲۵	کرده	کرده مثلث
۲۷۷	٤	SAC	SBC
»	۸_۹	A	B
»	۱۰_۱۱_۱۳	a	b
»	۱۵	٤۴۲	۴۴۳
۲۷۰	۱۱	۴۴۳	۴۴۲
۲۸٦	۱۳	Sکه	S_2
۳۰۲	۱٦	رابطه	رابط
۳۰۳	٦	بعد	بعدیا
۳۰۴	۱۴	خط ر	خط را
۳۰۵	۲	C_1 و A_1	A_1 و C_1
»	۱٦	برای	روی
۳۲۱	۱۳	چهارضلعی	مثلث
۳۲۲	۷	bb' زیاداست	
»	۱۲	OB'_1	OS''_1
۳۲٦	۱۲	ار	در
۳۲۹	۱۷	مثلث	چهارضلعی $S\beta$
۳۳۱	۱٤	چهار	شش
»	»	op	pqrs
»	»	q'	$q'r's'$
۳۳۲	۲۹	وصل	حاصل
۳۳٤	۲۲	متقابل	مجاور
۳۳۵	۳	BA	DA
۳۳۷	۱۲	آرریم	آوریم
۳۳۸	۹	خط	خطوط
۳۳۸	۱۱_۱۳	مکعب	مکعب مستطیل
۳۴۳	۱۰_۱۹	پس وجوه زیاداست	
۳٤۱	۹	در	از
۳۴۳	۲۱	تصویر	طول
۳٤۵	۲	na	ma



بنام ایزد دانا

فصل اول ـ نقطه و خط

۱ ـ مسائل مشترکهٔ هندسهٔ رقومی و هندسهٔ ترسیمی

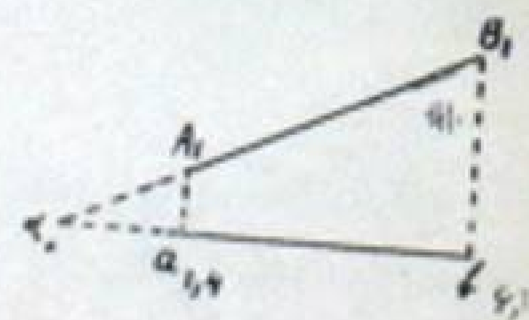
مسئلهٔ ۱

۱ ـ فاصلهٔ دو نقطهٔ $a_{1,1}$ و $b_{6,2}$ برابر ۳ر۸ متر است برخط ab نقطهٔ با رقوم صفر (اثرخط AB) تعیین کنید .

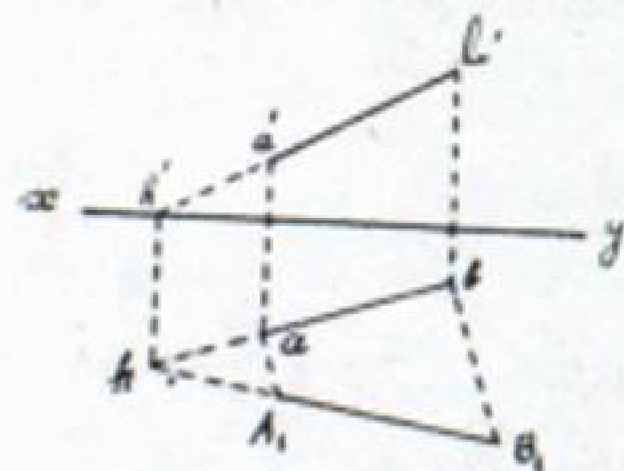
خط $b_{6,2}$ $a_{1,1}$ را بطول ۳ر۸ رسم مینمائیم. صفحهٔ مصور خط AB را حول ab دوران میدهیم تا بوضع A_1B_1ab در آید واضح است چون A_1B_1 را امتداد دهیم محل تلاقی آن با ab نقطهٔ مطلوب است (ش ۱)

۲ ـ تصاویر خط $aba'b'$ مفروض اند اثر افقی این خط را تعیین نمائید

خط AB را حول ab در صفحهٔ قائم مصور خود دوران میدهیم تا بوضع A_1B_1 در آید باین ترتیب که از نقاط b و a دو عمود بر ab اخراج مینمائیم وطول هریک



ش ۱



ش ۲

را برابر ارتفاع نظیر خود جدا میکنیم A_1B_1 را امتداد میدهیم تا ab رادرنقطه h که اثر افقی خط AB است قطع نماید (ش ۲)

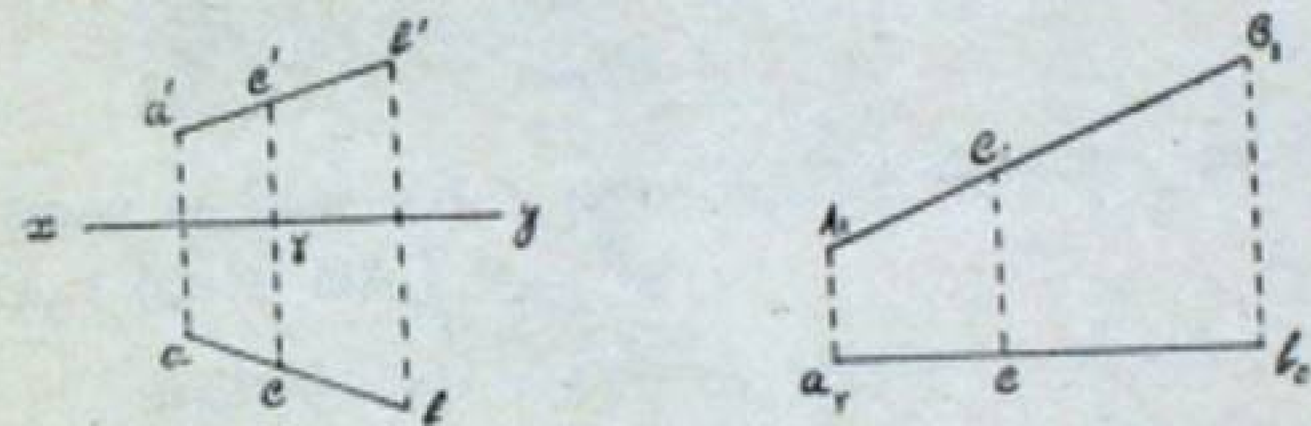
مسئله ۲

۲ ـ برخط a_1b_0 نقطهٔ مانند c بفاصله ۲ متر از a_1 مفروض است رقوم این نقطه را بنا بر آنکه طول خط ۹ متر باشد تعیین نمائید

خط a_1b_0 را حول ab تسطیح مینمائیم باین ترتیب که عمود های aA_1 و bB_1 را برابر ۲ و ۵ واحدمقیاس اخراج نموده ازنقطهٔ مفروض c نیز عمودی بر ab اخراج میکنیم تا A_1B_1 را در نقطهٔ C_1 قطع نماید طول cC_1 را با مقیاس اندازه میگیریم رقوم نقطهٔ c معین میگردد (ش۳)

۴ ـ تصاویر خطی معین اند تصویر افقی یکی ازنقاط خط مثلا c مشخص است ارتفاع این نقطه مطلوب است .

چون تصویر قائم C از طرفی بر تصویر قائم AB یعنی بر $a'b'$ و از طرف دیگر



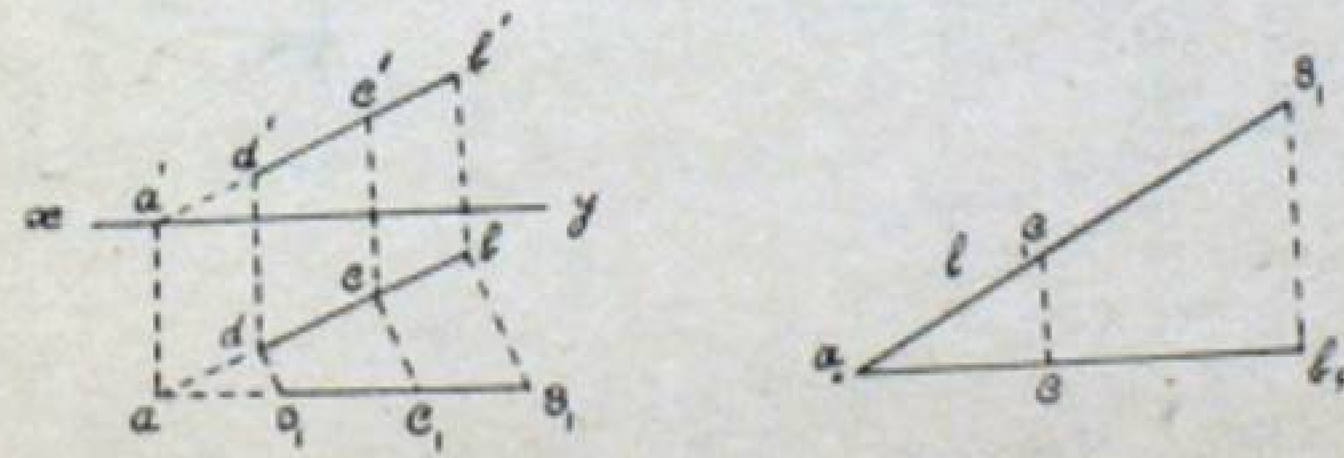
ش ۴ ش ۳

بر رابطی واقع است که از c مرور دهیم پس نقطهٔ c' برسم رابط معین میشود واضح است ارتفاع C برابر $c'\gamma$ خواهد بود (ش۴)

مسئله ۳

۵ ـ بر خط a_0b_1 طول معین l را از نقطهٔ A نقل کنید .

صفحه قائم مصور AB را بر صفحهٔ مقایسه تسطیح میکنیم a_0B_1 نتیجه می گردد طول a_0C_1 را برابر l جدا مینمائیم وعمود C_1c رافرود میاوریم طول حقیقی ac برابر l است(ش۵)



ش ۶ ش ۵

۶ ـ خط $aba'b'$ مفروض است بر آن نقطهٔ تعیین کنید که فاصله اش از

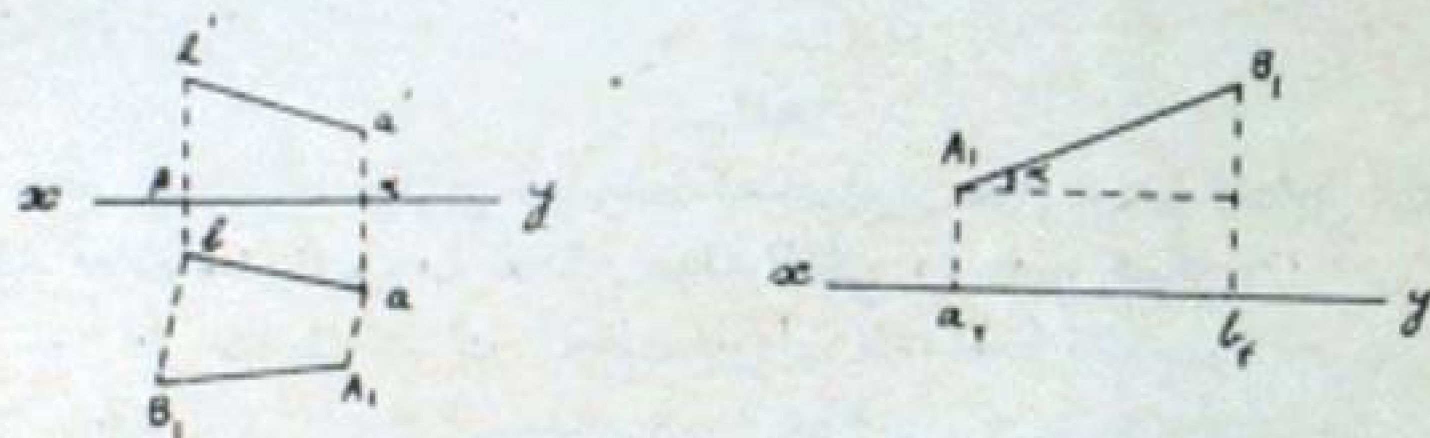
اثر افقی خط برابر l باشد .

بر تسطیح AB حول ab برصفحهٔ افقی تصویر، طول ac_1 را برابر l جدا نموده عمود C_1c را بر ab فرودمیاوریم رابطقطهٔ c رارسم میکنیم cc' مشخص میگردد(ش۶)

مسئله ۴

۷ ـ تصویر خطی و رقوم یك نقطه از آن معین است خط را بنا برآنکه زاویه آن با صفحه مقایسه α باشد مدرج نمائید

فرض میکنیم a_2 تصویر نقطهٔ از خط و xy امتداد غیر مدرج تصویر آن باشد . a_2 را حول xy تسطیح مینمائیم A_1 حاصل میشود ازاین نقطه خطی رسم میکنیم که با xy زاویهٔ برابر α احداث کند A_1B_1 تسطیح خط AB معین میشود چون از نقطه B_1 عمودی بر xy فرود آوریم و طول آنرا با مقیاس اندازه بگیریم رقوم نقطهٔ b از خط ab مشخص میشود . (ش ۷) .



ش ۸ ش ۷

۸ ـ تصویرافقی خطی وتصویر قائم یك نقطه از آن معین است مقصود تعیین تصویر قائم خط است بنابرآنکه زاویهٔ خطباصفحهٔ افق θ باشد .

از نقطه a عمود aA_1 را بطول $\alpha a'$ بر ab اخراج مینمائیم خط A_1B_1 راچنان رسم میکنیم که با ab زاویه θ را احداث کند عمود B_1b را بر ab فرودمیاوریم رابط b را رسم میکنیم طول $\beta b'$ را مساوی B_1b جدا میکنیم $a'b'$ مشخص میشود .

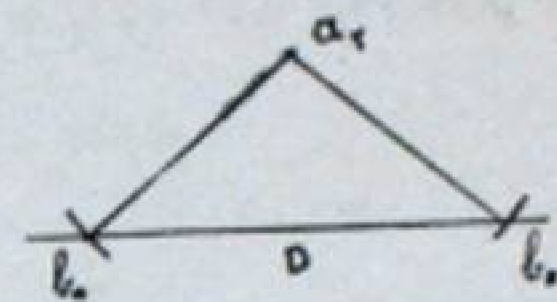
مسئله ۵

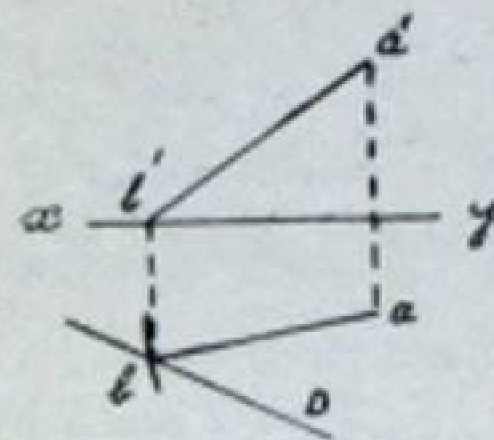
۹ ـ برنقطهٔ مفروض خطی مروردهید که اثرش برخط مفروض D که برصفحه مقایسه است واقع بوده بعلاوه طول تصویرآن برابر l باشد

بمرکز a_2 و شعاع l قوسی رسم میکنیم تا D را در دو نقطه تلاقی نماید یابرآن مماس شود یا آنرا قطع نکند بقسمی که مسئله دو یا یك جواب‌داشته ویا بدون‌جواب باشد (ش ۹) خط a_2b_0 که از وصل a_2 بیکی از نقاط تلاقی حاصل میگردد جواب مطلوب است .

۱۰ ـ بر نقطهٔ aa' خطی مرور دهید که اثر افقیش بر خط D که بر صفحهٔ افقی واقع است قرار داشته بعلاوه طول تصویر افقی آن برابر مقدار معین l باشد

بمرکز a و شعاع l قوسی رسم می نمائیم D را در نقطه b تلاقی میکند از این


ش ۹

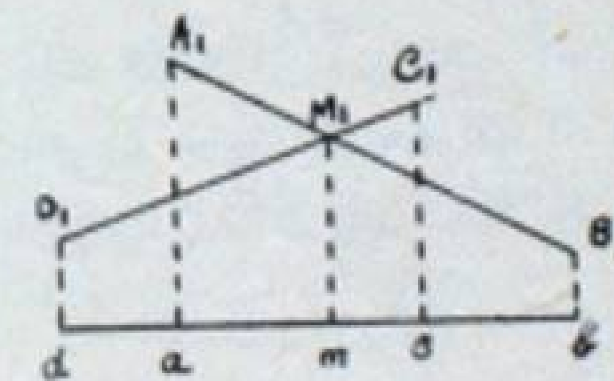

ش ۱۰

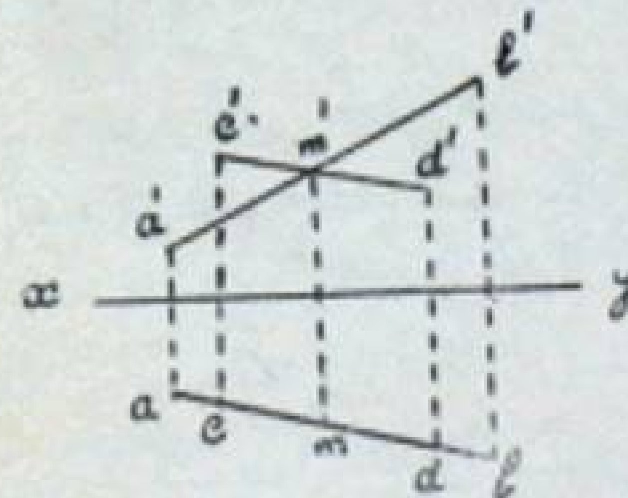
نقطه رابطی رسم میکنیم تا خط الارض را در نقطهٔ b' قطع کند $aba'b'$ جواب مطلوب است (ش ۱۰)

مسئله ٦

۱۱ ـ تقاطع یا توازی دو خط که تصاویر شان برهم منطبق است تحقیق نمائید بعلاوه در صورت تقاطع نقطهٔ تلاقی را معین کنید

چون دو خط مفروض در اینحالت دارای یك صفحهٔ قائم مصور اند پس متقاطع یا متوازی اند شرط متوازی بود نشان این است کـه اساسشان مساوی و ترقی رقومشان


ش ۱۱


ش ۱۲

در یك جهت باشد ، برای تعیین نقطهٔ تقاطع آنهارا تسطیح نموده از نقطهٔ تلاقی A_1B_1 و C_1D_1 عمودی بر ab فرود میاوریم نقطهٔ m معین میگردد (ش ۱۱)

۱۲ ـ تقاطع یا توازی دو خط راکه یکی از تصاویر شان برهم منطبق است تحقیق نمائید، در صورت تقاطع نقطهٔ تلاقی را مشخص سازید .

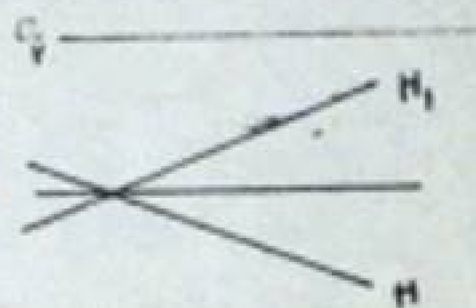
تصاویر غیر منطبق را ملاحظه میکنیم اگر متوازی باشند دو خط مزبور متوازی انـد و الا از نقطهٔ تلاقی آنها رابطی رسم میکنیم تا mm' معین گردد (ش ۱۲)

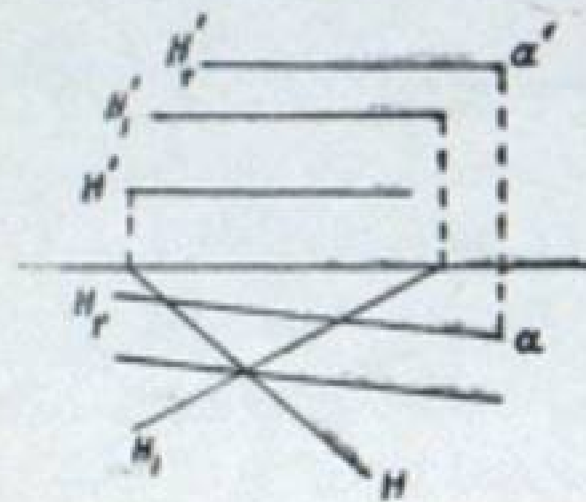
مسئله ۷

۱۳ ـ از نقطهٔ مفروض a_2 افقیهٔ مرور دهید که با دو افقیهٔ مفروض دیگر زوایای مساوی ایجاد کند

کافی است از نقطهٔ a_2 خطی بموازات یکی از منصف‌الزاویه‌های افقیه های‌مفروض رسم کنیم (ش ۱۳)

۱۴ ـ از نقطهٔ aa' افقیه مرور دهید که با دو افقیه $H_1H'_1$ و HH' زوایای متساوی تشکیل دهد


ش ۱۳

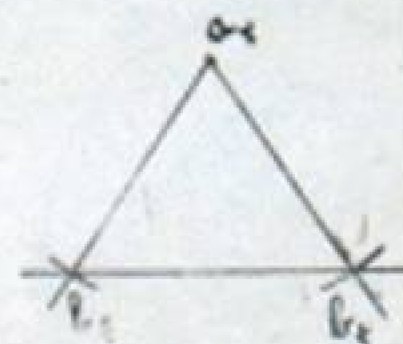

ش ۱۴

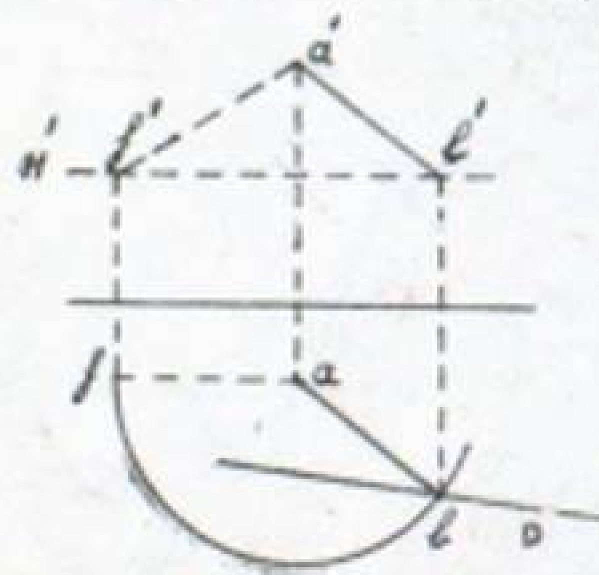
از نقطهٔ aa' افقیه $H_2H'_2$ را بموزات یکی ازمنصف‌الزاویه های افقیه های مفروض رسم مینمائیم (ش ۱۴)

مسئله ۹

۵ ـ از نقطهٔ مفروض a_2 خطی بشیب معین p چنان رسم کنید کـه افقیه مفروض را تلاقی کند

فرض میکنیم رقوم‌افقیه مفروض ۴ باشد پس‌نقطهٔ تلاقی خط مطلوب باافقیه‌مفروض برابر ۴ است ازطرف دیگر چون شیب خط p است اساس آن $1/p$ میباشد بنا بر این چون بمرکز a_2 و شعاع $2/p$ دائره رسم کنیم محل تلاقی این دائره با افقیه نقطه


ش ۱۵


ش ۱٦

دیگری از خط مطلوب است پس ممکن است مسئله دو یا یك جواب داشته یا بدون جواب باشد (ش ۱۵)

۱۶ – از نقطهٔ مفروض aa' خطی رسم کنید که افقیهٔ مفروض DH' را تلاقی کرده ضمنا صفحه افق را با زاویه معین α قطع نماید

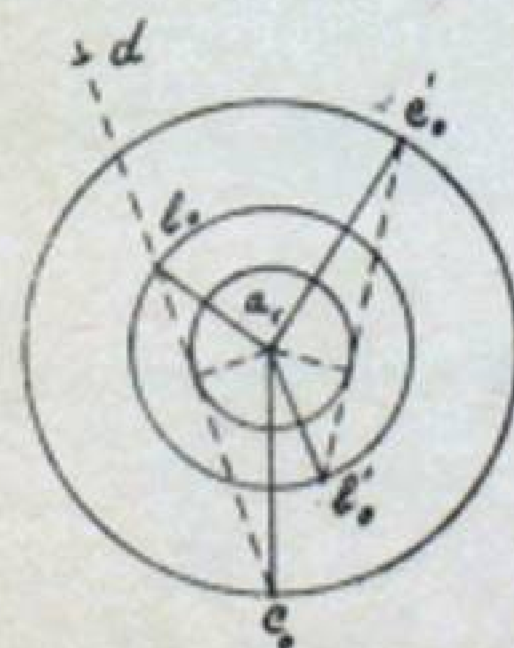
واضح است اگر خط مرسوم جبهه باشد زاویهٔ که تصویر قائمش با H' ایجاد میکند همان زاویه خط با صفحه افق خواهد بود از طرف دیگر طول تصویر افقی خط همواره ثابت خواهد ماند بنابراین ابتدا خط $afa'f'$ را چنان رسم مینمائیم که $a'f'$ با H' زاویه برابر α احداث نماید بمرکز a و شعاع af دائرهٔ رسم میکنیم تا D را در نقطهٔ b قطع کند تصویر قائم b را بر H' معین مینمائیم $aba'b'$ خط مطلوب است (ش ۱۶)

مسئله ۹

۱۷ – از نقطه مفروض a_2 دوخط بشیب های معین رسم کنید بقسمیکه فاصله بین آثار آنها برابر طول معین l بوده وخط واصل بین این نقاط

الف – بموازات امتداد معین δ باشد ب – برنقطهٔ واقع درصفحه افق مرور نماید. ج – با امتداد δ زاویه معین α را احداث نماید

الف – چون شیب خطوط مطلوب معین است پس اساس آنها نیز معلوم میباشد یعنی فاصلهٔ بین نقطه a_2 و نقطه رقوم صفر خط مار بر این نقطه که ۲ برابر اساس خط است معین میگردد بقسمیکه اگر شیب خطوط را p و q فرض نمائیم برای حل مسئله باید بر امتداد δ طول $\beta\gamma$ را برابر l جدا نموده مثلثی طرح کنیم که اضلاع دیگرش بترتیب ۲/p و ۲/q باشد پس از آن از نقطه a_2 دو خط بترتیب بموازات $\alpha\gamma$ و $\alpha\beta$ رسم نمائیم و از آنها طولهائی برابر همین خطوط جدا میکنیم c_0b_0 که واصل بین دو انتهای خطوط است بموازات δ و مساوی طول l است بنابراین خطوط مطلوب a_2b_0 و a_2c_0 میباشند (ش ۱۷)



ش ۱۸ ش ۱۷

ب – چون اساس عکس شیب است پس نقاط رقوم صفر خطوط مطلوب از نقطه مفروض

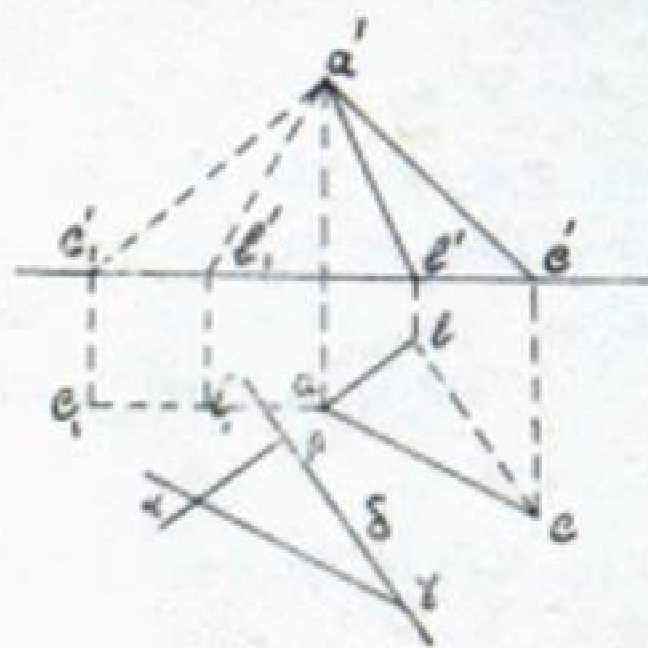
a_2 بفواصل ۲/q و ۲/p قرار دارند، چون بمرکز a_2 وشعاعهای ۲/p و ۲/q دوائری رسم کرده بمرکز نقطه اختیاری از محیط یکی ازدوائر مثلا نقطه b' و شعاع l قوسی رسم نمائیم تا دائره دیگر را در نقطه c' تلاقی کند مثلث $a_2b'_0c'_0$ اضلاعش بترتیب ۲/q و ۲/p و l خواهد بود حال باید این مثلث را آنقدر دوران دهیم تا امتداد ضلع $b'_0c'_0$ آن از نقطهٔ مفروض d بگذرد، برای این مقصود از نقطهٔ a عمودی بر $b'c'$ فرود آورده بمرکز a و شعاع این عمود دائره رسم مینمائیم بعد از نقطه مفروض d مماسی بر این دائره رسم میکنیم تا دوائر مرسومه را در نقاط b و c تلاقی نماید a_2b_0 و a_2c_0 بدست میاید (ش ۱۸)

ج – خطی چنان رسم میکنیم که با امتداد δ همان زاویهٔ مفروض را احداث کند. بر نقطه a_2 (مانند نمره ۱۷ قسمت الف) دو خط چنان رسم مینمائیم که مفروضات مسئله درآنها صدق نماید و ضمنا خط واصل بین آثار آن ها بموزات این امتداد باشد

۱۸ – برنقطهٔ aa' دو خط مرور دهید که زوایای آنها باصفحه افق مقادیر معین بوده بعلاوه فاصله آثار افقی خطوط برابر طول معین باشد و خط واصل بین این نقاط :

الف – بموازات امتداد δ باشد. ب بر نقطه معینی واقع در صفحه افق مرور نماید ج – با امتداد δ زاویه معین α را احداث کند

الف – بدوا دوخط ab_1، $a'b'$ و ac_1، $a'c'$ را بقسمی مرور میدهیم که تصاویرشان با خط الارض زوایای مفروض را ایجاد نمایند (جبهه) بعد بر امتداد δ مثلثی طرح میکنیم که یك ضلعش برابر طول l ($\beta\gamma$) و دو ضلع دیگرش بترتیب مساوی طول تصاویر افقی دوخط مزبور باشند. از نقطهٔ a خطوطی بموازات $\alpha\beta$، $\alpha\gamma$ رسم نموده و هر یك را برابر آنها جدا مینمائیم مثلث abc مساوی با مثلث $\alpha\beta\gamma$ حاصل میشود که ضلع bc از آن بموازات δ وبرابر طول l است



ش ۱۹

حال اگر تصاویر قائم نقاط b و c را برخط الارض تعیین نموده نقاط حاصل را به a' وصل کنیم جوابهای مسئله خطوط $aba'b'$ و $aca'c'$ خواهند بود (ش ۱۹) مسئله ممکن است دارای دو جواب باشد

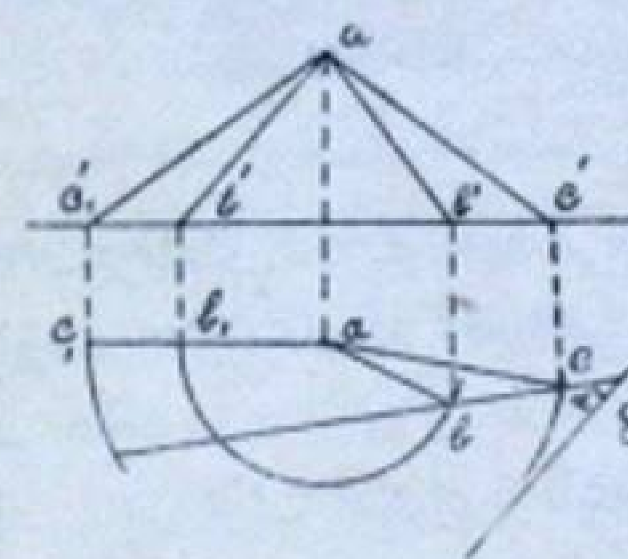
ب – طول تصاویر خطوط مزبور را (مانند نمره ۱۸ قسمت الف) بدست میاوریم و مانند نمره ۱۷ قسمت (ب) عمل مینمائیم

ج – با رعایت قسمت (ج) از نمره ۱۷ وقسمت (ب) از نمرهٔ ۱۸ این قسمت بسهولت حل میگردد .

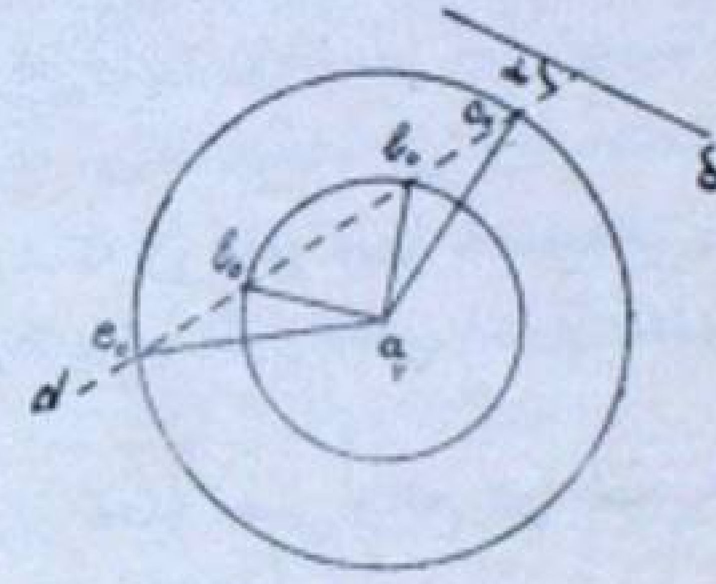
مسئله ۱۰

۱۹ – از نقطه مفروض a_2 دوخط بشیب های معین رسم کنید که خط واصل بین آثار آنها از نقطه معین واقع برصفحهٔ مقایسه گذشته وبا امتداد مفروض زاویه معینی احداث کند .

چون شیب خطوط معین است دو دائره بمرکز a_2 و شعاعهای $0/p$ و $0/q$ رسم مینمائیم از نقطه مفروض d واقع بر صفحه مقایسه خطی چنان رسم میکنیم که باامتداد δ



ش ۲۱



ش ۲۰

زاویه مفروض را احداث کند این خط دوائر را در نقاط b_0 و c_0 تلاقی میکند بقسمی که خطوط $a_2\, b_0$ و $a_2\, c_0$ جواب مسئله اند (ش ۲۰)

۲۰ – ازنقطهٔ مفروض aa' دوخط رسم کنید که باصفحه افق زوایای معینی احداث نموده بعلاوه خطواصل بین آثارافقی آنها از نقطه معینی واقع برصفحه افق مرورنموده و با امتداد δ واقع درهمین صفحه زاویه معلومی احداث نماید

طول تصاویر خط را مانند قسمت الف نمره ۱۸ تعیین کرده بقیه را مانند مسئله نمره ۱۹ عمل مینمائیم (ش ۲۱)

مسئله ۱۱

۲۱ – برنقطه مفروض a_9 دوخط بشیب های معین مرور دهید که فاصله بین نقطه رقوم m اولی ونقطه رقوم n دومی برابر l بوده وخط واصل بین این نقاط :

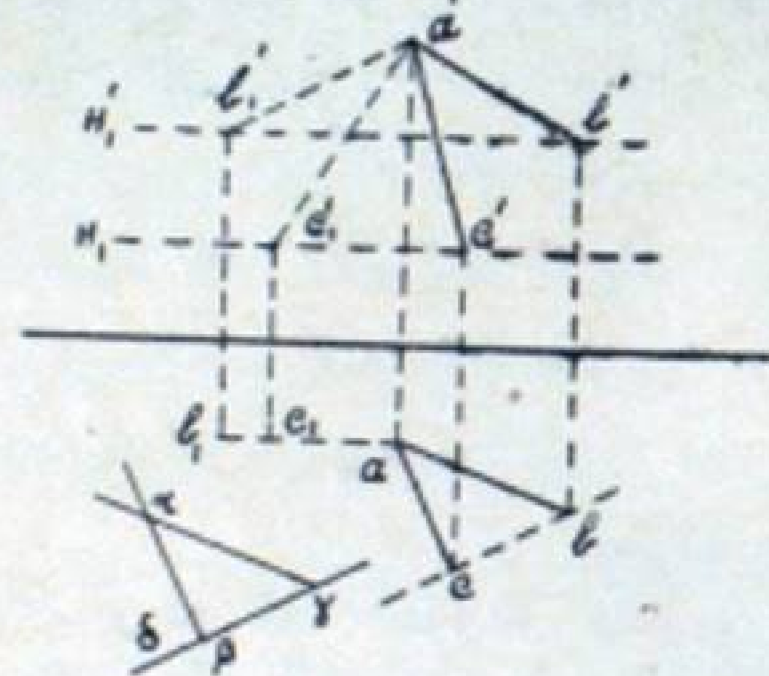
الف – بموازات امتداد معین δ باشد . ب – برنقطه واقع درصفحه افق مرور کند. ج – با امتداد δ زاویه معین α را احداث نماید .

الف – مانند مسئله نمرهٔ ۱۷ قسمت الف حل میشود منتها در اینجا باید اضلاع مثلث $\alpha\beta\gamma$ را بترتیب مساوی $\frac{m-9}{p}$ و $\frac{n-9}{q}$, l (p و q شیب ای خطوط مطلوب اند) اختیار نمود

ب – مانند مسئله نمره ۱۷ قسمت ب حل میگردد .ولی باید شعاع دوائری را که بمرکز a_9 رسم میگردد برابر $\frac{m-9}{p}$ و $\frac{n-9}{q}$ اختیار کرد

ج – مانند قسمت ج مسئله نمره ۱۷ است منتها باید قسمت الف نمره ۲۱ را نیز مراعات نمود

۲۲ – بر نقطهٔ aa' دوخط بشیب‌های معین بقسمی مرور دهید که زاویهٔ آنها با صفحهٔ افق معین بوده بعلاوه خط واصل بین نقطهٔ بارتفاع h از اولی و نقطهٔ بارتفاع h' از دومی برابر l بوده و خط واصل بین این نقاط



ش ۲۲

الف – بموازات امتداد معین δ باشد. ب – برنقطه واقع درصفحه افق مرور کند ، ج – با امتداد δ زاویه معین α را احداث نماید

الف – باید دو ضلع مثلث $\alpha\beta\gamma$ را بوسیله رسم افقیه های H_1 و H'_1 و جبهیه های $ab_1 a'b'_1$ و $ac_1 a'c'_1$ که با صفحه افق زوایای مفروضرا ایجاد مینمایند تعیین کرده آنرا بنا نمود و مسئله را مانند قسمت الف مسئله نمره ۱۸ حل کرد . (ش ۲۲)

ب – باز طول تصاویر خطوط مطلوب را مانند فوق تعیین کرده بقیه را مانند قسمت ب مسئله نمره ۱۸ عمل مینمائیم

ج – مانند قسمت ج نمره ۱۸ حل میگردد . ولی طول تصاویر خطوط را باید مانند قسمت الف نمره ۲۲ تعیین کرد

مسئله ۱۲

۲۳ – بردونقطه a_p و b_q دو خط بشیب های معین بقسمی مرور دهید که رقوم نقطه تلاقی آنها برابر r باشد .

بمراکز a و b و شعاعهای $\frac{p-r}{m}$ و $\frac{q-r}{n}$ (n m شیب های خطوط مطلوب اند) دو دائره رسم می نمائیم تا در نقطه c_2 یکدیگر را تلاقی کنند خطوط ac و bc جواب های مسئله‌اند . (ش ۲۳)

۳۴ - بر دو نقطه aa' و bb' دو خط مرور دهید که صفحه افق را بزاویه معین

ش ۲۳

ش ۲۴

قطع نموده و یکدیگر را درنقطهٔ بارتفاع معین تلاقی نمایند

بدوا صفحه افقی بارتفاع معین مانند H' را رسم نموده جبهه های $aca'c'$ ، $bdb'd'$ را طوری رسم مینمائیم که باصفحه افق زوایای مفروض راایجاد نموده ضمنا صفحهٔ افقی H' را نیز در نقاط cc' و dd' تلاقی نمایند بعد بمراکز a ، b و شعاعهای ac و bd دوائری رسم میکنیم که در نقطهٔ مطلوب nn' یکدیگررا قطع کنند، خطوط $ana'n'$ و $bnb'n'$ جواب های مسئله اند (ش ۲۴)

مسئلهٔ ۱۳

۳۵ - بر دو نقطه مفروض a_1 و b_1 دو خط بشیب‌های معین p و q مرور دهید بقسمی که خط واصل بین آثار آنها مساوی طول l بوده و :

الف - موازی امتداد ε باشد . ب - با امتداد ε زاویه معین ایجاد نماید

الف - به مراکز a_1 و b_1 و شعاع های $2p$ و $3q$ دو دائره رسم می نمائیم از نقطهٔ b_2 خطی بموازات امتداد ε ومساوی طول l رسم میکنیم بمرکز o منتهای ان خط و شعاع $3q$ دائره‌ای رسم‌مینمائیم تادائرهٔ بمرکز a را درنقطهٔ c تلاقی نماید ازاین نقطه بموازات امتداد ε رسم مینمائیم تادائره بمرکز b را درنقطه d قطع کند خطوط a_2c_0 ، b_2d_0 جوابهای مسئله اند ش۲۵

ش ۲۵

ب - خطی رسم مینمائیم که با امتداد ε زاویه مفروضرا ایجاد نماید بقیه را مانند قسمت الف رسم میکنیم

۳۶ - بر دو نقطه aa' و bb' دو خط مرور دهید که زاویه آنها باصفحه افقی معین بوده وخط واصل بین آثار افقی خطوط متساوی طول l بوده بعلاوه

الف - موازی امتداد ε باشد . ب - باامتداد ε زاویه معین احداث کند

حل هردوحالت مانند مسئله نمره ۲۵ است منتها باید طول تصاویرافقی خط را بوسیلهٔ رسم جبهه های مار بر نقاط aa' و bb' بدست آورد .

مسئله ۱۴

۳۷ - بردو نقطه a_1 و b_1 دوخط بشیب های معین مرور دهید که علاوه برتوازی تصاویر شان خط واصل بین آثار آنها :

الف - مساوی مقدار معین l باشد ، ب - برنقطه واقع برصفحه افق بگذرد، ج - موازی امتداد مفروض باشد ، د - با امتداد معین ε زاویه α را احداث کند .

الف - بمراکز a_2 و b_2 وشعاعهای $2/p$ و $3/q$ دودائره رسم مینمائیم بر ab مثلثی طرح میکنیم که دوضلع دیگرش بترتیب q و ($2/p-3/q$) باشد ضلعی که نظیر ($2/p-3/q$) است امتداد میدهیم تادائره بمرکز a رادرنقطهٔ c تلاقی کند وازنقطهٔ b بموازات ac رسم مینمائیم تا دائره بمرکز b_2 را در نقطه d تلاقی نماید شکل $bdce$ متوازی‌الاضلاع است بنابراین $dc=be=l$ یعنی خطوط ac و bd جواب‌مسئله‌اند(ش۲۶)

ب - دوائر بمراکز a و b وشعاعهای $2/p$ و $3/q$ را رسم مینمائیم‌چون بفرض‌تصاویر دوخط متوازیند پس‌خط واصل بین آثار دوخط مطلوب بر یکی‌ازمراکزمجانست‌مستقیم یامعکوس دوائر خواهد گذشت از طرف دیگر این خط باید بر نقطه ثابتی نیز مرور

ش ۲۷

ش ۲۶

نماید پس کافی‌است نقطهٔ ثابت مفروض را بیکی از مراکز مجانست د و دائره وصل نمائیم تا در نقاط c و d دوائر مرسومه را تلاقی کند و ac و bd جوابهای مسئله بدست آیند (ش ۲۷)

ج ـ با ملاحظه مطالب مندرجه در قسمت (ب) کافی است از مرکز مجانست دو دائره خطی بموازات امتداد ج رسم نمائیم تا دوائررا در نقاط d و c که آثارمطلوب خطوط اند تلاقی کند

د ـ بدوا خطی رسم مینمائیم که با امتداد ج زاویه مفروض را ایجاد نماید پس از آن مانند قسمت (ج) عمل میکنیم

۲۸ ـ بر دونقطهٔ aa' و bb' دو خط مرور دهید که با صفحه افق زوایای معین تشکیل دهند بعلاوه تصاویر افقی خطوط متوازی بوده وضمناخطواصل بین آثار افقی آنها

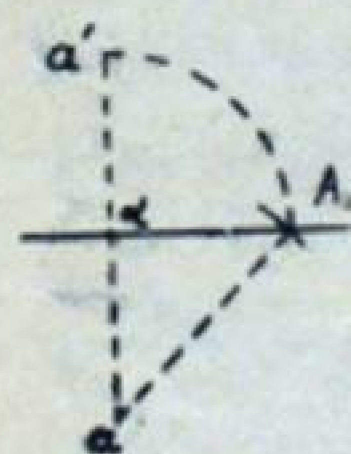
الف ـ مساوی مقدارمعین l باشد، ب ـ برنقطه واقع در صفحه افق مرور نماید ج ـ موازی امتداد مفروض ج باشد د ـ با امتداد معین زاویه α را احداث نماید

حل هرچهار حالت عینا مانند مسئله نمره ۲۷ است با این تفاوت که دراینمورد بایدبدوا طول تصاویر افقی خطوط را تعیین نمود .

۲ ـ مسائل مختص به هندسهٔ ترسیمی

مسئله ۱۵

۲۹ ـ تصویر قائم نقطهٔ را تعیین کنید بفرض آنکه تصویر افقی وفاصله اش از خط الارض معین باشد



ش ۲۸

مثلثی قائم الزاویه بنا میکنیم که یك ضلعش مساوی بعد نقط aa' یعنی برابر $a\alpha$ بوده و وترش مساوی فاصلهٔ نقطهٔ A از خط الارض باشد باینمعنی که بمرکز a و شعاع فاصله قوسی رسم میکنیم تا خط الارض را در نقطهٔ A_1 تلاقی نماید αA_1 برابر ارتفاع مطلوب است (ش ۲۸)

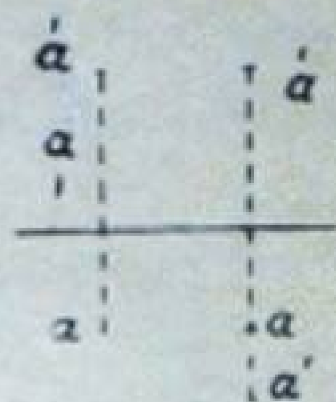
مسئله ۱۶

۳۰ ـ تصاویر قرینهٔ aa' رانسبت بصفحات تصویر و صفحات منصف الزاویه تعیین کنید

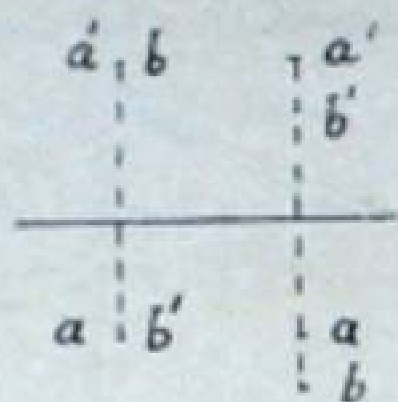
اگر مقصود تعیین تصاویر قرینهٔ نقطهٔ A نسبت بصفحات تصویر باشد همواره یکی از دو تصویر نقطه بر نظیر خود منطبق بوده و برای تعیین تصویر دیگر آن رابط نقطهٔ aa' را برابر بعد با ارتفاع نقطهٔ A در جهت مناسب امتداد میدهیم (ش ۲۹)

چنانچه مقصود تعیین تصاویر قرینه نسبت بصفحات منصف الزاویه باشد باید ملاحظه

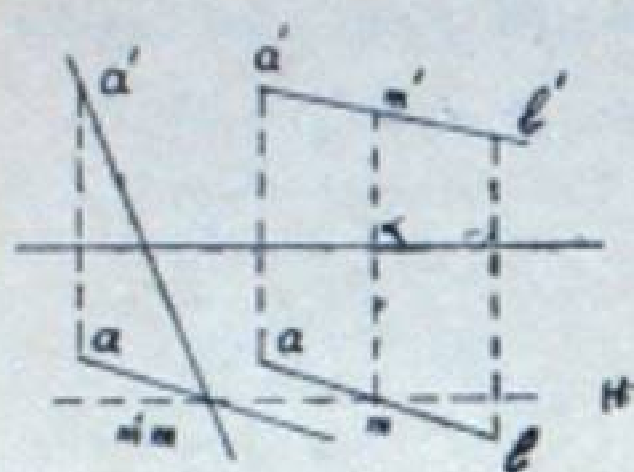
کرد که قرینهٔ هر نقطهٔ مانند A نسبت بهریك از صفحات منصف الزاویه بعدوارتفاعش بترتیب با ارتفاع و بعد این نقطه مساوی است بنابراین تصاویر آنرا بسهولت میتوان تعیین کرد (ش ۳۰)



ش ۲۹



ش ۳۰



ش ۳۱

مسئلهٔ ۱۷

۳۱ ـ خطی را مشخص نمائید که بر نقطه مفروض مرور کرده وصفحهٔ منصف الزاویه ناحیه اول یا دوم را در نقطه ای بارتفاع معین تلاقی نماید

ab را تصویر افقی و aa' را نقطه مفروض از خط مطلوب فرض مینمائیم، خطی بموازات خط الارض و بفاصلهٔ ارتفاع مفروض رسم مینمائیم تا تصویر افقی خط را در نقطه m تلاقی نماید رابط نقطه m را رسم نموده $m'\alpha$ را برابر $m\alpha$ اختیار میکنیم نقطه a' را به m' وصل میکنیم $a'm'$ تصویر قائم مطلوب است ش ۳۱

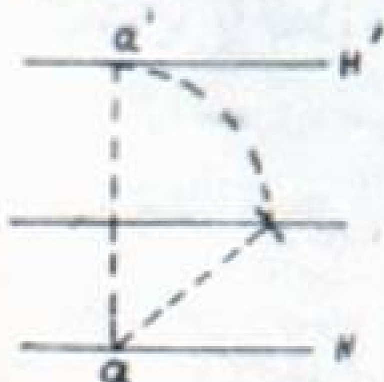
مسئله ۱۸

۳۲ ـ منتصب $aba'b'$ مفروض است منتصب دیگری رسم کنید که از آن بفاصله l باشد

بمرکز a' یعنی تصویر قائم منتصب وشعاع l دائرهٔ رسم مینمائیم جمیع نقاط محیط دائره تصاویر قائم منتصب های مطلوب اند .

مسئله ۱۹

۳۳ ـ خط مواجهی چنان رسم نمائید که فاصله اش از صفحهٔ قائم و خط الارض معین باشد



ش ۳۲

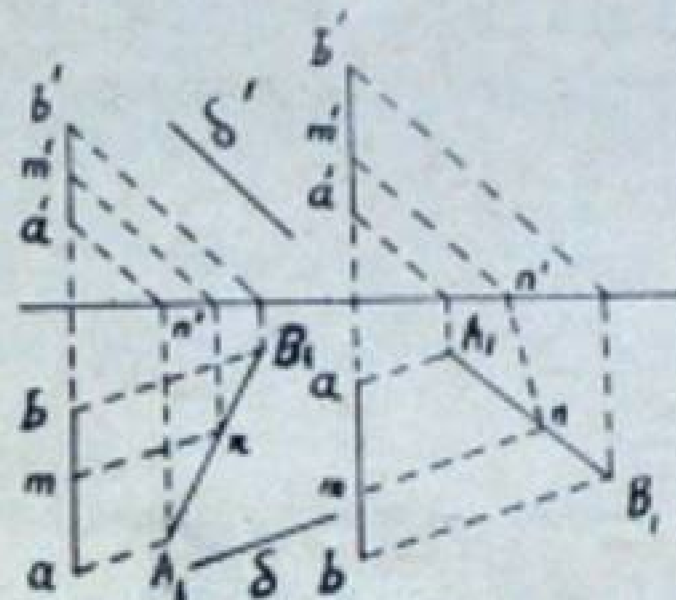
چون فاصله خط از صفحه قائم معین است پس تصویر افقی آنرا میتوان بفاصله مزبور وموازی خط الارض رسم نمود برای تعیین تصویر قائم این خط طریقهٔ عمل مانند مسئلهٔ نمره ۲۹ است یعنی مثلثی قائم الزاویه بنا میکنم که یك ضلعش برابر فاصله تصویر افقی مواجه وخط الارض ووترش مساوی فاصله مواجه وخط الارض باشد فاصلهٔ

تصویر قائم مواجه از خط‌الارض ضلع دیگر این مثلث خواهد بود (ش ۳۲)

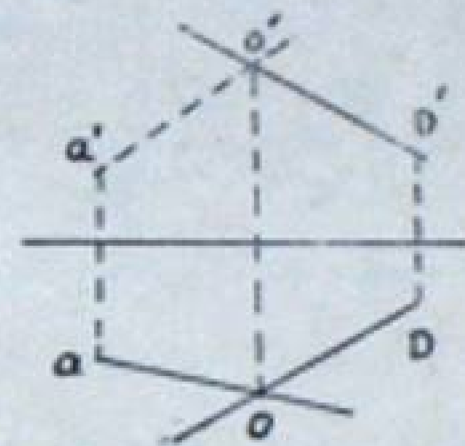
مسئله ۲۰

۳۴ ـ تصویر افقی خطی و یك نقطه از تصویر قائم آن مشخص است مطلوب تعیین تصویر قائم خط است بنا بر آنکه متکی بر خط مفروض باشد.

از نقطهٔ تلاقی تصویر افقی خط و تصویر افقی خط مفروض رابطی رسم مینمائیم چون



ش ۳۴



ش ۳۳

خط مطلوب باید متکی بر این خط باشد پس تصویر قائمش بدین طریق بدست می آید که‌از نقطهٔ مفروض a' به نقطهٔ o' وصل نمائیم (ش۳۳)

مسئله ۲۱

۳۵ ـ بوسیلهٔ استعمال تصویر مایل تحقیق کنید نقطهٔ مفروض mm' بر نیمرخ مفروض واقع است یا نه :

تصویر مایل‌نیمرخ $ab\,a'b'$ راموافق امتداد $\delta\delta'$ تعیین‌مینمائیم A_1B_1 نتیجه‌میشود ازنقطهٔ mm' بموازات $\delta\delta'$ رسم میکنیم تا نقاط n' و n بدست‌آید اگر خط $n\,n'$ عمود بر خط الارض باشد نقطهٔ M بر نیمرخ قرار داد و الا فلا (ش۳۴)

مسئله ۲۲

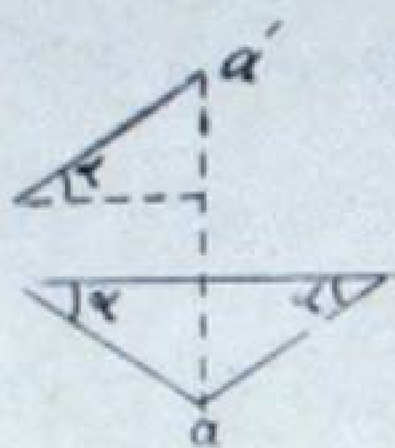
۳۶ ـ از نقطهٔ aa' افقیه‌ای رسم کنید که تصویر افقیش برنقطهٔ ثابتی‌مرور کند یا باخط‌الارض زاویهٔ معینی ایجاد نماید

از تصویر افقی نقطه یعنی a به نقطهٔ ثابت وصل مینمائیم (خطی چنان رسم میکنیم که خط الارض را بزاویه معین تلاقی کند) و از تصویر قائم نقطه یعنی a' بموازات خط‌الارض رسم‌میکنیم HH' جواب مسئله است (ش۳۵)

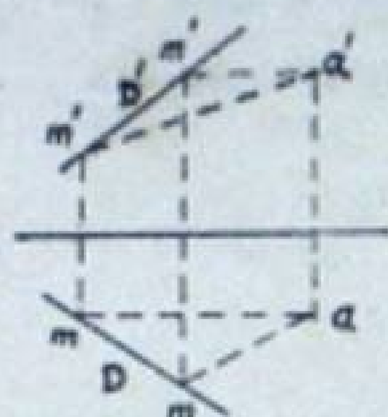
مسئله ۲۳

۳۷ ـ از نقطهٔ مفروض افقیه یا جبههٔ مرور دهید که خط مفروض را تلاقی کند

چون تصویر قائم افقیه یاجبهیه بموازات خط الارض است از نقط: a' یا a بموازات خط‌الارض رسم مینمائیم تاتصویرقائم یا افقی خط مفروض را در نقطهٔ mm' تلاقی نماید بعداز نقطه a یا a' به‌نقطهٔ m یا m' وصل مینمائیم $ama'm'$ جواب مسئله است(ش۳٦)



ش ۳۷



ش ۳٦

ش ۳۵

مسئله ۲۴

۳۸ ـ از نقطهٔ aa' خطی بموازات‌صفحه منصف‌الزاویهٔ ناحیهٔ اول یادوم رسم کنیدبفرض آنکه اولا تصویر افقی یا قائم نقطه‌ای از آن معین باشد ثانیا تصویر قائم یا افقی آن خط الارض را بزوایه معین تلاقی نماید

در هر دو حالت یکی از دو تصویر خط مطلوب معین است برای رسم تصویر دیگر خط مثلا تصویر قائم آن کافی است خطی چنان رسم نمائیم که ازنقطهٔ a' گذشته و با خط الارض همانزاویه ایراکه تصویرافقی خط باخط الارض تشکیل میدهد ایجاد نماید (ش ۳۷)

مسئله ۲۵

۳۹ ـ برنقطهٔ aa' خطی مرور دهید که بعد اثر افقی و ارتفاع اثرقائمش مساوی بوده بعلاوه فاصلهٔ بین اثر قائم و افقیش مساوی مقدار معین l باشد.

چون بعداثر افقی‌وارتفاع اثرقائم با یکدیگر مساوی‌اند پس‌شکل حاصل ازتصاویر خط وآثارآن متوازی الاضلاع خواهدبود، واضح است‌هریك ازدومقدار بعداثرافقی‌و ارتفاع اثرقائم‌خط مطلوب برابرمجموع بعد وارتفاع نقطهٔمفروض‌است ازطرف‌دیگرنظر بمعلوم بودن فاصله بین آثار، یکی‌ازاقطار متوازی‌الاضلاع مزبورنیز مشخص است پس برای حل‌مسئله برنقطهٔاختیاری‌ازخط الارض عمودی بطول aa' اخراج مینمائیم منتهای آنرا مرکز قرار داده بشعاع نصف فاصله بین آثار قوسی رسم میکنیم تا خط الارض را در نقطهٔ α تلاقی نماید $a'_1\alpha$ را مساوی خود امتداد میدهیم نقطهٔ b_1 معین میگردد آنرا به a_1 وصل نموده از نقطهٔ a'_1 بموازات آن رسم مینمائیم حال چون از نقطه aa'

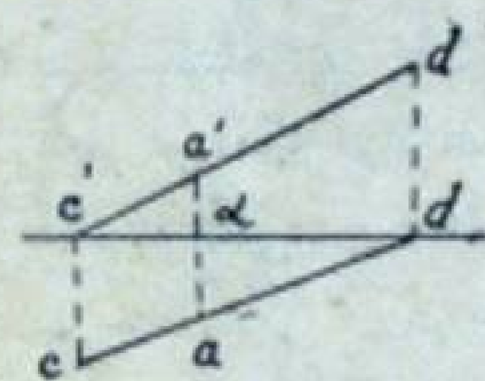
خطی بموازات این خط رسم کنیم جواب مسئله معین میگردد (ش ۳۸)

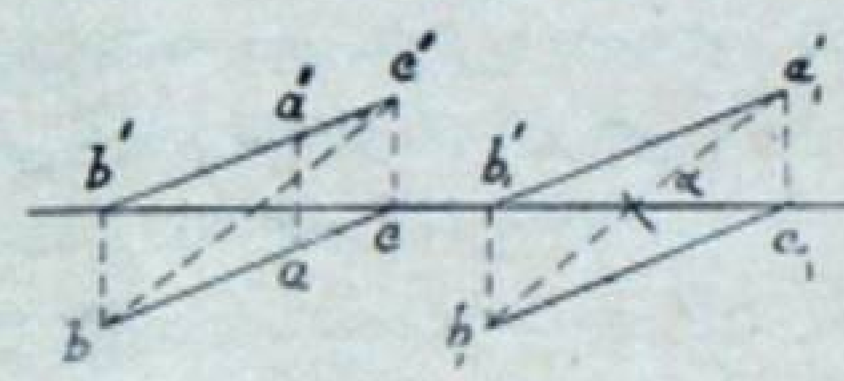
مسئله ۳۶

۴۰ - بر نقطهٔ aa' خطی مرور دهید که تصویر افقی آن معین بوده و نسبت بین ارتفاع اثر قائم و بعد اثر افقیش برابر مقدار معین k باشد

اگر $cdc'd'$ خط مطلوب باشد از تشابه مثلثات $\alpha c'a'$, $c'dd'$ حاصل میشود $\frac{\alpha c'}{c'd}=\frac{\alpha a'}{dd'}$

و همچنین از تشابه مثلثات αad و dcc' حاصل می گردد $\frac{\alpha d}{c'd}=\frac{\alpha a}{c'c}$ از تقسیم این دو تساوی نتیجه میشود $\frac{\alpha c'}{\alpha d}=\frac{\alpha a'}{\alpha a}\cdot\frac{cc'}{dd'}$ طرف ثانی این تساوی مقادیر معلومه اند پس طرف اول آن نیز معین میگردد اما چون تصویر افقی خط یعنی cd مشخص است و از طرفی قطعهٔ αd نیز معین است نقطهٔ c' معلوم میشود و تصویر قائم خط معین میگردد (ش ۳۹)


ش ۳۹


ش ۳۸

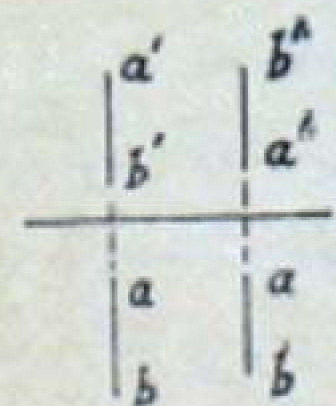
مسئله ۳۷

۴۱ - تصاویر غیر هم اسم دو خط منطبق اند ثابت کنید که این دو خط نسبت بصفحهٔ منصف‌الزاویه ناحیه‌دوم متقارن اند .

چون میدانیم تصاویر قرینه هر نقطه نسبت بصفحهٔ منصف‌الزاویه ناحیه دوم بر تصاویر همین نقطه منطبق است (مسئله نمره ۳۰) پس مسئله در باره خط هم صادق است

مسئله ۳۸

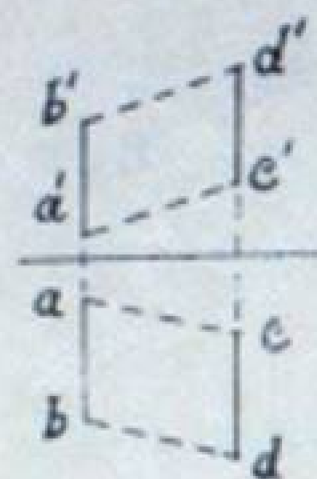
۴۲ - از نقطه aa' عمودی بر صفحه منصف الزاویه ناحیه اول یا دوم فرود آورید


ش ۴۰

چون خط مطلوب عمود بر صفحه منصف‌الزاویه است بر خط‌الارض نیز عمود خواهد بود بنابراین خط مطلوب نیمرخ است حال اگر دو نقطه A و B بر خط اختیار نمائیم چون خط AB با صفحات تصویر یك زاویه (°۴۵) احداث مینماید پس تصاویر خط AB دارای طول واحد خواهند بود بنابراین برای رسم چنین خطی کافی است قطعات ab و $a'b'$ را ۱ در یك جهت (عمود بر ربع اول) یا در دو جهت (عمود بر ربع دوم) جدا مینمائیم جواب مسئله معین میگردد (ش ۴۰)

مسئله ۳۹

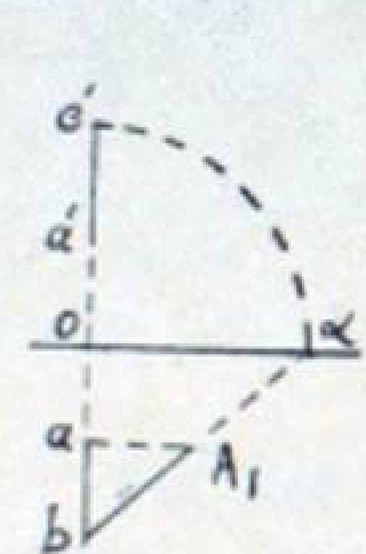
۴۳ - از نقطهٔ aa' خطی بموازات نیمرخ مفروض رسم کنید


ش ۴۱

دو خط موازی اختیاری $cac'a'$, $dbd'b'$ را متکی بر نیمرخ رسم مینمائیم خط $aba'b'$ جواب مسئله مشخص میگردد (ش ۴۱)

مسئله ۳۰

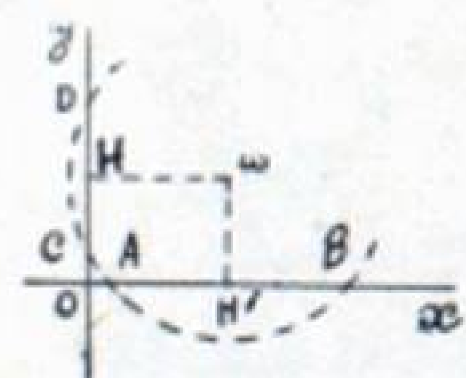
۴۴ - برنقطهٔ aa' نیمرخی مرور دهید بقسمی که مجموع بعد اثرافقی و ارتفاع اثرقائم آن برابر m باشد .


ش ۴۲

نقطه aa' را برصفحهٔ نیمرخ مار بر نقطه A تسطیح میکنیم فرض مینمائیم $b\alpha$ تسطیح نیمرخ مطلوب باشد از تشابه مثلثات حاصل میشود $\frac{aA_1}{o\alpha}=\frac{ab}{bo}$ و یا $\frac{aA_1+ab}{o\alpha+bo}=\frac{ab}{bo}$ و بالاخره $\frac{aA_1+x}{m}=\frac{x}{x+oa}$ (۱) (m مجموع بعد اثرافقی و ارتفاع اثرقائم است) اما مقادیر oa و aA_1 بترتیب برابر بعد وارتفاع نقطه A میباشند بنابراین میتوان مقدار ab را از روی معادلهٔ(۱) بدست آورده نیمرخ را رسم کرد (ش ۴۲)

۴۵ - همواره میتوان ریشه های معادله درجه دوم را بطریقه ترسیم تعیین نمود از اینقرار :

فرض میکنم p مجموع و q حاصل ضرب ریشه های معادله درجه دومی باشد .


ش ۴۳

q را بحاصل ضرب دو عامل مثلا $a\times b$ تجزیه مینمائیم ، دو محور عمود بر یکدیگر اختیار نموده طولهای OA و OB را بترتیب مساوی a و b جدا میکنیم و طول OH را برابر $p/۲$ اختیار مینمائیم عمود منصف خط AB و عمودیکه از H بر محور Oy اخراج میشوند در نقطه ای تلاقی مینمایند چون با این مرکز وشعاع فاصلهٔ آن با A یا B دائره ای رسم کنیم نقاط C و D بر محور Oy

مشخص میگردد واضح است چون از طرفی $q=a.b=OC \times OD=OA \times OB$ و از طرف دیگر $p=OC+OD=2OH$ لازم می آید OC و OD بترتیب ریشه های معادله درجهٔ دوم مفروض باشند . (ش ۴۳)

مسئله ۳۱

۴۶ ـ بر نقطهٔ aa' نیمرخی مرور دهید که تفاضل بعد اثر افقی و ارتفاع اثر قائم آن برابر k باشد

طریقهٔ ترسیم مانند مسئلهٔ ۳۰ است با این تفاوت که دراین مورد باید تفضیل نسبت نمود

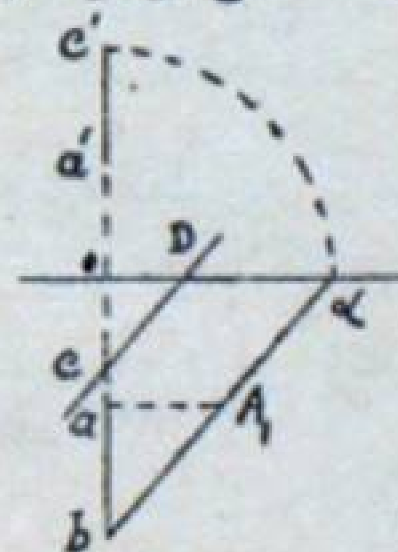
مسئله ۳۲

۴۷ ـ بر نقطهٔ aa' نیمرخی مرور دهید که نسبت بین قطعات محصور A و آثار خط مرسوم مساوی k باشد .

نقطهٔ aa' را برصفحهٔ نیمرخ مار بر A تسطیح مینمائیم قطعهٔ ab را بقسمی جدا مینمائیم که $k=\frac{oa}{ab}$ نقطهٔ A_1 را به نقطهٔ b وصل مینمائیم خط الارض را درنقطهٔ α تلاقی میکند واضح است $k=\frac{oa}{ab}=\frac{A_1\alpha}{A_1b}$ پس چون $a\alpha$ را بر روابط نقل نمائیم نیمرخ مشخص میگردد (ش ۴۲)

مسئله ۳۳

۴۸ ـ بر نقطهٔ aa' نیمرخی مرور دهید که نسبت بین بعد اثر افقی و ارتفاع اثر قائمش برابر k باشد .



ش ۴۴

نقطهٔ aa' را در صفحهٔ نیمرخ مار بر A تسطیح مینمائیم خط الارض را محور طول و نیمرخ را محور عرض فرض نمود. خط $y=kx-k$ را رسم میکنیم از نقطهٔ A_1 بموازات این خط رسم مینمائیم خط اخیر تسطیح نیمرخ مطلوب است زیرا از تشابه مثلثات ODC و $O\alpha b$ نتیجه می شود :

$$\frac{OC}{OD}=\frac{ob}{o\alpha}=k$$

مسئله ۳۴

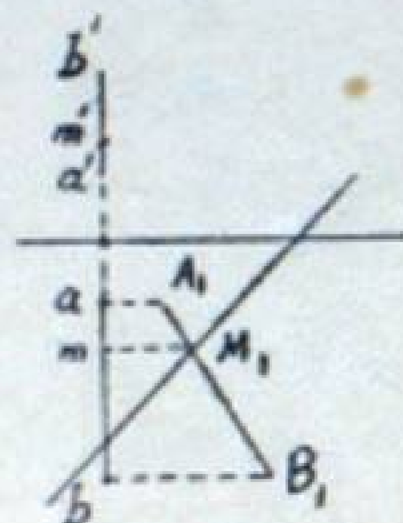
۴۹ ـ برنقطهٔ aa' نیمرخی مرور دهید که حاصلضرب بعد اثر افقی و ارتفاع اثر قائمش مساوی k باشد (هورفر)

نقطهٔ aa' را بر صفحه نیمرخ مار بر A تسطیح مینمائیم اگر فرض کنیم $b\alpha$ جواب

مسئله باشد پس حاصل میشود $o\alpha . ob=k$ اما از تشابه مثلثات نتیجه میشود $\frac{ab}{ob}=\frac{aA_1}{o\alpha}$, یا $\frac{aA_1 \times ab}{o\alpha \times ob}=\frac{ab^2}{ob^2}$ یعنی $\frac{ax}{k}=\frac{x^2}{(x+b)^2}$ (a ، b بترتیب ارتفاع وبعد نقطهٔ A میباشندو x را طول ab فرض مینمائیم) بنابراین $\frac{x}{(x+b)^2}=\frac{a}{k}$ از این رابطه مقدار x استخراج شده و نیمرخ رسم میگردد . (نمره ۴۵) .

مسئله ۳۵

۵۰ ـ برنیمرخ $aba'b'$ نقطهٔ تعیین کنید که مجموع بعد و ارتفاعش برابر k باشد



ش ۴۵

نیمرخ را بر صفحهٔ نیمرخ مار بر خود تسطیح میکنیم خط $y=x-k$ را رسم مینمائیم بفرض آنکه محورطول خط الارض و محور عرض نیمرخ اختیار شود و خط مرسوم در نقطهٔ M_1 تلاقی مینمایند ترفیع M_1 جواب مسئله است(ش ۴۵) (خاصیت قاعده مثلث متساوی الساقین)

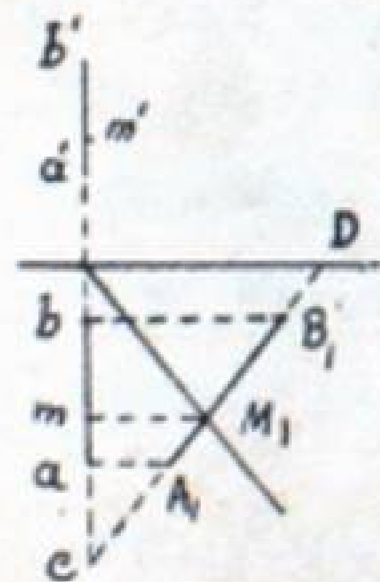
مسئله ۳۶

۵۱ ـ بر نیمرخ $aba'b'$ نقطه‌ای معین کنید که تفاضل بعد و ارتفاعش مساوی k باشد

طریقهٔ حل مسئله مانند فوق است منتها دراینمورد باید خط $y=-x-k$ را رسم نمود تا تسطیح نیمرخ را تلاقی نماید .

مسئله ۳۷

۵۲ ـ بر نیمرخ $aba'b'$ نقطهٔ تعیین نمائید که نسبت بین بعد و ارتفاعش برابر k باشد



ش ۴۶

(محل تلاقی نیمرخ با صفحهٔ که بر خط الارض و یك نقطهٔ دارای همین خاصیت مرور کرده) نیمرخ را بر صفحهٔ قائم مصور خود تسطیح مینمائیم A_1B_1 حاصل میگردد خط $y=-kx$ را رسم میکنیم، تسطیح نیمرخ را درنقطهٔ M_1 تلاقی مینماید . نظیر نقطه M_1 را تعیین مینمائیم جواب مطلوب است . (ش ۴۶)

۳ ـ مسائل مطروحه مؤلف

مسئله ۳۸

۵۳ ـ تصویر افقی نقطه و فاصلهٔ آن از مواجهی مفروض است ، تصویر قائم نقطه مطلوب است .

مثلث قائم الزاویه abc را چنان بنا مینمائیم که یك ضلعش ab برابر اختلاف بعد نقطه aa' ومواجه بوده ووترش مساوی فاصله نقطه A و مواجه باشد . ضلع bc از این مثلث مساوی اختلاف ارتفاع مواجه ونقطه است، چون آنرا نقل کنیم تصویر قائم نقطه مشخص میگردد . (ش ۴۷)

ش ۴۷

مسئله ۳۹

۵۴ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم نمائید که خط الارض را تلاقی کرده و با آن زاویهٔ معینی تشکیل دهد .

چون از نقطهٔ A عمودی بر خط الارض فرود آوریم این خط ضلع مثلث قائم الزاویه ایست که یك زاویهٔ آن بنا بفرض معین است ، اما ازطرف دیگر وتر مثلث قائم الزاویه ای کـه اضلاعش بعد وارتفاع نقطهٔ aa' میباشند برابر فاصلهٔ مزبور است پس میتوان این طول را تعین کرده باآن و زاویهٔ مفروض φ مثلث قائم الزاویـه ای بنا نمود و طول a_1b_1 را ازنقطه α بر خط الارض نقل کرد خط $aba'b'$ جواب مطلوب است (ش ۴۸)

ش ۴۹ ش ۴۸

مسئله ۴۰

۵۵ ـ فاصلهٔ دو خط مواجه را تعیین نمائید .

فاصله مطلوب وتر مثلث قائم الزاویه ایست که دو ضلعش بترتیب اختلاف بعد واختلاف ارتفاع دومواجه است ، بس این مثلث را بنامینمائیم وتر مثلث جواب مسئله است(ش ۴۹)

مسئله ۴۱

۵۶ ـ تصاویر خطی مواجه و تصویر افقی مواجهٔ دیگر و فاصله دوخط معین است تصویر قائم مواجه را معلوم نمائید .

چون فاصلهٔ دو مواجه معین است بااین خط و اختلاف بعد دو مواجه مثلث قائم الزاویهٔ abc را بنا میکنیم ، ضلع دیگر این مثلث یعنی bc مساوی اختلاف ارتفاع دو مواجهٔ است که چون آنرا نقل کنیم تصویر قائم مواجه معین میگردد(ش ٤٩)

مسئله ۴۲

۵۷ ـ دو خط مواجه مفروض است ، مطلوب رسم مواجه دیگری است که فواصلش از ایندوخط مساوی مقادیر معین باشد .

چون صفحهٔ نیمرخی رسم نمائیم سه مواجه را در سه نقطه قطع میکند بقسمیکه اضلاع مثلث حاصل بترتیب برابر فواصل مواجه های مزبور میباشند ، میتوان فاصلهٔ دو مواجه مفروض را مانند مسئله نمـره ۵۵ تعیین نمود ، حال اگرصفحهٔ نیمرخرا حول اثر افقی خود ab تسطیح نمائیم فاصلهٔ مزبوربصورت A_1B_1 درمیاید که تسطیح نیمرخ $aba'b'$ است، بر A_1B_1 مثلثی طرح میکنیم که دوضلع دیگرش فواصل مواجه مطلوب از مواجه های مفروض باشند ، ازرأس C_1 این مثلث مواجهی رسم مینمائیم، این خط تصویر افقی مواجه مطلوب است چون طول $\alpha c'$ را برابر cC_1 جدا نمائیم تصویر قائم مواجه نیز مشخص میگردد. (ش ۵۰)

ش ۵۰

مسئله ۴۳

۵۸ ـ مواجهی رسم کنید که فاصله اش از خط الارض و مواجه دیگری معین باشد

مانند مسئله نمره ۵۷ حل میشود ، منتها یکی از مواجه ها بر خط الارض منطبق است.

مسئله ۴۴

۵۹ ـ برخط الارض نقطهٔ تعیین کنید که ازنقطهٔ مفروض بفاصلهٔ معینی باشد.

مانند مسئله نمره ۵۴ حل میشود منتها در اینجا ازمثلث قائم الزاویهٔ aa_1b_1 وتر ab_1 (فاصله مفروض) وضلع aa_1 (فاصلهٔ نقطهٔ aa' از خط الارض) معین اند چون مثلث رارسم نمائیم و طول a_1b_1 را از نقطهٔ α برخط الارض نقل کنیم bb' و در نتیجهٔ $aba'b'$ معین میشود (ش ۴۸)

مسئله ۴۵

۶۰ ـ برمواجه مفروض نقطهٔ تعیین کنید که ازنقطهٔ معین بفاصله مفروض باشد

بدوا فاصلهٔ نقطهٔ aa' را از مواجه تعیین مینمائیم بدین ترتیب که مثلث قائم الزاویهٔ abc را چنان بنا میکنیم که اضلاعش بترتیب اختلاف بعد و اختلاف ارتفاع نقطهٔ aa' و مواجه باشد . ac برابر فاصلهٔ نقطهٔ A از مواجه است. حال چون باضلع ac مثلثی بنا کنیم که وترش مساوی فاصلهٔ نقطهٔ مطلوب و نقطهٔ A باشد و ضلع دیگرش یعنی cd_1 را از نقطهٔ b بر مواجه نقل نمائیم dd' نقطهٔ مطلوب است (ش۴۷)

مسئله ۴۶

۶۱ - ازنقطهٔ مفروض خطی رسم نمائید که مواجه مفروض رابزاویهٔ معین قطع نماید

در اینجا ازمثلث قائم الزاویهٔ acd_1 (ش ۴۷) یك ضلع و یك زاویه معین است چون آنرا رسم نموده طول bd را برابر cd جدا نمائیم خط $ada'd'$ جواب مطلوب است (ش ۴۷)

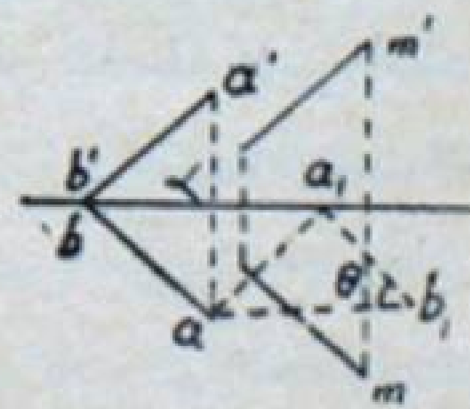
مسئلهٔ ۴۷

۶۲ - از نقطهٔ واقع در یکی ازصفحات منصف الزاویه خطی دراین صفحه چنان رسم کنید که با خط‌الارض زاویهٔ معینی ایجاد نماید

مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین $a\alpha a_1$ را باضلاع بعد و ارتفاع نقطهٔ aa' بنا مینمائیم ، aa_1 طول و تر این مثلث برابر فاصلهٔ نقطهٔ A از خط الارض است. بر این خط مثلث قائم الزاویه ای طرح مینمائیم که یك زاویه اش مساوی θ یعنی همان زاویه‌ای باشد که خط مطلوب باید با خط الارض تشکیل دهد . طول a_1b_1 را از نقطهٔ α بر خط الارض نقل مینمائیم $aba'b'$ جواب مطلوب است (ش ۵۱)

مسئله ۴۸

۶۳ - از نقطهٔ مفروض mm' خطی رسم نمائید که صفحات تصویر را به یك زاویه تلاقی نموده و باخط‌الارض نیز زاویه معین θ را احداث نماید



ش ۵۱

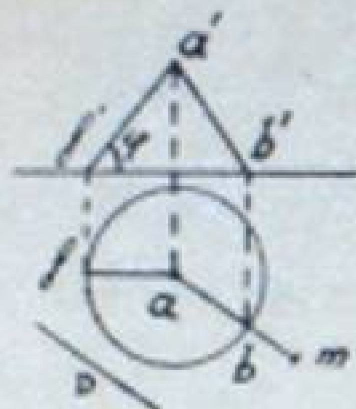
ابتدا ماتدفوق ازنقطهٔ aa' واقع درصفحهٔ منصف‌الزاویه خطی چنان رسم میکنیم که باخط الارض زاویهٔ θ را احداث کند پس ازآن از نقطهٔ mm' خطی بموازات $aba'b'$ رسم مینمائیم (ش ۵۱)

مسئله ۴۹

۶۴ - از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که زاویهٔ آن با صفحه افقی معین

بوده بعلاوه تصویر افقیش برنقطه از صفحه افق بگذرد ، یابا امتداد معینی واقع در این صفحه موازی باشد .

ابتدا ازنقطهٔ aa' جبهه $afa'f'$ را چنان رسم مینمائیم که باصفحه افق (خط‌الارض) زاویهٔ معین φ را احداث نماید، بمرکز a وشعاع af دائره‌ای رسم میکنیم ، چون نقطهٔ a را به نقطهٔ ثابت m واقع درصفحهٔ افق وصل کنیم یا از نقطهٔ a بموازات امتداد معین D خطی رسم نمائیم تصویرافقی خط مطلوب بدست می‌آید و چون رابط نقطهٔ b را رسم کنیم $aba'b'$ جواب مطلوب است (ش ۵۲)

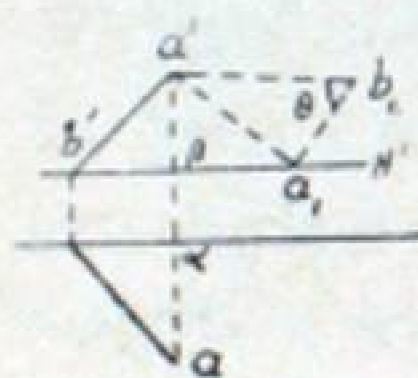


ش ۵۲

مسئله ۵۰

۶۵ - از نقطه مفروض خطی رسم کنید که با خط‌الارض زاویهٔ معینی تشکیل دهد بنا بر آنکه ارتفاع اثر قائم یا بعد اثر افقی خط مطلوب نیز معلوم باشد .

خط H' را بموازات خط الارض و بفاصلهٔ ارتفاع اثر قائم خط مطلوب رسم مینمائیم فاصله نقطه aa' را از این خط بوسیله رسم مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اضلاعش بترتیب αa و $a'\beta$ است معلوم مینمائیم $a'a_1$ بدست می‌آید ، براین خط مثلثی قائم الزاویهٔ طرح میکنیم که یك زاویه اش برابر θ یعنی همان زاویه ای باشد که خط مطلوب باید با خط الارض تشکیل دهد ، ضلع a_1b_1 را از نقطهٔ β بر H' نقل میکنیم $aba'b'$ معین میشود (ش ۵۳)



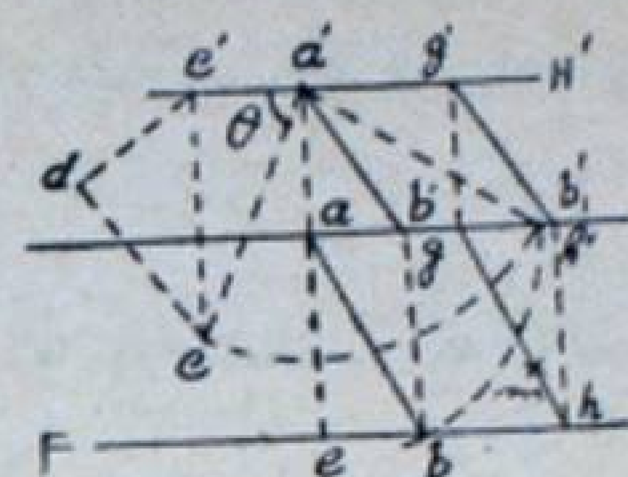
ش ۵۳

مسئله ۵۱

۶۶ - از نقطهٔ واقع در صفحهٔ قائم خطی چنان رسم کنید که طول قطعهٔ محصور ازآن بواسطه صفحات تصویر معلوم بوده بعلاوه زاویهٔ خط مرسوم نیز با خط‌الارض مشخص باشد .

aa' را نقطه واقع بر صفحه قائم فرض میکنیم . از نقطه a' خطی بموازات خط‌الارض رسم مینمائیم ، بر این خط مثلثی قائم‌الزاویه طرح میکنیم که یك زاویه اش برابر زاویهٔ خط مطلوب با خط‌الارض یعنی مساوی θ بوده و طول وترش برابر طول حقیقی خط مطلوب باشد ، ضلع دیگر این مثلث یعنی cc' مساوی فاصلهٔ خطوطی است که از اثر افقی وقائم خط بموازات خط الارض رسم گردد ، با وتر cc' مثلث قائم‌الزاویه‌ای طرح مینمائیم که

یك ضلعش مساوی ارتفاع نقطهٔ A یعنی $\gamma c'$ باشد ، ضلع دیگر این مثلث یعنی cd مساوی



ش ٥٤

بعد اثر افقی خط مطلوب خواهد بود ، بقسمی که اثر افقی اینخط برخطی واقع است که از نقطه e بموازات خط الارض و بفاصله cd رسم شود ، حال اگر بمرکز a' و شعاع $a'c$ قوسی رسم نمائیم خط الارض را در نقطه b'_1 تلاقی مینماید . ab'_1 مساوی طول تصویر خط مطلوب است بقسمی که چون بمرکز a و شعاع ab'_1 دائره ای رسم کنیم نقطه b و بالاخره خط $aba'b'$ معین میشود (ش ٥٤)

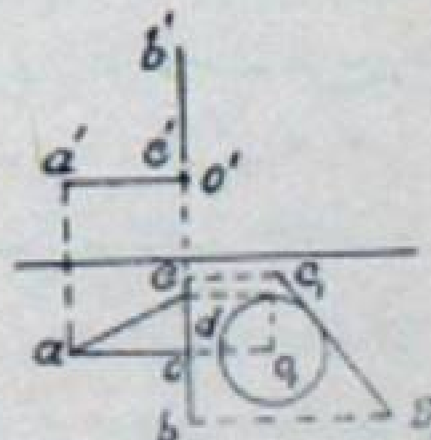
مسئله ٥٢

٦٧ ـ خطی رسم کنید که بعد اثر افقی و ارتفاع اثر قائمش بانضمام زاویه آن با خط الارض معلوم بوده بعلاوه تصویر افقیش از نقطه مفروضی واقع در صفحه افق بگذرد .

با معلومات بعد اثر افقی و ارتفاع اثر قائم خط مطلوب مثلث قائم الزاویهٔ $cc'd$ (ش ٥۴) را بنا مینمائیم وتر cc' که فاصله بین F و H' است معین میگردد ، بااین وتر و زاویهٔ θ که باید خط مرسوم با خط الارض احداث نماید مثلث $cc'a'$ را بنامیکنم طول $a'c$ برابر طول حقیقی قطعهٔ از خطاست که بین صفحات تصویر محصورمیگردد، بوسیلهٔ این خط مانند مسئلهٔ فوق $aba'b'$ را مشخص میسازیم و از نقطهٔ مفروض واقع در صفحه افق بموازات ab رسم میکنیم خط $hgh'g'$ معین میشود (ش ٥۴)

مسئله ٥۳

٦٨ ـ از نقطه مفروض نیمرخی رسم کنید که فاصله آن از نقطه دیگر معین باشد



ش ٥٥

واضح است نیمرخی که باید از نقطه bb' رسم کنیم در صفحه نیمرخی واقع خواهدبود که ازهمین نقطه رسم گردد، چون از نقطه دیگر aa' مواجه $aoa'o'$ را رسم نمائیم اینخط عمود برصفحهٔ نیمرخ مزبورمیشود، چون باطول ao وفاصلهٔ حقیقی نیمرخ مطلوب از نقطه A مثلث قائم الزاویه aod را بنا نمائیم ضلع od شعاع دائره ایست که برخط مطلوب مماس است ، بنابراین چون نقطه

oo' را تسطیح نموده بمرکز O_1 و شعاع od دائره‌ای رسم نمائیم واز B_1 که تسطیح b است مماسی بر این دائره رسم کنیم B_1C_1 تسطیح نیمرخ مطلوب است که پس از ترفیع بصورت $bcb'c'$ در میاید (ش ٥٥)

مسئله ٥۴

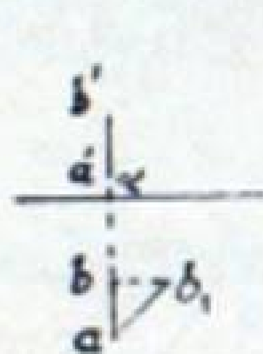
٦٩ ـ بر خط مفروض نقطه ای تعیین کنید که از صفحات منصف الزاویه متساوی الفاصله باشد .

چون صفحات تصویر از صفحات منصف الزاویه متساوی الفاصله‌اند پس کافی است آثار خط را تعیین نمائیم .

مسئله ٥٥

٧٠ ـ تصویر افقی نقطه وفاصلهٔ آن از صفحهٔ منصف الزاویه معین است تصویر قائم نقطه مطلوب است .

فرض میکنیم فاصلهٔ نقطه از صفحهٔ منصف الزاویهٔ ربع اول معین باشد ، بر رابط نقطهٔ a مثلثی قائم الزاویه طرح میکنیم که وترش ab_1 برابر فاصله مفروض وزاویه‌اش مساوی $\frac{\pi}{4}$ باشد، ضلع دیگراین مثلث یعنی ab که برامتداد رابط است تصویر افقی عمودی است که از نقطهٔ مطلوب بر صفحهٔ منصف الزاویه فرود آمده ولی چون موقع عمود بر صفحهٔ منصف الزاویه است پس تصاویر این نقطه نسبت بخط الارض متقارن اند یعنی اگر ارتفاع نقطهٔ b را برابر بعد آن



ش ٥٦

و طول تصویر قائم خط یعنی $a'b'$ را مساوی طول تصویر افقیش ab جدا کنیم وجهت آنرا با ab متحد اختیار نمائیم (مسئله نمرهٔ ۴۲) تصویر قائم نقطهٔ A یعنی a_1 معین میگردد . (ش ٥٦)

مسئله ٥٦

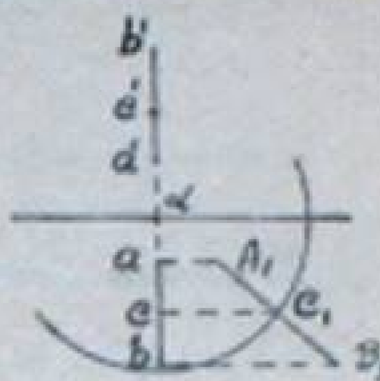
٧١ ـ تصویر افقی مواجه و فاصلهٔ آن از صفحه ای منصف الزاویه معین است تصویر قائم این خط را تعیین نمائید .

نقطه‌ای بر تصویر افقی مواجه اختیار کرده مانند مسئله فوق تصویر قائم آنراتعیین میکنیم و از نقطهٔ حاصل بموازات خط الارض رسم مینمائیم .

مسئله ٥٧

٧۲ ـ بر نیمرخ مفروض نقطه ای تعیین کنید که از خط الارض به فاصله معین باشد .

چون عمودی که ازنقطهٔ مطلوب واقع بر نیمرخ بخط الارض فرود آید درصفحه نیمرخی واقع است که بر همین خط مرور کرده و ازطرف دیگر محل تلاقی این صفحه وخط الارض نقطهٔ α معین‌است و ضمنا همین نقطه موقع عمودی است که از نقطهٔ مطلوب بر خط الارض فرود آید ، پس چون بمرکز α و بشعاع فاصلهٔ مفروض دائره ای رسم کنیم، این دائره تسطیح نیمرخ یعنی A_1B_1 را در نقطهٔ C_1 که تسطیح نقطهٔ مطلوب است



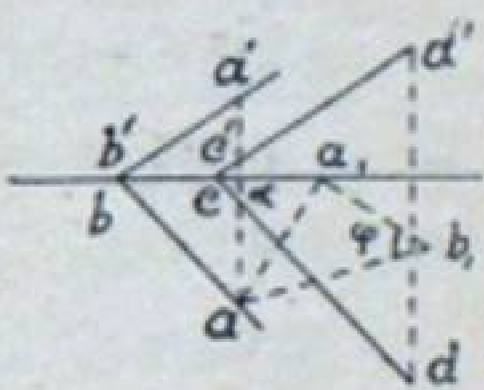
ش ۵۷

تلاقی میکند بنابراین cc' جواب مسئله معین میگردد (ش ۵۷)

مسئله ۵۸

۷۳ - از نقطه مفروض بر خط الارض خطی رسم کنید که با آن زاویهٔ مفروض احداث کرده و نسبت بین بعد و ارتفاع جمیع نقاطش مساوی مقدار معلومی باشد .

ابتدا نقطهٔ aa' را طوری تعیین میکنیم که نسبت بین بعد و ارتفاعش مساوی‌مقدار معین K باشد ، ازاین نقطه خط $aba'b'$ را چنان رسم‌میکنیم که‌با‌خط‌الارض‌زاویهٔ‌معین φ را احداث کند (مسئله نمره ۵۹) پس از آن از نقطهٔ cc' مفروض بر خط الارض $cdc'd'$ را بموازات $aba'b'$ رسم میکنیم این خط جواب مسئله است (ش۵۸)

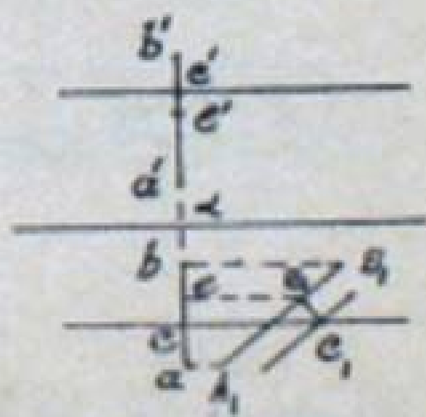


ش ۵۸

مسئله ۵۹

۷۴ - تصویر افقی خط مواجه واقصرفاصله‌آن از نیمرخی مفروض‌معین است ، تصویر قائم مواجه مطلوب است .

نیمرخ $aba'b'$ راتسطیح‌مینمائیم ، خطی‌بموازات A_1B_1 و بفاصلهٔ‌اقصرفاصله‌مواجه‌و نیمرخ رسم میکنیم تصویر افقی مواجه این‌خط را در نقطهٔ C_1 تلاقی مینماید ، طول C_1c مساوی ارتفاع مواجه است . چون آنرانقل کنیم تصویر قائم‌مواجه مشخص‌میگردد(ش۵۹)



ش ۵۹

مسئله ۶۰

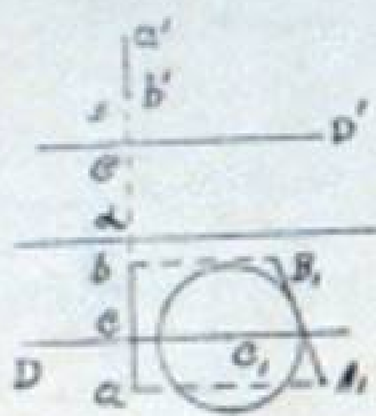
۷۵ - اقصر فاصلهٔ نیمرخ مفروض و مواجه معین را تعیین نمائید .

نیمرخ $aba'b'$ را تسطیح میکنیم ، بر تصویر افقی مواجه طول cC_1 را برابر cc' جدا مینمائیم ازنقطهٔ C_1 عمودی بر A_1B_1 فرود مـی‌آوریم C_1E_1 طول مطلوب است واضح است چون نظیر نقطهٔ E_1 را بر نیمرخ تعیین نمائیم $cec'e'$ عمود مشترك دو خط مشخص میگردد (ش ۵۹) .

مسئله ۶۱

۷۶ - ازنقطهٔ مفروض نیمرخی‌رسم کنید که اقصر فاصله اش از مواجهی معین باشد .

واضح است نیمرخ مزبور بر امتداد رابط aa' قرار دارد ، چون نقطهٔ cc' یعنی محل تلاقی مواجه DD' را با صفحه نیمرخ مار بر A تسطیح کنیم و بمرکز C_1 و شعاع اقصر فاصله دائره ای رسم نمائیم و از تسطیح نقطه aa' یعنی A_1 مماسی‌براین‌دائره مروردهیم خط A_1B_1 که تسطیح‌نیمرخ مطلوب است‌مشخص میگردد ، چون‌این خط راترفیع نمائیم $aba'b'$ جواب مسئله خواهد بود (ش ۶۰)



ش ۶۰

مسئله ۶۲

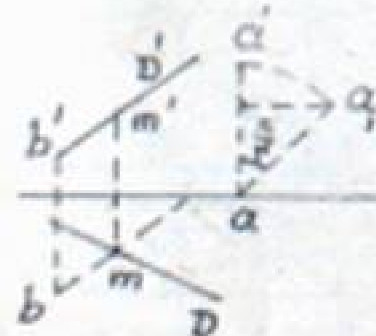
۷۷ - ار نقطه ای مفروض نیمرخی رسم کنید که‌اقصر فاصله اش ازخط الارض مشخص باشد .

مانند مسئله فوق حل میشود منتها در اینجا نقطه C_1 بر α منطبق است یعنی دائره مرسومه بشعاع اقصر فاصله را باید بمرکز α رسم نموده ازتسطیح نقطهٔ aa' مماسی بر آن رسم کرد تا تسطیح نیمرخ مطلوب معین گردد .

مسئله ۶۳

۷۸ - بر خط مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که فاصله اش از یکی از صفحات منصف الزاویه معین باشد .

بدوا درصفحه‌قائم نقطه‌ای تعیین‌مینمائیم که‌ازصفحه منصف‌الزاویه بفاصله معین باشد باین ترتیب که با فاصله مزبور و زاویهٔ $45°$ یعنی‌زاویهٔ بین صفحه قائم وصفحه منصف‌الزاویه مثلث‌قائم‌الزاویه بنا مینمائیم وتر این مثلث یعنی aa_1 برابر ارتفاع نقطه مطلوب است، حال برخط مفروض DD' نقطه ای تعیین میکنیم که مجموع بعد وارتفاعش‌مساوی



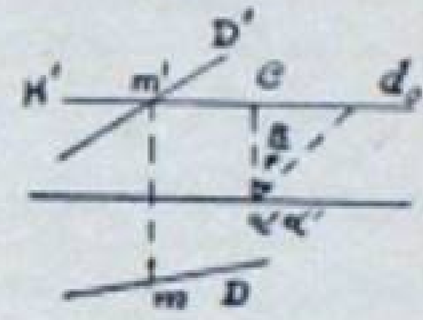
ش ۶۱

aa' باشد (ش ٦١) (مسئله نمره ۱۴ هندسه ترسیمی) نقطهٔ mm' جواب مسئله است (محل تلاقی خط DD' با صفحه ای که بموازات صفحه منصف الزاویه بفاصلهٔ $aa'\frac{\sqrt{2}}{2}$ رسم شود) .

مسئله ٦۴

۷۹ ـ برخط مفروض نقطه ای تعیین کنید که مجموع یا تفاضل فواصلش از صفحات منصف الزاویه برابر مقدار معلومی باشد .

جون جمیع نقاطی که مجموع یاتفاضل فواصلشان از صفحات منصف الزاویه برابر مقداری معین باشد بر صفحات افقی یا جبهی واقع‌اند بنا براین کافی است بر یك‌صفحهٔ منصف الزاویه نقطهٔ تعیین کنیم که فاصله آن از خط الارض (صفحهٔ منصف الزاویه دیگر) مساوی طول مفروض باشد ، برای این منظورمثلث قائم الزاویهٔ $\alpha c d_1$ را با زاویهٔ °۴۵ و وتری برابر مجموع بعد و ارتفاع نقطهٔ مطلوب رسم مینمائیم خط H' که از نقطهٔ d_1 بموازات خط الار ض رسم گردد اثر قائم صفحهٔ افقی است که مجموع فواصل جمیع نقاطش از صفحات منصف الزاویه مساوی αd_1 است محل تلاقی این صفحه با DD' یعنی نقطهٔ mm' جواب مسئله است (ش ٦٢)

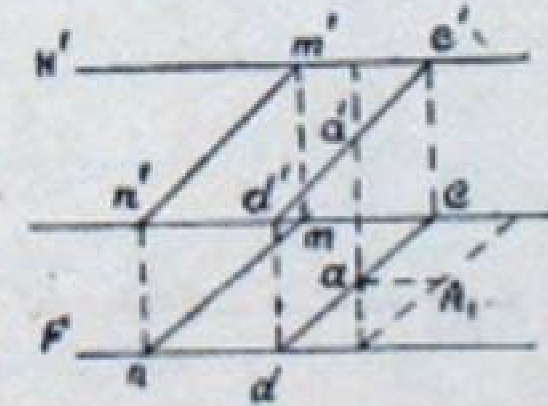


ش ٦٢

مسئله ٦۵

۸۰ ـ ازنقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با خط الارض زاویه ای معین تشکیل داده ضمنا نسبت بین قطعات محصور از خط که بین نقطه و صفحات تصویر واقع اند برابر مقدار معلومی باشد

ابتدا نیمرخی رسم میکنیم که از نقطهٔ aa' گذشته و نسبت بین قطعات محصور آن برابر مقدار معین K باشد (مسئله نمره ۴۸) ، از آثار این نیمرخ خطوطی به موازات خط الارض رسم میکنیم ، آثار خط مطلوب نیز براین خطوط واقع اند پس اگراز نقطهٔ mm' واقع بر صفحه قائم خطی رسم کنیم که باخط‌الارض زاویهٔ‌معین تشکیل دهد(مسئله نمره ٦۵) و از aa' خط $cdc'd'$ را بموازات $mn.m'n'$ رسم کنیم جـواب مسئله معین می شود (ش ٦۳)

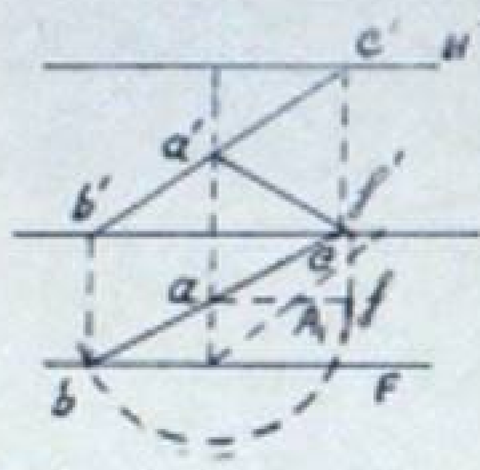


ش ٦۳

مسئله ٦٦

۸۱ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که زاویهٔ آن با صفحه افق‌معین بوده بعلاوه‌نسبت بین قطعات محصور بین نقطه وصفحات تصویر برابرمقدار معلومی باشد .

ابتدا مانند مسئله فوق نیمرخی رسم مینمائیم که نسبت‌بین‌قطعات محصور آن‌برابر K باشد پس از آن ازآثار نیمرخ دو خط‌بموازات خط‌الارض رسم میکنیم ، آثار خط مطلوب بر این دو خط واقع‌اند، ازنقطهٔ aa' جبههٔ $afa'f'$ را بقسمی رسم‌مینمائیم که با خط الارض زاویهٔ φ را تشکیل‌دهد ، بمرکز a و شعاع af دائره ای رسم مینمائیم تا F را در نقطه b تلاقی کند، تصویر قائم b را بر خط الارض تعیین کرده آنرا به a' وصل مینمائیم $bcb'c'$ جواب مسئله است (ش ٦۴) .



ش ٦۴

مسئله ٦۷

۸۲ ـ ازنقطه مفروض خطی رسم کنید که صفحات تصویر را یك‌زاویه قطع کرده ضمنا طول قطعهٔ از آن که محصور بین صفحات تصویر است برابرمقدار معینی باشد .

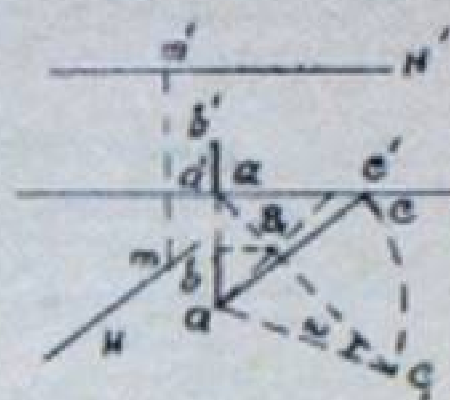
جون خط مطلوب بموازات یکی از صفحات منصف الزاویه است پس آثارش‌نسبت بخط الارض متساوی الفاصله میشوند از طرف دیگر فاصلهٔ بین اثر خط مطلوب و خط الارض برابر مجموع یا تفاضل بعد و ارتفاع نقطهٔ aa' خواهد بود ، پس دو خط به موازات خط الارض ، مثلا بفواصل aa' رسم مینمائیم بعداز نقطهٔ mm' مفروض بر H' خطی رسم مینمائیم که طول حقیقیش برابر قطعه محصور از خط مطلوب بوده و اثر افقیش بر F قرار گیرد (مسئله نمره ٦۵) بعداز نقطهٔ aa' بموازات آن رسم‌مینمائیم، $cdc'd'$ جواب مسئله است (ش ٦۳)

مسئله ٦۸

۸۳ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که صفحات منصف الزاویه‌رابه زاویهٔ معین قطع کند !

جون خطوطی که صفحات منصف الزاویه را یك‌زاویه قطع مینمایند افقیه یاجبهیه اند پس کافی است ابتدا مثلا در صفحهٔ افق از نقطهٔ aa' خطی رسم کنیم که با صفحهٔ

منصف الزاویهٔ زاویهٔ ω را تشکیل دهد باین ترتیب که ازنقطهٔ aa' عمود $aba'b'$ را برصفحه منصف الزاویه ناحیهٔ اول فرود آوریم تسطیح موقع عمودنقطه B_1است،باطول aB_1 وزاویهٔ ω مثلثی قائم الزاویه بنا مینمائیم وتر این مثلث برابر طول قطعه خطی است که بین a و خط الارض محصور میگردد ، چون بمرکز a و شعاع ac_1 دائره ای رسم نمائیم خط الارض را در نقطهٔ cc' تلاقی میکند پس خط $aca'c'$ در صفحه افق واقع بوده و زاویه اش با صفحهٔ منصف الزاویه اول و بنا بر این باصفحه منصف الزاویهٔ دوم برابر ω است،حال اگر از نقطهٔ مفروض [illegible] افقیهٔ HH' را بموازات خط اخیر یعنی $aca'c'$ رسم نمائیم جواب مسئله مشخص میگردد . (ش۶۵)


ش ۶۵

مسئله ۶۹

۸۴ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که صفحات منصف الزاویه‌را یک زاویه قطع کرده و با خط الارض نیز زاویهٔ معینی احداث نماید !.

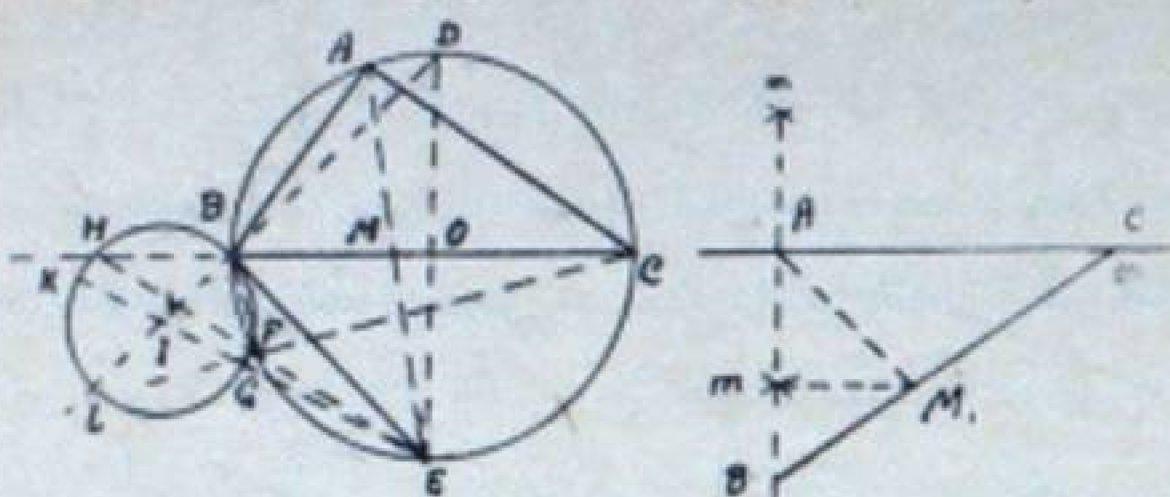
درصفحه افق ،افقیهٔ رسم میکنیم که باخط الارض زاویهٔ مفروض ω را تشکیل‌دهد، از نقطهٔ مفروض خطی بموازات آن رسم مینمائیم خط اخیر جواب مسئله است

مسئله ۷۰

۸۵ ـ ازنقطهٔ واقع در صفحه منصف‌الزاویه‌نیمرخی رسم نمائید که‌طول قطعهٔ محصور ازآن بواسطهٔ صفحات تصویر برابر مقداری معین باشد .

نقطهٔ mm' را در صفحهٔ منصف الزاویه ربع اول فرض مینمائیم آنرا بـر صفحهٔ نیمرخ مار بر M تسطیح میکنیم M_1 معین‌میگردد ، حال باید براین نقطه خطی مانند Bc بقسمی مرور دهیم که طول آن برابر مقدار معلوم l باشد ، بعبارة اخری بایـد مثلث قائم الزاویه ABC را با معلومات وتر و طول منصف الزاویه قائمه یعنی AM_1 بنا نمائیم و طول قطعات M_1B و M_1C را تعیین کنیم ، برای این منظور دائرهٔ Oرابقطر BC یعنی برابر l رسم میکنیم وبین مثلثات قائم الزاویه محاط در این دائره آنرا اختیار مینمائیم که طول منصف الزاویهٔ قائمه‌اش مساوی AM_1 یعنی مثلا برابر α باشد، چنانچه رأس مثلث مطلوب را بر نیمهٔ فوقانی دائرهٔ مرسومه فرض نمائیم جمیع منصف الزا ویه های زوایای قائمه از وسط نیمهٔ تحتانی دائـره یعنی نقطهٔ E خواهند گذشت از طرف دیگر اگر برهمین قسمت ازدائره نقطه ای فرض کنیم و آن را به نقاط Bو C وصل

کنیم منصف الزاویهٔ خارجهٔ حاصل در این‌نقطه نیز از نقطهٔ E خواهد گذشت . اما میتوان نقطهٔ F را بقسمی تعیین کرد که‌طول منصف الزاویهٔ خارجهٔ F برابر α شود ، از طرف دیگرچون قطب انعکاس را نقطهٔ E که واقع بر محیط دائره است اختیار کنیم قطرBC که‌بر قطر مار برقطب‌انعکاس‌عمود است‌منعکس‌دائرهٔ Oخواهد بودبقسمیکه‌قوت‌انعکاس‌مساوی $2R^2$ میشود(تصویرجسم‌نما)بنابراین تساویهای ذیل برقرار است


ش ۶۶

$$EO \cdot ED = EM \cdot EA = EF \cdot EH = EB^2 = 2R^2$$

(H نقطهٔ تلاقی‌منصف‌الزاویهٔ خارجه F با قطر BC است و طول‌منصف‌الزاویه FHرا بفرض برابر α اختیار کرده‌ایم) ، اما نظر باینکه‌تفاضل قطعات EA و EM وهمچنین EH و EF برابر α یعنی مساوی طول منصف‌الزاویه قائمه است و ضمنا واسطهٔ‌هندسی بین این قطعات مساوی $2R^2$ میباشد میتوان طول قطعات EF و EH را بدست آورد ، باین ترتیب که از نقطهٔ B عمودی بر BE بطول αاخراج مینمائیم و بقطر BL دائرهٔ I را رسم میکنیم ، چون E را بمرکز این دائره‌وصل‌نمائیم قطعات مطلوب EKوEG خواهند بود که تفاضلشان مساوی KG یعنی برابر α و واسطهٔ هندسیشان‌مساوی $\overline{EC}^2$ یعنی برابر قوت نقطهٔ E نسبت بدائره I میباشد . حال اگر بمرکز E و شعاع EG قوسی رسم کنیم این قوس دائره O و خط BC را در نقاط MوF تلاقی مینماید از وصل E به'M نقطه A تعیین میگردد و همچنین قطعات مطلوب MB و MC معلـوم می شود (ش ۶۶)

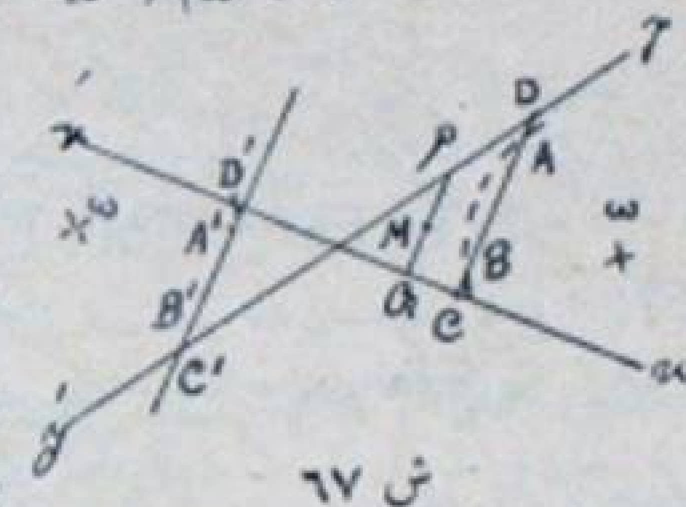
مسئله ۷۳

۸۶ ـ بر نیمرخ مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که‌حاصلضرب بعد وارتفاعش برابر مقدار معلومی باشد .

۱ ـ طریقهٔ حسابی ـ نیمرخ‌را بر صفحهٔ نیمرخ مار بر خود تسطیح مینمائیـم CD نتیجه میگردد ، اگرارتفاع اثر قائم نیمرخ‌را a و بعد اثر افقی آنرا b ـ وحاصلضرب ثابت‌را Kفرض‌نمائیم،معادلهٔ تسطیح‌خطنیمرخ نسبت‌بمحورهای مختصات(خط‌الارض‌ونیمرخ) بصورت $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ خواهدبود ، امااز طرفی چون نقطهٔ‌مطلوب‌بایدحاصلضرب بعد و ارتفاعش مساوی K باشد نتیجه میشود $xy = K$ و چنانکه میدانیم این رابطه‌معادلهٔ

هذلولی است که دو مجانبش خط‌الارض و نیمرخ مفروض باشند پس کافی است مختصات قطهٔ تلاقی نیمرخرا با هذلولی مزبورحساب نمائیم باین ترتیب که در معادلهٔ خط CD بجای y مقدار آن $\frac{\kappa}{x}$ را قرار دهیم تا حاصل شود . $1 = \frac{x}{a} + \frac{\kappa}{bx}$ ریشه‌های اینمعادله درجه دوم را که میتوان برسم نیز تعیین نمود (نمره ٤٥) جوابهای مسئله اند

۲ ـ طریقهٔ ترسیمی ـ برای یافتن محل تلاقی خط CD با هذلولی که معادله اش بصورت $xy = k$ است بدوا مقدمات ذیلرا که راجع بخواص قاطع هذلولی است بدون استدلال متذکر میشویم (طریقه استدلال این احکام مربوط بهندسه و مخروطات است)



ش ٦٧

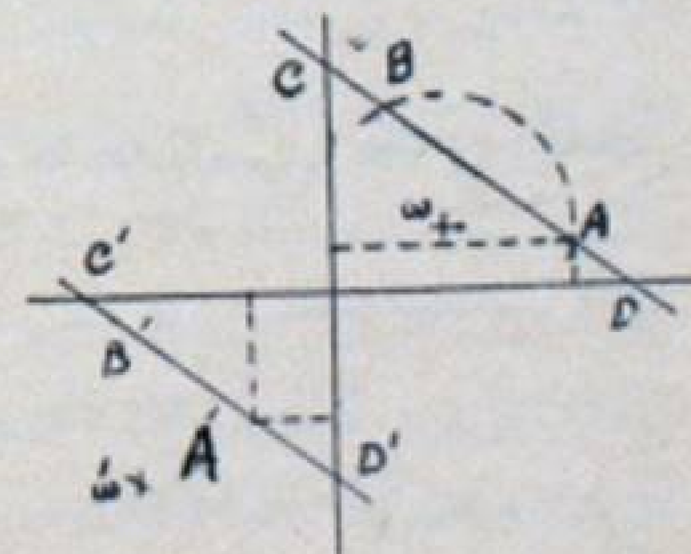
الف ـ چنانچه $x'x$ و $y'y$ مجانبهای هذلولی باشند (ش ٦٧) هرخطمانند AB منحنی ومجانبها را در نقاطی قطع مینماید بطریقی که این روابط برقرار است $AD = CB$ و $AC = BD$ بنابراین وسط AB بر وسط CD نیز منطبق است

ب ـ چون بر هر قطه M از هذلولی مماسی رسم نمائیم این مماس بوسیله مجانب ها بدو قطعه مساوی تقسیم میگردد ، بعبارة اخری قطه M وسط قطعه PQ است (بموجب الف) (ش ٦٧) .

ج ـ چنانچه خط $A'B'$ را بموازات AB رسم نمائیم این رابطه محقق است :

$$AD \times AC = A'D' \times A'C' = ...$$ (ش ٦٧)

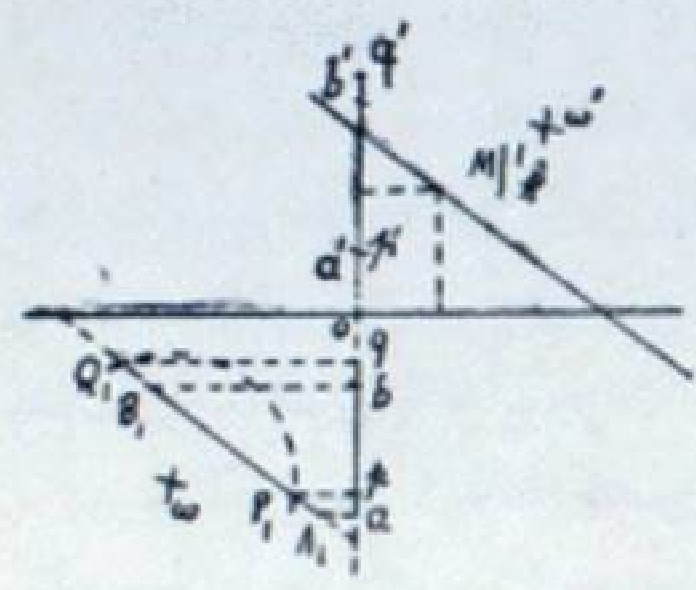
بموجب سه خاصیت فوق محل تلاقی خطی‌را با هذلولی که معادله‌اش بصورت $xy = \kappa$ باشد بطریق ذیل تعیین مینمایند .



ش ٦٨

بدوا قطه A' بمختصات ۱ـــ و k ـ را که مختصاتش دررابطه $xy = \kappa$ صدق مینماید تعیین نموده از این قطه خطی بموازات امتداد مفروض D که مقصود تعیین محل تلاقی آن با نیمرخ است رسم میکنیم قطعهٔ $C'B'$ را برابر $A'B'$ جدا مینمائیم $'$ نیز متعلق بهذلولی خواهد بود . اگر محل تلاقی CD با هذلولی قاط A و B باشد بنابرخاصیت (ج) قوت قطه A نسبت بدائرهٔ ماربر C و D مساوی قوت قطه A' است نسبت بدائره مار بر C' و D'

بنابراین اگر بر قاط C' و D' دائره‌ای اختیاری مرور دهیم و فرض کنیم مرکز آن ω باشد و بعد بر وسط CD عمودی اخراج کرده بمرکز C و شعاع $\omega C'$ دائره‌ای رسم نمائیم تا عمود منصف مزبور را در قطه ω تلاقی نماید ، چون باید قوت قطهٔ مطلوب A یا B برابر قوت قطهٔ A' نسبت بدائرهٔ ω باشد از طرف دیگر اشعهٔ دودائره با یکدیگر متساوی اند پس فاصلهٔ قطهٔ مطلوب A از مرکز ω باید مساوی فاصلهٔ قطه A' از ω باشد ، یعنی برای تعیین قطه A بمرکز ω وشعاع $\omega A'$ قوسی رسم میکنیم تا CD را در قطهٔ مطلوب $\overline{A}$ تلاقی نماید . (ش ٦٨)

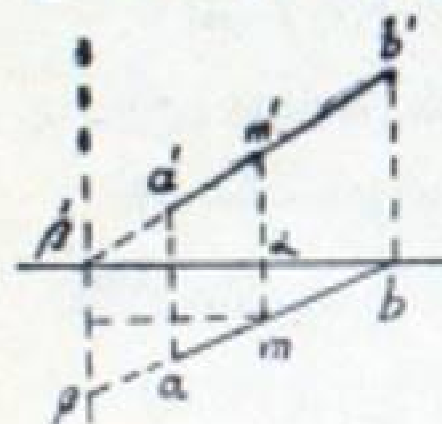


ش ٦٩

حال برای حل مسئله نیمرخرا تسطیح نموده از قطهٔ بمختصات او κ خطی بموازات A_1B_1 رسم مینمائیم و مانند فوق عمل میکنیم pp' و qq' محل تلاقی نیمرخ با هذلولی است (ش ٦٩) بقسمیکه : $op . op' = oq . oq' = k.$

مسئله ۷۳

۸۷ ـ بر خط مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که حاصلضرب بعد و ارتفاعش مساوی مقدار معلومی باشد .



ش ۷۰

$aba'b'$ را خط مفروض و mm' را قطه مطلوب فرض مینمائیم چنین خواهیم داشت $\alpha m . \alpha m' = \kappa$ و $\alpha m' = \alpha\beta' . tg\gamma$ یعنی: $\alpha m . \alpha\beta' . tg\gamma = \kappa$ ویا $\alpha m . \beta'\alpha = \frac{\kappa}{tg\gamma}$ (ش ۷۰) چنانکه ملاحظه میشود مسئله راجع میشود به تعیین محل تلاقی خط $aba'b'$ با هذلولی $\alpha m . \beta'\alpha = \kappa'$ بنا بر آنکه محور طول خط‌الارض ومحورعرض عمودی فرض شود که از قطهٔ β' براین خط اخراج مینمائیم پس طریقهٔ حل مانند مسئله قبل است .

٤ ـ مسائل تمرینی مطروحه مؤلف

۱ ـ برقائم مفروض قطهٔ تعیین کنید که نسبت فواصلش ازصفحهٔ افق وخط الارض معین باشد .

۲ ـ بر نیمرخ مفروض قطه ای تعیین نمائید که نسبت فواصلش ازاثر افقی خط و خط‌الارض برابر مقدار معلومی شود .

⊛ ۳ – بر قائم یا نیمرخ مفروض نقطه ای تعیین کنید که نسبت فواصلش از دو نقطهٔ واقع بر خط الارض معلوم باشد .

۴ – برقائم مفروض نقطه‌ای معلوم کنید که مجموع یا تفاضل فواصلش ازخط الارض و صفحهٔ افق مساوی مقدار معلومی گردد .

۵ – بر نیمرخ مفروض نقطه ای تعیین نمائید که فاصله اش از اثر افقی معین خط برابر بعد نقطه مطلوب باشد .

٦ – بر نیمرخ مفروض نقطه ای معین کنید که مجموع یا تفاضل فواصلش ازاثر افقی نیمرخ و خط الارض برابر مقدار معلومی شود .

⊛ ۷ – از نقطهٔ مفروض نیمرخی رسم کنید که نسبت فواصل آثارش از یك صفحهٔ منصف الزاویه معین باشد .

۸ – خطی رسم کنید که مجموع یا تفاضل فواصلش از صفحات تصویر و همچنین مجموع یا تفاضل فواصلش از صفحات منصف الزاویه برابر K باشد .

۹ – خطی رسم کنید که مجموع فواصلش ازصفحات تصویر وصفحات منصف الزاویه معلوم باشد .

۱۰ – از نقطهٔ مفروض نیمرخی رسم نمائید کـه صفحات منصف الزاویه را تلاقی کرده و نسبت بین قطعات مفروزه بواسطه صفحات منصف الزاویه معلوم باشد .

۱۱ – نیمرخی رسم کنید که ارتفاع اثر قائمش معلوم بوده بعلاوه نسبت بین قطعات خط که محصور بین صفحات تصویر و صفحه منصف الزاویه است مساوی مقدار معلومی بوده و ضمنا تصویر افقی نقطه ای از آن معین باشد

۱۲ – از نقطهٔ مفروض نیمرخی رسم نمائید که صفحات تصویر وصفحهٔ منصف الزاویه را تلاقی کرده و ضمنا نسبت بین قطعات مفروزه مساوی مقدار معلومی باشد .

۱۳– از نقطهٔ مفروض افقیه ای رسم کنید که یکی از صفحات منصف الزاویه را بزاویهٔ معین قطع کند .

۱۴– از نقطهٔ واقع بر خط الارض خطی چنان رسم کنید که زاویهٔ آن با یکی از صفحات منصف الزاویه معین بوده بعلاوه نسبت فواصل جمیع نقاط آن ازصفحات منصف الزاویه مساوی مقدار معینی باشد .

۱۵– تصویر افقی ومواجه فاصله اثر از یکی ازصفحات منصف الزاویه معین است تصویر قائم آن مطلوب است .

۱٦– ازنقطه ای واقع در یکی‌از صفحات منصف‌الزاویه‌خطی چنان رسم کنید که طول‌قطعه محصور ازآن بواسطه‌همین صفحات معین‌بوده بعلاوه زاویه‌اش باخط الارض نیز معلوم باشد .

⊛ ۱۷– برخط مفروض نقطه‌ای‌تعیین کنید که نسبت فواصلش ازصفحات منصف‌الزاویه معین باشد .

۱۸ – بر خط‌مفروض نقطه ای تعیین کنید که از یك صفحهٔ تصویر و یك صفحه منصف الزاویه متساوی الفاصله باشد .

۱۹ – بر خط مفروض نقطه ای تعیین نمائید که نسبت فواصل آن از یك صفحهٔ تصویرو یك صفحه منصف الزاویه برابر مقداری معین گردد.

۲۰ – برخط مفروض نقطهٔ ای تعیین کنید کـه مجموع یا تفاضل فواصلش از یك صفحه تصویرویك صفحه منصف الزاویه برابر مقدار ثابتی باشد .

۲۱ ازنقطهٔ مفروض بر خط الارض خطی نیمرخ رسم کنید که زاویه اش بایکی از صفحات منصف الزاویه معین باشد .

۲۲ – از نقطهٔ مفروض نیمرخی رسم کنید که یکی از صفحات منصف الزاویه را بزاویه معین تلاقی کند .

⊛ ۲۳ – تصاویر مثلثی را تعیین نمائید که یکراسش برخط الارض و رؤس دیگرش برصفحات تصویرقرارداشته باشند بعلاوه وسط خط واصل بین‌این دورأس که‌نیمرخ‌است نقطه‌ای مفروض بوده وضمنا طول میانهٔ وارد از رأس واقع برخط الارض‌نیزمعین‌باشد

⊛ ۲۴ – از نقطهٔ مفروض نیمرخی‌مرور دهید که حاصل ضرب طول قطعات خط که محصور بین‌نقطه وصفحات تصویر است برابر مقدارمعین باشد.

۲۵ – نیمرخی بموازات نیمرخ مفروض رسم نمائید که‌طول قطعه‌محصور آن که بین صفحات تصویر است معین بوده بعلاوه تصویر افقی یك نقطه از آن نیزمعلوم‌باشد.

فصل دوم ـ صفحه

۱ ـ وضع دو خط

مسئله ۷۴

۸۸ ـ از نقطهٔ مفروض aa' خطی رسم کنید که بر محل تلاقی دو خط DD' و $\Delta\Delta'$ که در حدود نقشه متلاقی نیستند بگذرد.

از نقطهٔ a خطی چنان رسم مینمائیم که تصاویر افقی دو خط نمایش صفحه را در نقاط p و q تلاقی نماید خط mn را بموازات pq مرور میدهیم قطعه mn را به نسبت $\frac{pa}{qa}$ تقسیم مینمائیم خط ao از محل تلاقی دو خط نمایش صفحه خواهد گذشت.

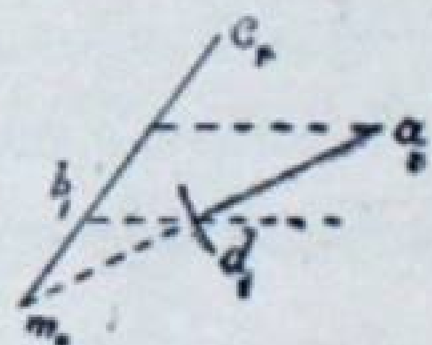
ش ۷۱

عیناً همین عمل را در مورد تصویر قائم نقطه معمول میداریم (ش ۷۱)

مسئله ۷۵

۸۹ ـ از نقطهٔ مفروض خطی بشیب معین چنان رسم کنید که خط دیگر را تلاقی کند.

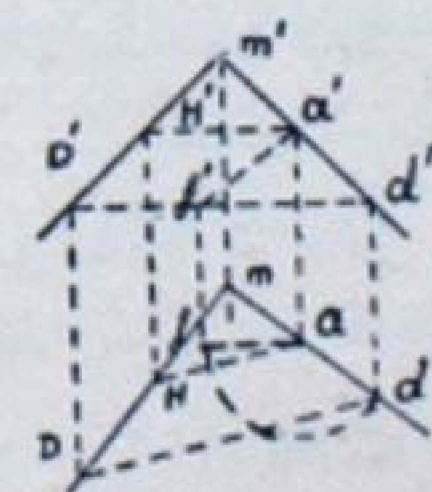
چون باید خط مرسوم خط مفروض را تلاقی کند بس بر نقطه a_2 و خط b_1c_4 صفحه‌ای مرور داده در این صفحه خطی بشیب معین مرور میدهیم بدین معنی که بمرکز a_2 وشعاع عکس شیب (اساس) دائره‌ای رسم مینمائیم تا افقیهٔ رقوم ۱ صفحه را تلاقی نماید خط a_2d_1 جواب مسئله است (ش ۷۲) که در نقطهٔ m_0 خط cb را قطع کرده.



ش ۷۲

۹۰ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که با صفحهٔ افق زاویهٔ معینی تشکیل داده ضمناً خط مفروضی را تلاقی نماید

ابتدا از نقطهٔ aa' افقیه اختیاری HH' را متکی بر خط DD' رسم مینمائیم بعد در صفحهٔ aa' و DD' افقیهٔ دیگری بارتفاع اختیاری مرور میدهیم. از نقطهٔ aa' جبههٔ $afa'f'$ را چنان رسم میکنیم که با افقیه مزبور زاویهٔ α را ایجاد نماید بمرکز a و شعاع af قوسی رسم میکنیم تا تصویر افقی افقیه را در نقطهٔ d



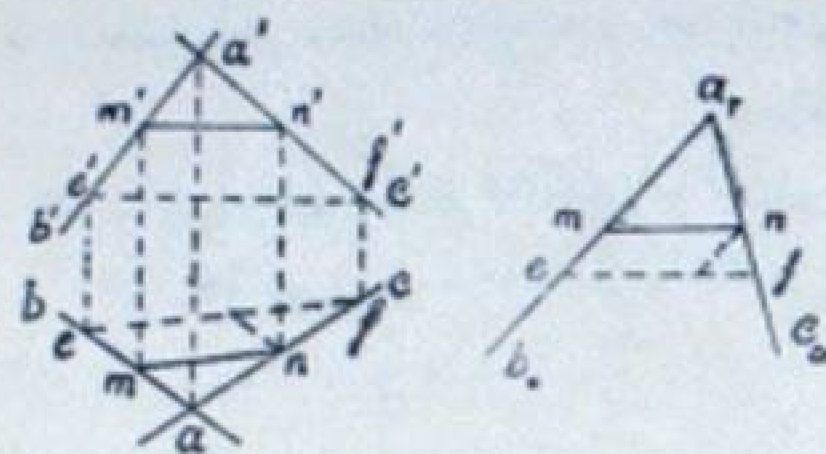
ش ۷۳

قطع کند d' را بوسیلهٔ رابط تعیین میکنیم $ada'd'$ جواب مسئله است که در نقطه mm' خط DD' را قطع کرده (ش ۷۳)

مسئله ۷۶

۹۱ ـ بر دو خط واقع در یك صفحه افقیه‌ای بطول معین مرور دهید

افقیهٔ اختیاری ef را متکی بر دو خط ab و ac نمایش صفحه رسم مینمائیم از این خط طول مفروض را از نقطه e جدا میکنیم از منتهاالیه بموازات ab رسم میکنیم تا ac را در نقطه n تلاقی نماید از این نقطه بموازات ef رسم میکنیم mn جواب مسئله است (ش ۷۴)

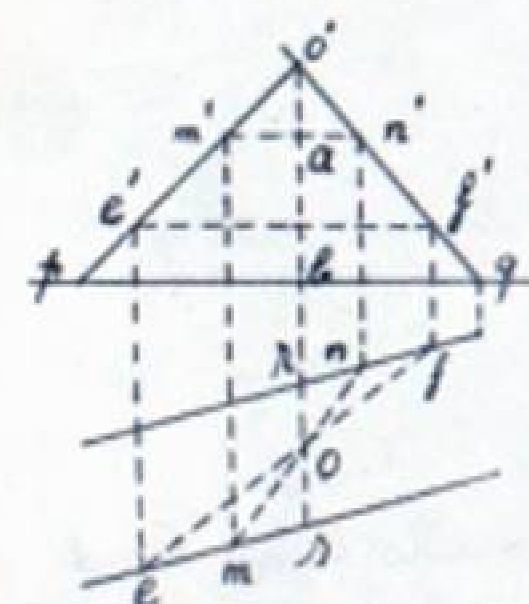


ش ۷۴

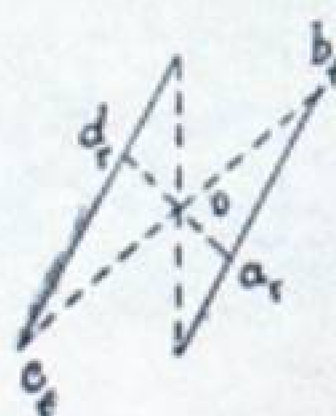
مسئله ۷۷

۹۲ ـ ثابت کنید تصاویر افقیه های متکی بر دو خط متنافر که تصاویر افقی شان متوازی است بر یك نقطهٔ میگذرد.

۱ ـ بر دو خط مفروض دو افقیه اختیاری مثلاً افقیه رقوم ۲ و رقوم ۳ را متکی رسم مینمائیم در نقطهٔ o متلاقی میشوند از مثلثات متشابه oab و oed حاصل می شود: $\frac{oc}{ob}=\frac{od}{oa}=\frac{cd}{ab}$ اما cd و ab بترتیب برابر ۲ اساس هریك از خطوط مزبوراند که چون اساسها را m و m' فرض نمائیم حاصل میشود: $\frac{od}{oa}=\frac{m}{m'}$ اما چون اساس هر خط مقدار ثابت و مشخص است معلوم میشود نقطه o بر ad محل ثابتی دارد یعنی جمیع افقیه های متکی بر دو خط مزبور بر نقطهٔ o خواهند گذشت (ش ۷۵)



ش ۷۶



ش ۷۵

۲ ـ رابط نقطهٔ o' را رسم مینمائیم تصاویر افقی دو خط مفروض را در نقاط

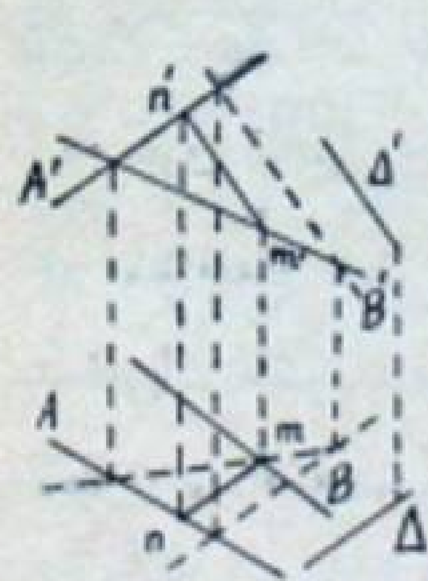
r و s تلاقی مینماید افقیهٔ اختیاری $mnm'n'$ را متکی بر دو خط رسم میکنیم از تشابه مثلثات orn و osm نتیجه میشود : $\frac{or}{os} = \frac{on}{om} = \frac{an'}{am'} = \frac{bq}{bp}$ ، اما چون مقدار $\frac{bq}{bp}$ ثابت است معلوم میشود نسبت $\frac{or}{os}$ نیز ثابت بوده یعنی نقطه o بر rs محل ثابتی دارد بعبارهٔ اخری جمیع افقیه های دیگر مانند $efe'f'$ نیز از نقطهٔ o میگذرند (ش ۷۶)

مسئله ۷۸

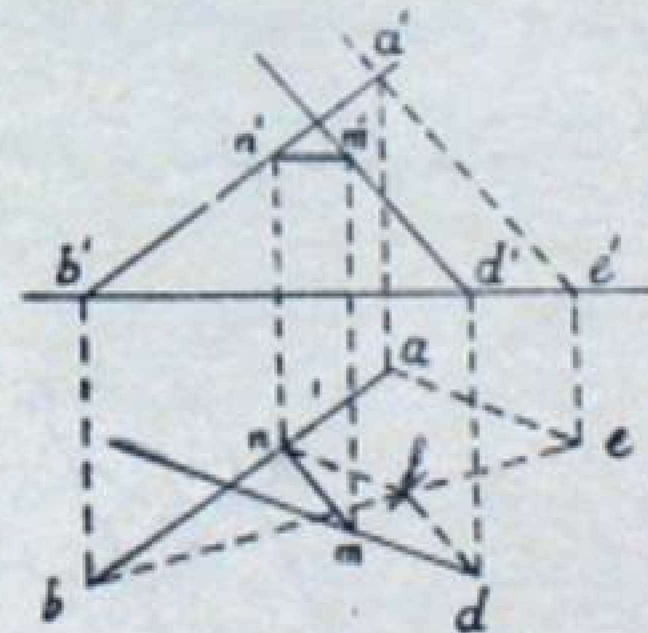
۹۳ ـ بر دو خط متنافر افقیه‌ای او لا بطول معین، ثانیا بطول می نی موم مرور دهید

حل هندسی ـ فرض میکنیم AB و CD صفحهٔ مفروض P را در نقاط B و D تلاقی کرده باشند بر AB صفحهٔ بموازات CD مرور میدهیم باین شکل که از نقطه A خط AE را بموازات CD رسم میکنیم تا صفحه P را در نقطهٔ E تلاقی نماید خط BE فصل مشترک دو صفحه است ، حال بمرکز D و شعاع l دائرهٔ رسم مینمائیم تا فصل مشترک مزبور را در نقطهٔ F تلاقی نماید خط DF را وصل مینمائیم خط FM را بموازات CD رسم میکنیم تا خط AB را در نقطهٔ M قطع کند MN را بموازات DF رسم میکنیم این خط جواب مسئله است .

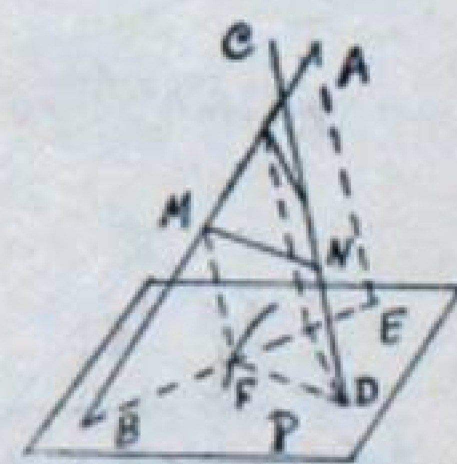
وقتی مقصود رسم افقیه‌ای بطول می نی موم باشد بمرکز D دائرهٔ رسم مینمائیم که بر خط BF مماس شود و از نقطهٔ تماس بموازات CD رسم مینمائیم و مانند قبل عمل میکنیم . (ش ۷۷)



ش ۷۸



ش ۷۷



طریقهٔ ترسیم عینا مانند حل هندسی است در اینجا فقط برسم آن اکتفا میکنیم (ش ۷۷)

مسئله ۷۹

۹۴ ـ خطی بموازات امتداد Δ و متکی بر دو خط مفروض رسم نمائید

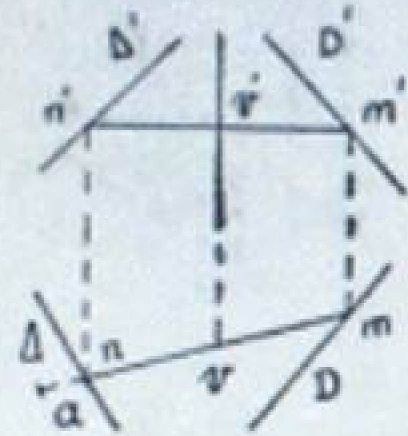
۱ ـ بر یکی از دو خط مثلا بر AA′ خطی بموازات ΔΔ′ رسم مینمائیم محل تلاقی

خط BB′ را با صفحه که بر این دو خط میگذرد تعیین مینمائیم نقطهٔ mm' معین میگردد خط $mnm'n'$ را بموازات ΔΔ′ رسم میکنیم جواب مسئله معین میگردد (ش ۷۸)

۲ ـ طریقهٔ ترسیم در هندسهٔ رقومی مانند فوق است

تبصره ـ از حل مسئلهٔ فوق طریقه برای ترسیم ذوزنقه که امتداد قاعده و دو ساقش معلوم بوده و چهار راسش بر چهار خط معین واقع باشد بدست میاید (مورد)

مسئله ۸۰



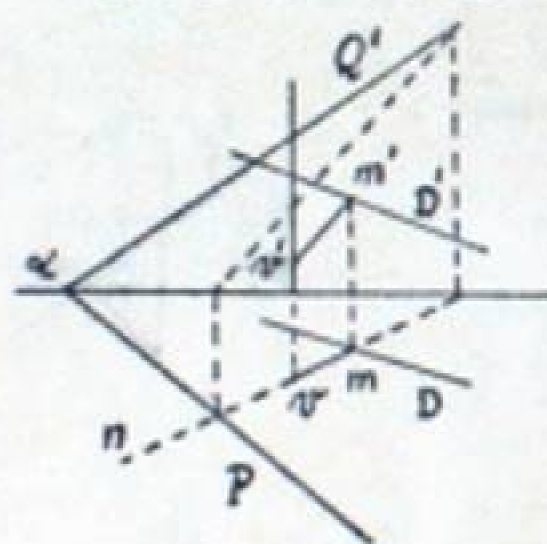
ش ۷۹

۹۵ ـ خطی رسم کنید که سه خط را تلاقی کند بفرض آنکه یکی از خطوط قائم بوده و تصویر افقی یکی از نقاط خط مطلوب معین باشد

نقطهٔ مفروض را به تصویر افقی قائم وصل میکنیم خط av دو خط Δ و D را در نقاط m و n تلاقی مینماید که میتوان تصویر قائم آنها را تعیین نمود و خط را مشخص ساخت (ش ۷۹)

مسئله ۸۱

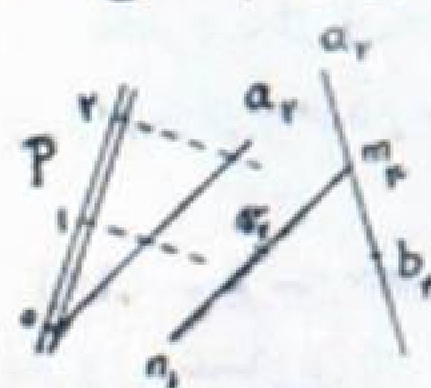
۹۶ ـ دو خط یکی غیر مشخص و دیگری قائم و صفحه‌ای مفروض اند مطلوب رسم تصاویر خطی است که بر دو خط مزبور متکی بوده و موازی صفحه باشد بشرط آنکه تصویر افقی یکی از نقاط خط مطلوب معین باشد .



ش ۸۰

نقطه مفروض n را به v که تصویر افقی قائم است وصل مینمائیم خط D را در نقطهٔ D تلاقی مینماید نظیر m را تعیین مینمائیم از نقطه حاصل یعنی mm' خطی بموازات صفحه PαQ′ رسم میکنیم باین ترتیب که فصل مشترک صفحه قائم mv را با صفحه تعیین کرده از m' بموازات آن رسم میکنیم جواب مسئله است (ش ۸۰)

۹۷ ـ قائم v و خط a_1b_1 و صفحه P مفروض اند مقصود رسم خطی است که متکی بر قائم و خط بوده و موازی باصفحه باشد بشرط آنکه n تصویر غیر مدرج یکی از نقاط خط مطلوب اختیار گردد ،

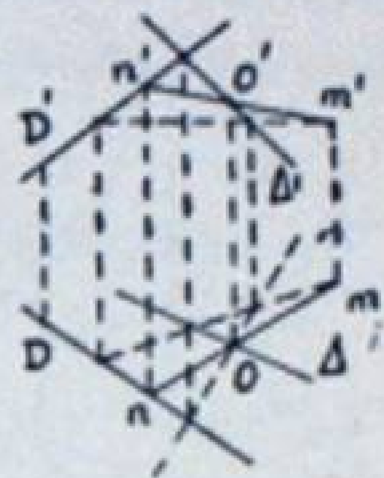


ش ۸۱

nv را امتداد میدهیم a_1b_1 را در نقطه m_2 تلاقی مینماید خط اختیاری در صفحه بموازات nm رسم نموده اساس آنرا تعیین میکنیم خط nm را بنابر خواص دو خط متوازی مدرج مینمائیم جواب مسئله معین میگردد (ش ۸۱)

مسئله ۸۲

۹۸ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که بر دو خط متنافر متکی باشد
بر نقطهٔ mm' و یکی از خطوط صفحهٔ مرور میدهیم محل تقاطع این صفحه را با خط دیگر تعیین مینمائیم خط $mom'o'$ را امتداد میدهیم تا خط ثانی را در نقطهٔ nn' تلاقی نماید جواب مسئله مشخص میگردد (ش ۸۲)



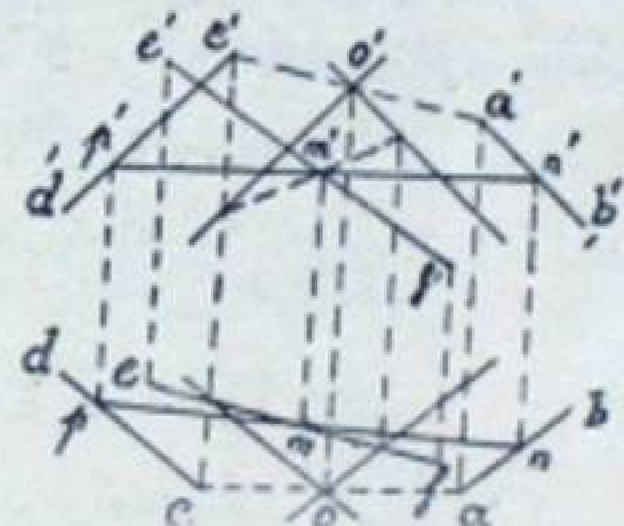
ش ۸۲

۹۹ ـ مسئله فوق راعینا بهمان طریقه که ذکر شد میتوان در هندسهٔ رقومی ترسیم نمود .

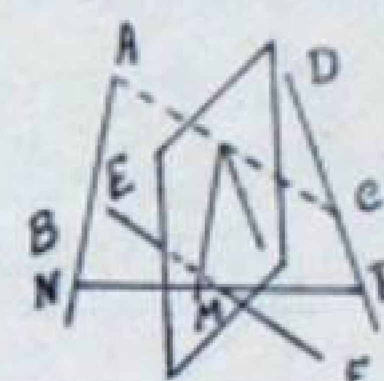
مسئله ۸۳

۱۰۰ـ خطی مرور دهید که سه خط را تلاقی کرده و بدو قسمت متساوی تقسیم شود .

حل هندسی ـ خط اختیاری AC را متکی بر دو خط AB و CD رسم مینمائیم از وسط این خط صفحه بموازات دو خط مزبور مرور میدهیم جمیع خطوط متکیهٔ بر دو خط AB و CD بوسیله این صفحه نصف میشوند، محل تلاقی خط EF را با این صفحه تعیین میکنیم نقطهٔ M مشخص میگردد بر این نقطه مانند مسئله قبل خطی متکی بر دو خط AB و CD مرور میدهیم بدین ترتیب NP جواب مسئله خواهد بود . (ش ۸۳)



ش ۸۴



ش ۸۳

طریقهٔ ترسیم مسئله درهردوحالت مانند حل هندسی است فقط بترسیم اکتفامیکنیم (ش ۸۴)

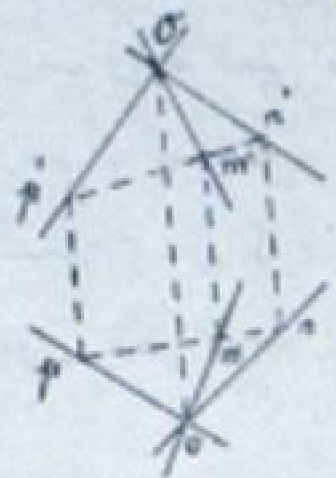
تبصره ـ از اینجا طریقه برای رسم ذوزنقه‌ای که امتداد قاعده‌اش معین بوده ورؤس و اوساط دو ساقش بر شش خط معین قرار داشته باشد معین میگردد (هورفر)

مسئله ۸۴

۱۰۱ ـ بر سه خط متنافر خطی چنان متکی رسم نمائید که نسبت بین قطعات مفروزه مساوی K باشد
حل مسئله مانند مسئله قبل است فقط باید خط واصل بین A و C را به نسبت معینی تقسیم نموده و عملیات بعداز آن را ادامه داد .

مسئله ۸۵

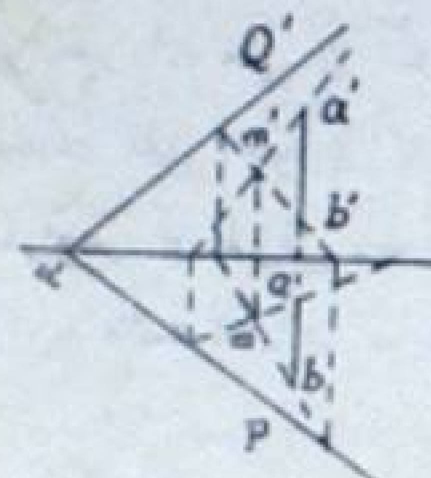
۱۰۲ ـ صفحه ای بدو خط متقاطع بر نقطهٔ o نموده شده تصویر افقی خطی از این صفحه بر نقطهٔ o میگذرد تصویر قائم خط مطلوب است
خط اختیاری pmn را چنان رسم مینمائیم که دوخط نمایش صفحه و خط مار بر نقطه o را تلاقی نماید نظیر نقاط n و p را در تصویر قائم تعیین مینمائیم نقطهٔ m' مشخص میگردد این نقطه را به o' وصل میکنیم تصویر قائم مطلوب است (ش ۸۵)



ش ۸۵

مسئله ۸۶

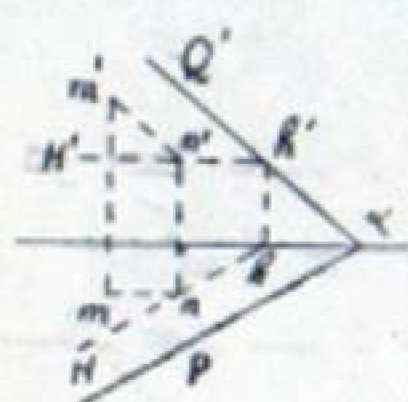
۱۰۳ ـ آثار صفحه‌ای را که بر نیمرخ مفروض و نقطهٔ معین مرور نموده تعیین کنید
نقطهٔ mm' را به نقاط aa' و bb' واقع بر نیمرخ وصل مینمائیم آثار خطوط $mam'a'$ و $mbm'b'$ را تعیین نموده بیکدیگر وصل میکنیم آثار صفحه مشخص میگردد . (ش ۸۶)



ش ۸۶

مسئله ۸۷

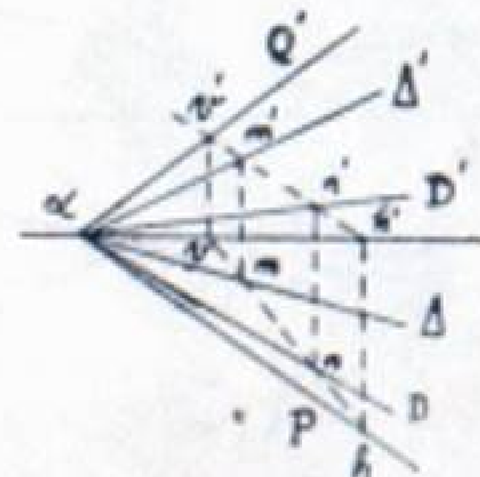
۱۰۴ ـ آثار صفحه را معین کنید که بر یك افقیه و یك نقطه یا بر یك جبهیه و یك نقطه گذشته باشد .
از نقطه mm' جبهیه متکی بر افقیه مفروض رسم مینمائیم اثر قائم افقیه را تعیین مینمائیم نقطه $h'h$ معین میگردد از h' خطی بموازات تصویر قائم جبهیه یعنی $mnm'n'$ رسم مینمائیم این خط اثر قائم صفحه است کـه چون از نقطه α بمـوازات H رسم کنیم اثر افقی نیز معلوم میشود (ش ۸۷)



ش ۸۷

مسئلهٔ ۸۸

۱۰۵ ـ آثار صفحه را تعیین کنید که بدو خط متقاطع نموده شده ونقطه تقاطع آنها بر خط الارض باشد
واضح است نقطه تلاقی دو خط خود متعلق به آثار است پس فقط کافی است خط اختیاری $mnm'n'$ را در صفحه رسم کرده آثار آنـرا تعیین نمائیم و نقاط حاصل را به نقطه α وصل کنیم تا آثار صفحه معین گردد (ش ۸۸)

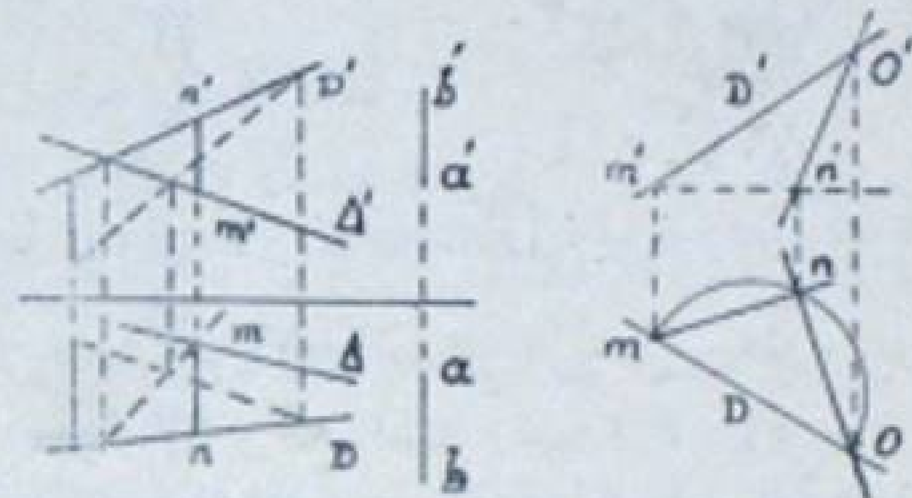


ش ۸۸

مسئله ۸۹

۱۰۶ – آثار صفحهٔ را تعیین کنید بنا بر آنکه تصویر خطی از آن و تصویر قائم بزرگترین شیبی واقع بر آن معین باشد

DD' را خط مفروض و $o'n'$ را تصویر قائم بزرگترین شیب اختیار مینمائیم که در نقطهٔ o' تصویر قائم خط را تلاقی کرده واضح است تصویر افقی بزرگترین شیب باید بر نظیر o' یعنی o که بوسیله رسم رابط معین میگردد بگذرد از طرف دیگر چون صفحهٔ افقی اختیاری $m'n'$ را رسم نمائیم تصویر افقی فصل مشترک این صفحه با صفحهٔ مفروض از طرفی باید بر m گذشته و از طرف دیگر با تصویر افقی بزرگترین شیب زاویه قائمه احداث نماید پس چون بقطر mo نیمدائره‌ای رسم نمائیم رابط نقطهٔ m' آنرا در نقطه n تلاقی مینماید بقسمی که no تصویر افقی بزرگترین شیب و mn تصویر افقی افقیه صفحه خواهد گردید (ش ۸۹) و آثار صفحه‌را می توان بسهولت تعیین کرد



ش ۸۹ ش ۹۰

مسئله ۹۰

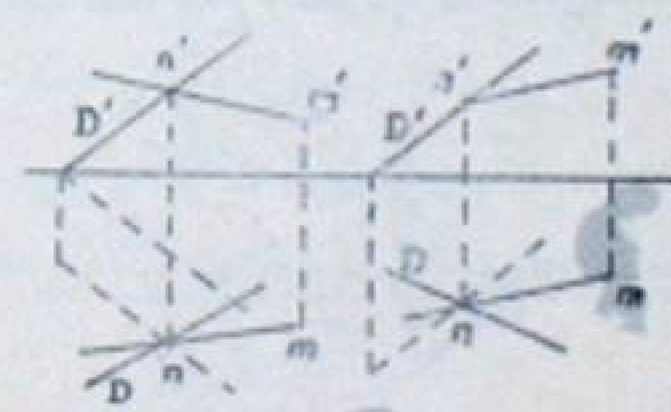
۱۰۷ – خطی بموازات نیمرخ مفروض رسم کنید که متکی بر دو خط باشد .

بر یکی از دو خط مثلا به DD' خط $cdc'd'$ را بموازات نیمرخ $aba'b'$ رسم مینمائیم فصل مشترک خط $\Delta\Delta'$ را با صفحه مار بر این دو خط تعیین مینمائیم نقطه mm' معین میگردد از این نقطه بموازات نیمرخ رسم میکنیم جواب مسئله است (ش ۹۰)

مسئله ۹۱

۱۰۸ – از نقطهٔ مفروض خطی مرور دهید که خط دیگر را تلاقی کرده وبموازات یکی از صفحات منصف الزاویه باشد.

کافی است بر DD' نقطهٔ چنان تعیین کنیم که تفاضل (موازی صفحه منصف الزاویه ناحیه اول) یا مجموع (موازی صفحه ربع دوم) بعد وارتفاعش برابر تفاضل مجموع بعد و ارتفاع نقطه مفروض mm' باشد، نقطه حاصل را به mm' وصل کنیم خط مطلوب معین میگردد . (ش ۹۱)



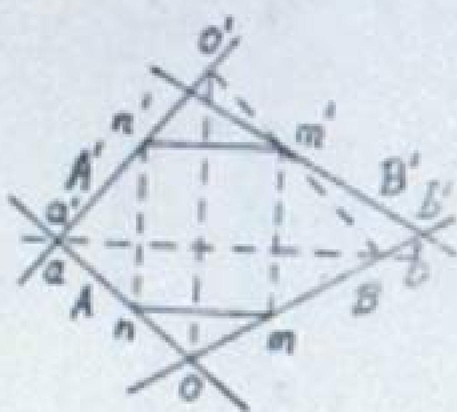
ش ۹۱

تبصره – از حل قسمت دوّم مسئله فوق میتوان این مسئله هندسه‌را حل نمود : دو راس متوازی الاضلاعی معین است (m و m') مقصود تعیین دوراس دیگر آن بفرض آنکه بدانیم بر دو خط مفروض D و D' قرار دارد.(هورفر)

مسئله ۹۲

۱۰۹ – خطی بموازات خط الارض رسم کنید که دو خط مفروض را تلاقی کند .

از نقطهٔ aa' مفروض بر خط AA' خطی بموازات خط الارض مانند $aba'b'$ رسم مینمائیم فصل مشترک صفحه مار بر این خط و AA' را با خط BB' تعیین مینمائیم باین ترتیب که B را اثر افقی صفحهٔ قائمی اختیار کرده فصل مشترک آنرا با صفحه مزبور که خط $bb'oo'$ معلوم میکنیم این خط A' را در نقطه mm' تلاقی مینماید بقسمیکه جواب مسئله خط $mnm'n'$ معین خواهد گردید (ش ۹۲)



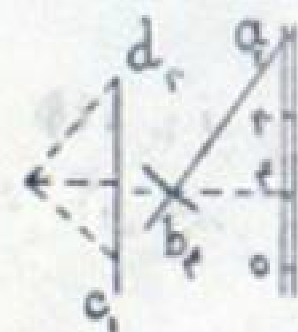
ش ۹۲

تبصره – بوسیله فوق میتوان مستطیلی که امتداد ضلعش معلوم بوده و چهار رأس آن بر چهار خط مفروض واقع است رسم کرد . (هورفر)

مسئله ۹۳

۱۱۰ – بر نقطه مفروض خطی بشیب معین چنان مرور دهید که با خطی دیگر زاویهٔ قائمه ایجاد کند

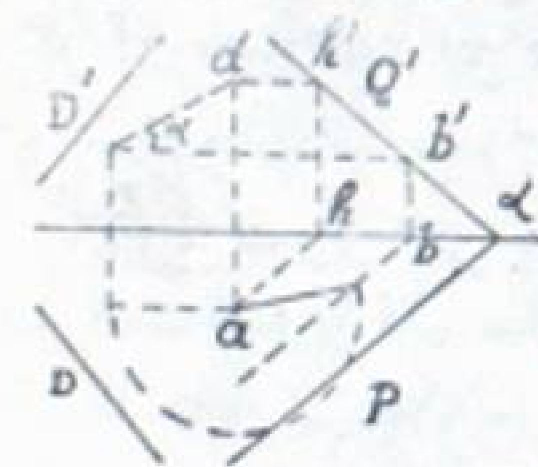
از نقطهٔ a_2 صفحه P را بر خط مفروض c_1d_2 عمود مینمائیم در این صفحه از نقطهٔ a خطی بشیب معین رسم میکنیم ab جواب مسئله است (ش ۹۳)



ش ۹۳

۱۱۱ – از نقطهٔ aa' خطی رسم کنید که با صفحه افق زاویه مفروضی تشکیل داده و با خطی معین زاویهٔ قائمه ایجاد کند

از نقطهٔ aa' صفحهٔ $P\alpha Q'$ را بر خط DD' عمود مینمائیم باین ترتیب که بدوا افقیه HH' را طوری رسم میکنیم که تصویر افقیش بر D عمود باشد از نقطهٔ h اثر قائم افقیه مزبور عمودی بر D' فرود میاوریم α مشخص میگردد از نقطهٔ α عمودی بر D فرود میاورم صفحهٔ $P\alpha Q'$ عمود بر DD' است حال از نقطه



ش ۹۴

aa' جبهه $afa'f'$ را طوری رسم‌میکنیم که‌با صفحه افق‌زاویهٔ α را ایجاد کندبمر کز a و شعاع af دائرهٔ رسم مینمائیم تا افقیه بارتفاع f' را در نقطه b تلاقی نماید $aba'b'$ جواب مسئله است (ش ٩٤)

مسئله ٩٤

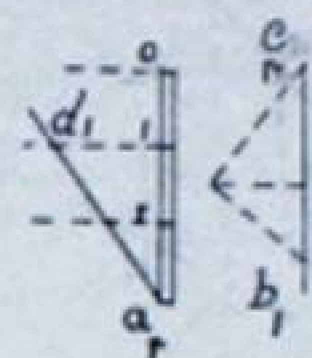
١١٢ دو خط متقاطع مفروض است تحقیق کند برهم عمود اند یانه

بر یکی از دو خط صفحه عمود میکنیم اگرخط دیگر بموازات این صفحه‌باشد دو خط برهم عمود اند و الافلا .

مسئله ٩٥

١١٣ ـ خطی را مدرج کنید که‌تصویر مدرج یك نقطه از آن معلوم بوده و با خط مفروض دیگر زاویهٔ قائمه ایجاد نماید

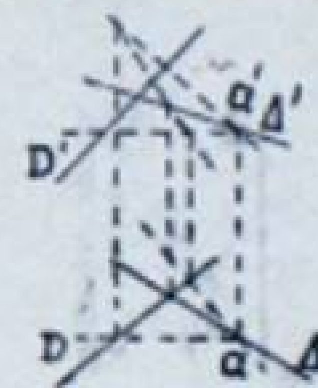
از نقطه مدرج مفروض یعنی a_2 صفحهٔ بر خط معین b_1c_2 عمود مینمائیم خط غیر مدرج‌دراین صفحه قراردارد بنابراین میتوان آنرا مدرج ساخت(ش٩٥)



ش ٩٥

١١٤ ـ تصویر افقی‌خطی و تصویر قائم‌یك نقطه از آن‌معین‌است‌مقصود تعیین تصویر قائم خط است بنابر آنکه بدانیم با خط مفروضی زاویهٔ قائمه احداث میکند

از نقطهٔ مفروض aa' صفحهٔ بر خط معین DD' عمود میکنیم تصویر قائم مطلوب در این صفحه واقع است‌وچنانکه میدانیم میتوان آنرامشخص نمود(ش٩٦)



ش ٩٦

مسئله ٩٦

١١٥ ـ تصویر مدرج یك ضلع زاویهٔ قائمه و تصویر غیر مدرج ضلع دیگر آن معین است این ضلع را مدرج کنید

طریقهٔ حل مانند نمره ١١٣ است منتها باید از رأس زاویهٔ‌قائمه صفحهٔ عمودنمود .

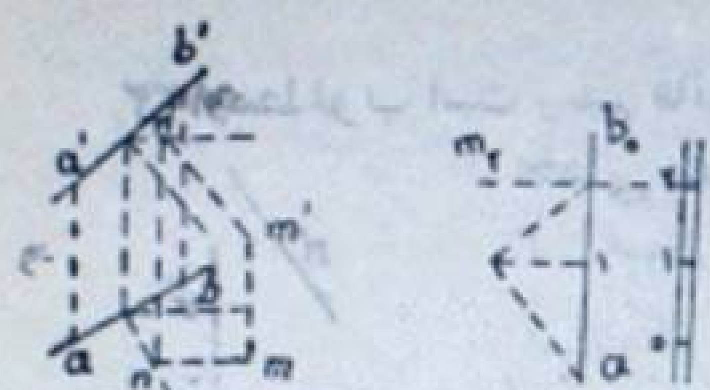
١١٦ ـ تصویر افقی یك ضلع از زاویه قائمه‌و تصاویر ضلع دیگرآن معین است تصویر قائم ضلع اوّل مطلوب است

مانند مسئله نمره١١٤ حل و رسم میشود .

مسئله ٩٧

١١٧ـ تصاویر رقومدارنقاط A وB وتصویرغیرمدرج نقطهM مفروض‌اند رقوم این نقطه مطلوب است بفرض آنکه MA = MB .

از تساوی MA = MB معلوم میشود نقطهٔ M بر صفحهٔ عمود منصف AB قرار دارد چون‌این صفحه‌رارسم نمائیم رقوم نقطهٔ M بوسیله رسم افقیه معین‌میگردد (ش ٩٧)



ش ٩٨ ش ٩٧

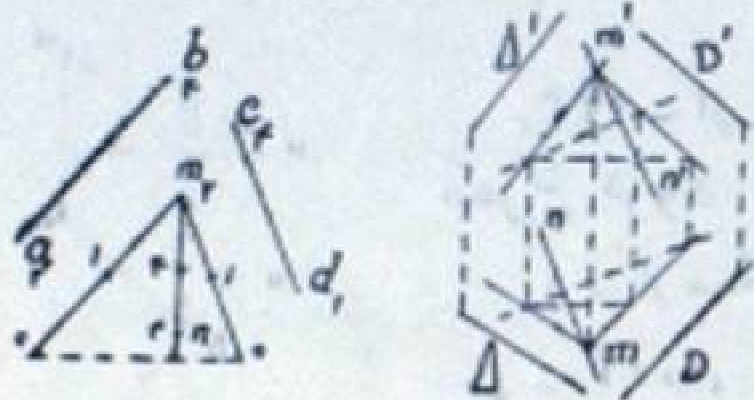
١١٨ـ تصاویر خط AB وتصویرافقی نقطهٔM معین‌است‌بفرض آنکه MA = MB تصویر قائم نقطه را معین نمائید

صفحهٔبر وسط $ba'b'$ عمود مینمائیم نقطه M در این صفحه قرار دارد بنا براین تصویر قائمش تعیین میگردد (ش ٩٨)

مسئله ٩٨

١١٩ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که‌با دوخط متنافر زاویه قائمه‌احداث‌نماید.

از نقطهٔ‌مفروض‌دو خط‌بموازات خطوط مفروض رسم مینمائیم و از همین نقطه عمودی بر صفحه مار بر این دو خط اخراج میکنیم (ش ٩٩)

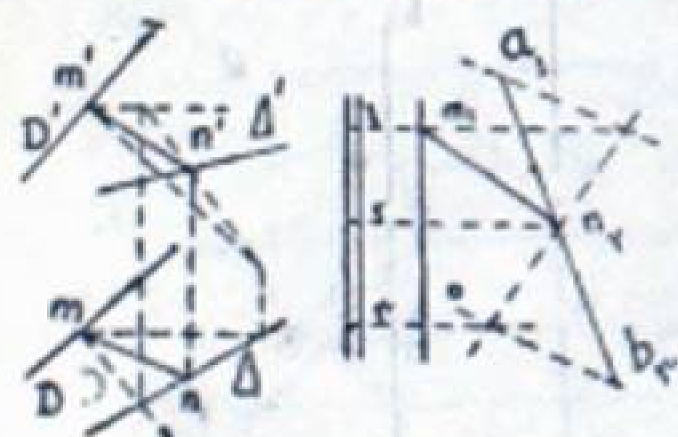


ش ٩٩

مسئله ٩٩

١٢٠ ـ از نقطه واقع بر مستقیم مفروض خطی بر آن عمودکنیدکه خط دیگر را تلاقی کند .

از نقطهٔ مفروض بر مستقیم صفحهٔ بر آن عمود میکنیم محل تلاقی این صفحه را با خط مفروض‌تعیین نمائیم‌خط واصل بین نقطه مفروض ومحل‌تلاقی‌خط وصفحه‌جواب‌مسئله‌است(ش١٠٠)



ش ١٠٠

مسئله ١٠٠

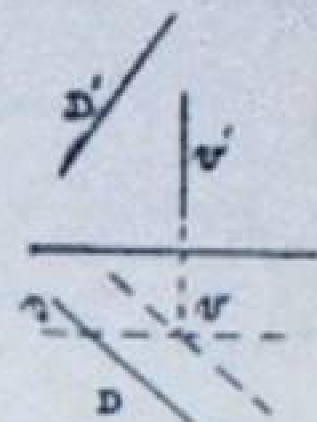
١٢١ـ تصاویرافقی‌دوخط و تصاویر عمود مشترکشان‌معلوم است‌مطلوب تعیین تصویر قائم خطوط است .

از دواتهای عمود مشترك دوصفحه براین خط عمود مینمائیم خطوط مزبور براین

صفحات واقع‌اند و چون تصاویر افقیشان معین است تصاویر قائمشان بسهولت مشخص میگردد

مسئله ۱۰۱

۱۳۲ مطلوب است رسم قائمی که بعدش معین بوده و اقصر فاصله اش از خطی مفروض مشخص باشد

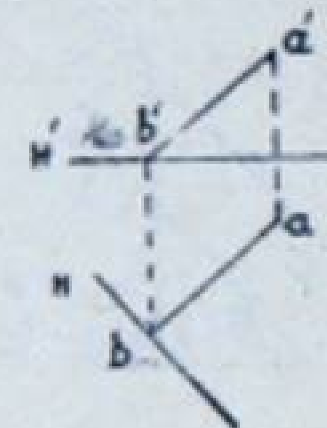


ش ۱۰۱

چون بعد قائم معین است پس تصویر افقیش برخطی واقع است که بفاصله بعد مفروض و موازی خط الارض رسم شود از طرف دیگر چون اقصر فاصله اش از خطی مشخص است پس برای تعیین آن خطی بموازات تصویر افقی خط و بفاصله معین رسم مینمائیم دو خط مزبور در نقطهٔ که تصویر افقی قائم است تلاقی مینمایند (ش ۱۰۱)

مسئله ۱۰۲

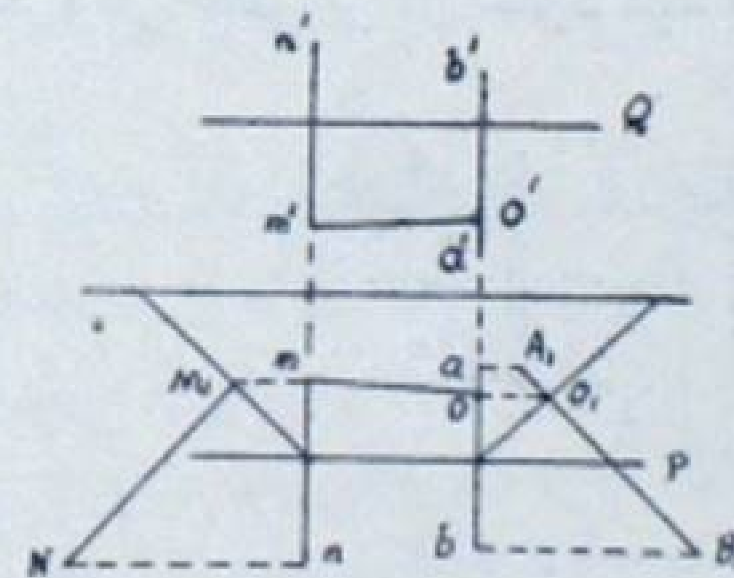
۱۳۳ - از نقطهٔ مفروض خطی عمود بر افقیهٔ یا نیمرخ فرود آورید



ش ۱۰۲

۱ - ازنقطهٔ a عمود ab را برتصویر افقی افقیه مفروض یعنی بر H فرود می‌آوریم تصویر قائم نقطهٔ b را بوسیلهٔ رسم رابط تعیین مینمائیم $aba'b'$ جواب مسئله است (ش ۱۰۲)

۲ - بدوا از نقطهٔ مفروض mm' نیمرخ $mnm'n'$ را بموازات $aba'b'$ رسم مینمائیم این خط را در صفحه نیمرخ مار بـر MN تسطیح میکنم از نقطه M_1 واقع بر تسطیح نیمرخ عمودی بر آن اخراج کرده آثار این خط را تعیین مینمائیم چون از این نقاط بموازات خط الارض رسم نمائیم آثار صفحهٔ مواجهی که از نقطهٔ mm' عمود بر نیمـرخ $aba'b'$ رسم میشود تعیین میگـردد محل تلاقی این صفحه را با نیمرخ مفروض تعیین نموده نقطهٔ mm' را با آن وصل مینمائیم خط $mom'o'$ جواب مسئله است (ش ۱۰۳)



ش ۱۰۳

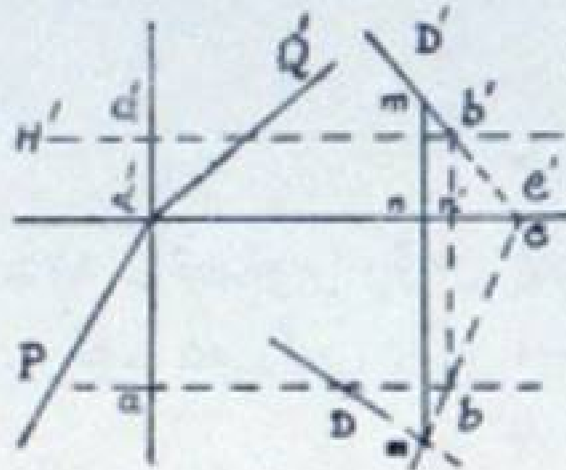
میتوان بطریقه دیگری نیز مسئله را حل نمود از اینقرار :

از نقطهٔ nn' عمودی بر صفحه مار بر نیمرخ $aba'b'$ فرود میاوریم موقع عمود نقطهٔ oo' است این نقطه و نیمرخ را درصفحه نیمرخ مزبور تسطیح مینمائیم از تسطیح نقطه یعنی o_1 عمودی بر A_1B_1 فرود آورده موقع عمود را ترفیع میکنیم نقطهٔ mm' معین میشود خط $nmn'm'$ جواب مسئله است .

مسئله ۱۰۳

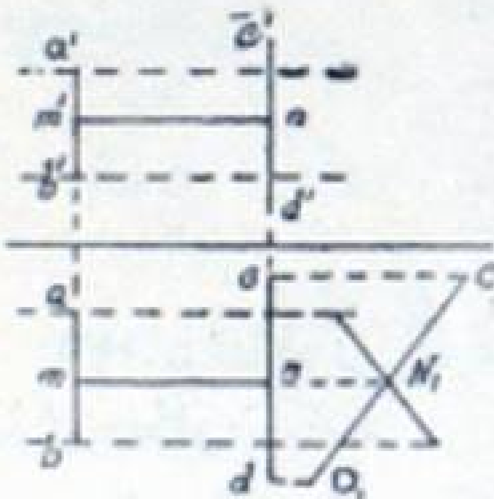
۱۳۴ - عمود مشترک دو خط را تعیین کنید بفرض آنکه ۱ - یکی خط الارض و دیگری خط غیر مشخص باشد ۲ - یکی خط الارض و دیگری نیمرخی معین باشد ۳ - هر دو نیمرخ باشند ۴ - یکی افقیه و دیگری جبهیه باشد

۱ - برای تعیین دو نقطه از امتداد عمود از نقطهٔ $\alpha\alpha'$ مفروض بر خط الارض دو صفحه بترتیب بر خط الارض و امتداد DD' عمود مینمائیم فصل مشترک دو صفحه را (نیمرخ و غیر مشخص) بوسیله رسم افقیه H' معین مینمائیم خط $\alpha a\alpha'a'$ امتداد عمود مشترک دو خط مفروض است حال بر این خط و خط الارض یک صفحه مرور میدهیم فصل مشترک این صفحه را با خط DD' تعیین میکنیم نقطه mm' معین میگردد از این نقطه نیمرخ $mnm'n'$ را که جواب مطلوب است رسم میکنیم (ش ۱۰۴) .

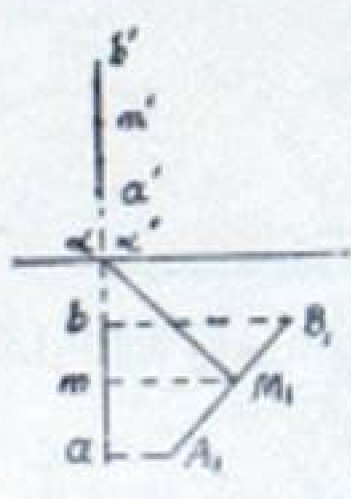


ش ۱۰۴

۲ - چون عمود مشترک خط الارض و نیمرخ نیز نیمرخ است پس درصفحهٔ نیمرخی واقع خواهد بود که بـر نیمرخ مفروض مرور نماید حال اگر نیمرخ را درصفحهٔ نیمرخ مار بر خود تسطیح نمائیم خط A_1B_1 میگردد و چنانچه از نقطه α عمودی بر نیمرخ فرود آوریم αM_1 تسطیح عمود مشترک مطلوب است که بسهولت میتوان آن را ترفیع کرد (ش ۱۰۵)



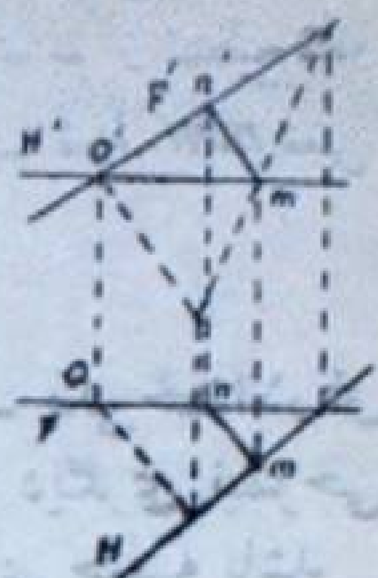
ش ۱۰۶



ش ۱۰۵

۳ - چون عمود مشترک دو نیمرخ مواجه است پس کافی است بریکی از آنها مثلا بر $aba'b'$ صفحهٔ مواجهی مرور داده فصل مشترک آنرا با دیگری که نقطهٔ mm' است تعیین نمائیم و از این نقطه مواجهی رسم کنیم (ش ۱۰۶)

۴ ـ چون دو خط مفروض افقیه و جبهیه اند پس امتداد عمود مشترك در هر دو تصویر معین است (در تصویر افقی عمود برافقیه و در تصویر قائم عمود بر جبهیه) بنابراین برای رسم عمود مشترك از نقطه مفروض بر یکی از دو خط مثلا از نقطه oo' مفروض بر جبهیهٔ FF' امتداد عمود مشترك را رسم مینمائیم یعنی از o' عمودی بر F' و از o عمودی بر H رسم مینمائیم فصل مشترك صفحه مار بر این عمود و FF' را با HH' تعیین مینمائیم نقطهٔ mm' است از این نقطه بموازات امتداد عمود مشترك رسم مینمائیم $mnm'n'$ جواب مسئله است (ش ۱۰۷)



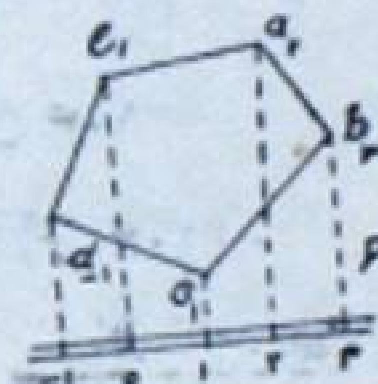
ش ۱۰۷

۲ ـ وضع نقطه و صفحه

مسئله ۱۰۴

۱۳۵ ـ تصاویر رؤس پنج‌ضلعی و رقوم سه رأس آن معین است مطلوب تعیین رقوم دو رأس دیگر میباشد .

مقیاس شیب صفحه مار بر سه نقطه a_4 و b_2 و c_1 را رسم مینمائیم باین ترتیب که نقطه رقوم یك خط a_4b_2 را به نقطه c_1 وصل میکنیم و از نقطهٔ b_2 بموازات خط واصل رسم مینمائیم بر افقیه های مرسوم خطی عمود میکنیم مقیاس شیب صفحه معین میگردد حال چون از نقاط d و e دو عمود بر این مقیاس شیب فرود آوریم رقوم آنها معین میگردد (ش ۱۰۸)

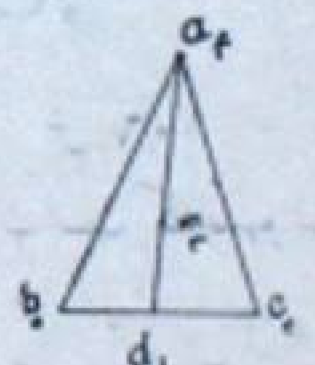


ش ۱۰۸

مسئله ۱۰۵

۱۳۶ ـ تصاویر رقوم‌دار سه رأس مثلثی معلوم است رقوم مرکز ثقل مثلث مطلوب است

رأس a_4 را به وسط ضلع b_0c_2 وصل نموده خط واصل را نصف میکنیم a_4d_1 تصویر میانه مثلث ABC است چون آن را به قسمت تقسیم نمائیم نقطهٔ m_2 که محل تلاقی میانه ها است مشخص میگردد (ش ۱۰۹)

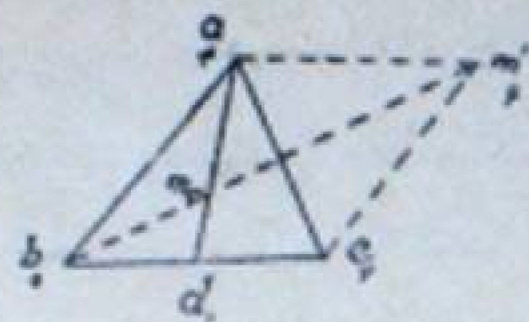


ش ۱۰۹

مسئله ۱۰۶

۱۳۷ ـ تصاویر رقوم‌دار سه راس مثلثی معلوم است نقطهٔ M را بقسمی تعیین کنید که مثلثات MAB و MAC و MBC متعادل شوند

تصویر یك نقطهٔ دارای خاصیت فرض مسئله بر محل تلاقی میانه‌های مثلث abc واقع است که میتوان آنرا بسهولت تعیین کرد از طرف دیگر چون از نقطهٔ c_2 به موازات a_4b_0 رسم نموده میانهٔ ضلع ac را امتداد دهیم تا این خط را در نقطهٔ m'_2 تلاقی نماید مثلثات $m'ac$ و $m'ab$ و $m'bc$ نیز معادل‌اند بنا بر این بطور کلی مسئله چهار جواب دارد (ش ۱۱۰)

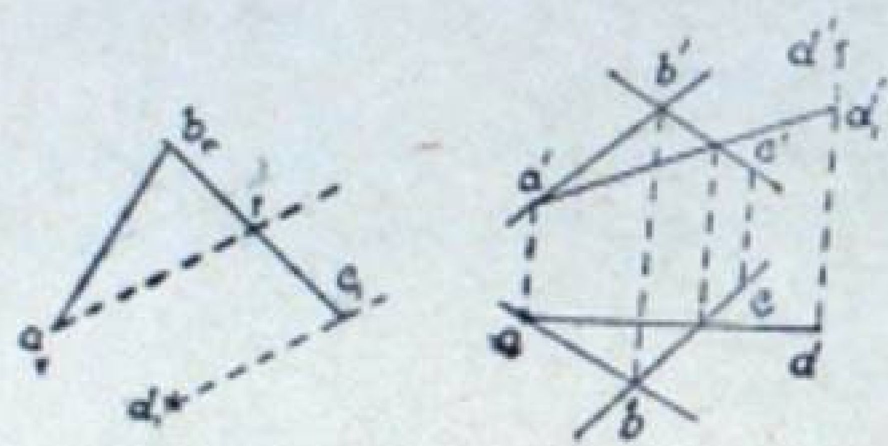


ش ۱۱۰

مسئله ۱۰۷

۱۳۸ ـ تحقیق کنید چهار نقطه بر یك صفحه واقع اند یا نه

بر سه نقطهٔ a_4 (aa') و b_2 (bb') و c_1 (cc') صفحه ای مرور داده تحقیق میکنیم d_0 (dd') در این صفحه واقع است یا نه (ش ۱۱۱)



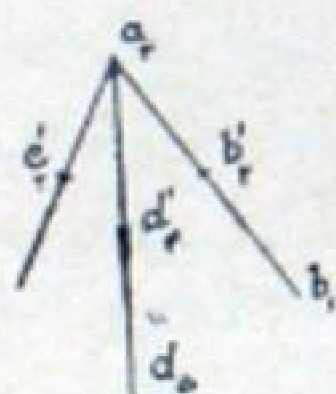
س ۱۱۱

مسئله ۱۰۸

۱۳۹ ـ صفحه‌ای رسم کنید که از چهار نقطه متساوی البعد باشد .

از a_4 به نقاط c_1 و d_0 و b_1 وصل مینمائیم خطوط واصل را نصف کرده بر سه نقطهٔ حاصل صفحه‌ای مرور میدهیم جواب مسئله است (ش ۱۱۲)

جون ممکن است این عمل را با هریك از نقاط و سه نقطهٔ دیگر انجام داد مسئله بطور کلی دارای چهار جواب است



ش ۱۱۲

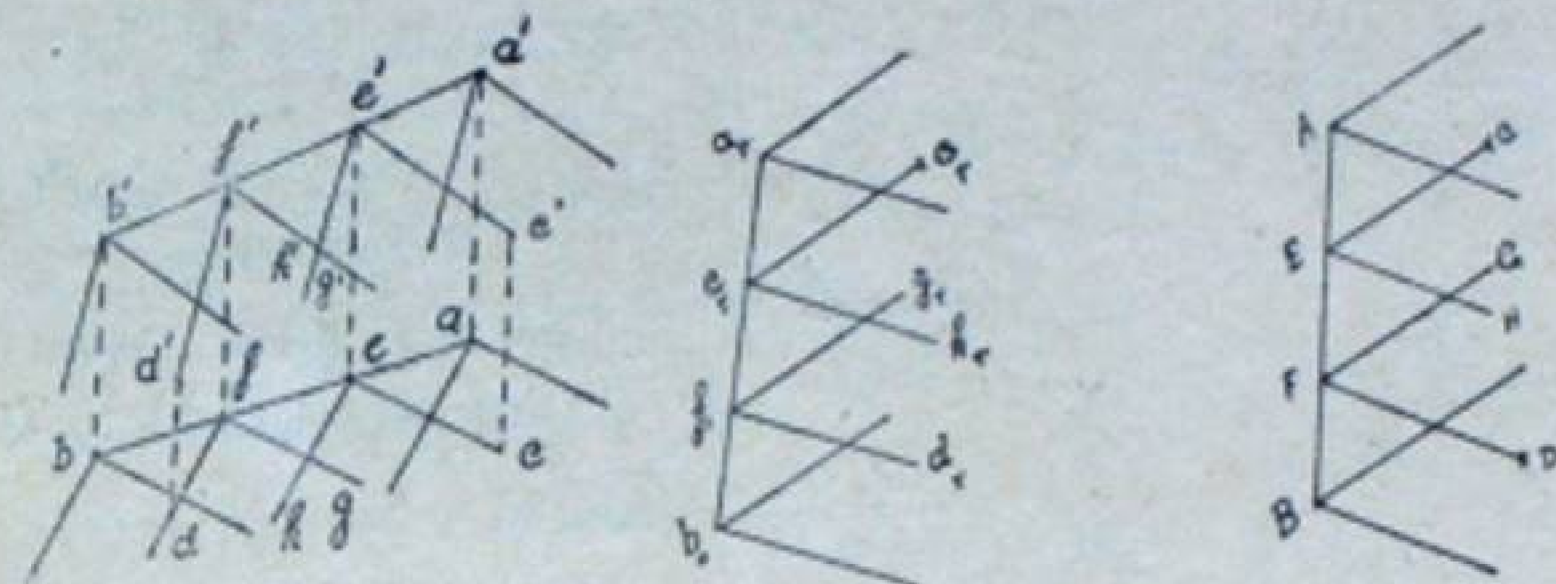
حل ترسیمی مسئله مانند حل رقومی آنست بهمین جهت از ترسیم صرف نظر شد

مسئله ۱۰۹

۱۳۰ ـ برچهار نقطه چهار صفحه مرور دهید که متساوی البعد باشند .

حل هندسی ـ خط AB را بسه جزء متساوی تقسیم مینمائیم نقاط C و D را به نقاط E و F وصل میکنیم از همین نقاط خطوط HE و FG را بموازات FD و CE رسم میکنیم از نقاط A و B نیز صفحاتی بموازات صفحه CEH مرور میدهیم چهار صفحه جواب مسئله بدست میآیند (ش ۱۱۳)

جون‌ممکن‌است نقاط C و D را بترتیب به‌نقاط F و E وصل کرده ماتندفوق‌عمل نمود پس برای هرخط ماتند AB بطریق فوق دو جواب حاصل است وچون بین چهار نقطه فضائی وصل‌شش خط ممکن است پس‌دراینصورت‌مسئله دارای‌دوازده جواب است ممکن است AB را نصف کرده آنرا باندازهٔ یکی از قطعات تقسیم امتداد دادهو



ش ۱۱۴ ش ۱۱۳

نقاط C و D را به این نقاط وصل نموده ماتند فوق عمل کنیم دراینحالت نیز بیست و چهار جواب موجود است.

بالاخره‌اگر AB را مساوی‌دوبرابر خـودامتداد دهیم وقطعه‌ای که حاصل‌میشودنصف نموده باز عمل فوقرا تکرار کنیم دراینصورت نیز بیست، و چهار جواب دیگر حاصل میگردد بقسمیکه مجموعا در سه حالت مسئله دارای شصت جواب خواهد بود

طریقهٔ ترسیم ماتند حل‌هندسی است فقط برسم‌یك حالت آن اکتفا میشود(ش۱۱۴)

مسئله ۱۱۰

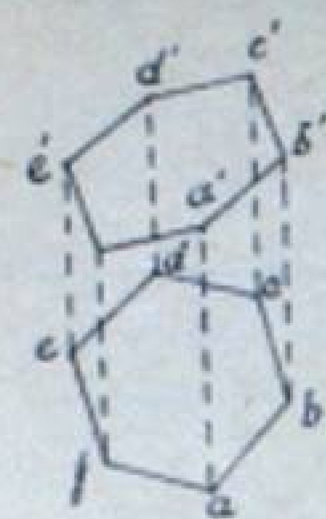
۱۳۱ ـ تصویر افقی نقطه‌ای ازصفحه‌ای که بخط بزرگترین‌شیبش‌نموده شده در دست است تصویر قائم آنرا تعیین کنید.

جون افقیه های صفحه در تصویر افقی بر تصویر افقی بزرگترین شیب عموداند پس جون از m عمودی بر P فرود آوریم‌این خط تصویر افقی افقیهٔ از صفحه است تصویر قائم‌موقع عمودراتعیین‌میکنیم نقطه n' بدست میاید از این‌نقطه بموازات‌خط‌الارض رسم‌میکنیم تا رابط نقطه m را تلاقی کند

مسئله ۱۱۱

۱۳۲ ـ تصویر قائم‌شش ضلعی راتعیین کنیدکه تصویر افقیش‌شش‌ضلعی منتظم مفروضی بوده بعلاوه تصاویر قائم سه راس آن نیز معین باشد.

جون تصویر افقی شش ضلعی، منتظم است لازم میاید اضلاع مقابل شش ضلعی‌فضائی

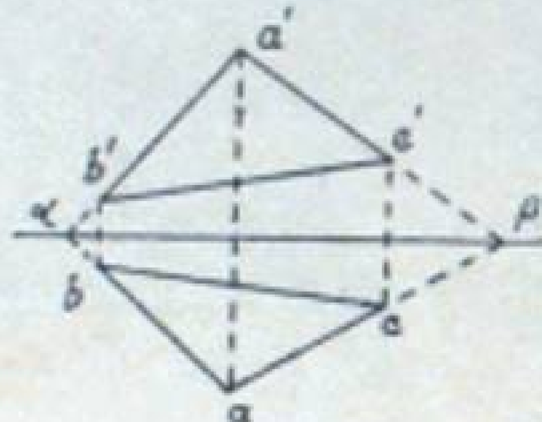


ش ۱۱۵

دوبدومتوازی باشند بقسمی که اگرمثلا a' و b' و e'تصاویر قائم رؤس مفروض‌باشند جون از نقطه e' بموازات $a'b'$ رسم کنیم اینخط رابط نقطهٔ d را درنقطهٔ d' که‌تصویرقائم یکی‌از رؤس است تلاقی میکند حال اگر $d'a'$ را وصل کرده از نقطه b' بموازات اینخط رسم کنیم رأسcc' معین شده و بطریقی‌متشابه با همین ترتیب رأسf' معین‌میگردد (ش۱۱۵)

مسئلهٔ ۱۱۲

۱۳۳ ـ تصویر افقی مثلثی که‌برصفحهٔ‌مار برخط‌الارض قراردارد‌مفروض است و تصویر قائم یکی از رؤس آن نیز معین است تصاویر قائم دو رأس دیگر مطلوب است

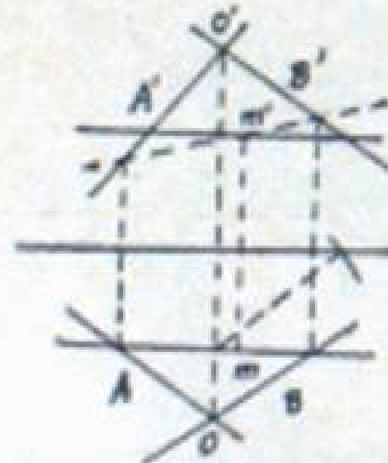


ش ۱۱٦

فرض میکنیم رأس معلوم aa' باشد ضلع ab را امتداد میدهیم خط الارض را در نقطه α تلاقی مینماید $\alpha a'$ را وصل میکنیم تا رابط نقطه b را در نقطه b' تلاقی کند همجنین ac را امتداد میدهیم تا خط الارض را در نقطهٔ β تـلاقی کند $\beta a'$ را وصل میکنیم رابط نقطه c را درنقطه c' تلاقی مینماید (ش۱۱٦) بااین ترتیب تصویر قائم مثلث مشخص میگردد

مسئله۱۱۳

۱۳۴ ـ درصفحه‌ای که بدوخط‌متقاطع نموده شده‌نقطه‌ای‌تعیین کنید که فاصله اش از خط الارض وصفحهٔ قائم معین باشد.



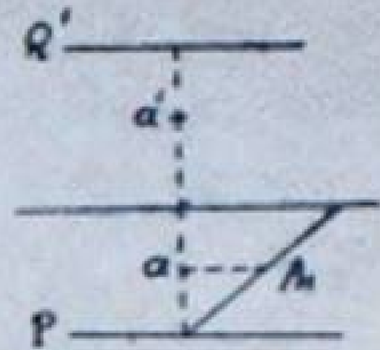
ش ۱۱۷

مواجهی رسم مینمائیم که بعدش مساوی فاصلهٔ‌نقطهٔ مطلوب از صفحه قائم بوده و فاصلهٔ آن از خط الارض برابر فاصلهٔ نقطهٔ مطلوب از خط الارض باشد (مسئله نمره ۳۳) محل تلاقی‌این‌مواجه را باصفحهٔ که بدو خط متقاطع AA' و BB' نمودهٔ شده تعیین‌مینمائیم نقطهٔ mm' جواب مسئله است (ش ۱۱۷)

مسئلهٔ ۱۱۴

۱۳۵ ـ از نقطهٔ aa' صفحهٔ مواجهی رسم کنیدکه نسبت بین بعد اثر افقی‌و ارتفاع اثر قائمش برابر k باشد.

بر نقطه aa' خط نیمرخی مرور میدهیم که نسبت بین بعد اثر افقی و ارتفاع اثر قائمش K باشد (مسئله نمره ۴۸) آثار نیمرخ را تعیین مینمائیم از این نقاط بموازات خط الارض رسم میکنیم آثار صفحهٔ مطلوب بدست میاید (ش ۱۱۸)

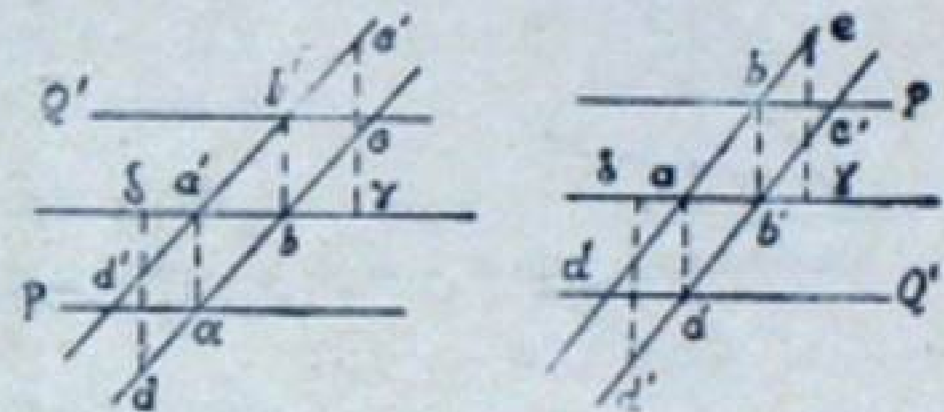


ش ۱۱۸

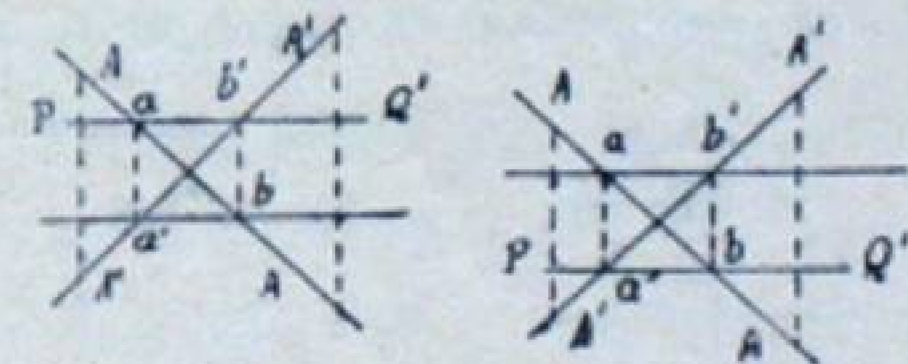
مسئله ۱۱۵

۱۳۶ ـ صفحهٔ مواجهی رسم کنید که مجموع بعد اثر وافقی وارتفاع اثر قائم جمیع نقاط آن یا تفاضل آنها برابر K باشد .

صفحات مواجهی رسم مینمائیم که آثار شان از خط الارض بفاصله K قرار گیرند منتها اگر آثار متمایز باشند یعنی نسبت بخط الارض متقارن باشند صفحه مرسوم باصفحه منصف الزاویه ناحیه دوم متوازی است ولـی در صورتیکه آثار صفحه بر یکدیگر منطبق باشند بموازات صفحهٔ منصف الزاویه ناحیهٔ اول است . واضح است چنانکه از شکل ملاحظه نمود (ش ۱۱۹) اگر در صفحه PQ' خطی مانند AA' رسم نمائیم نقاط این خط بدو دسته اند نقاطی از این خط که در ربع اول یا ربع سوم قرار دارند (ش ۱۱۹ $aba'b'$) مجموع بعد و ارتفاع و نقاطی از آن که در ربع های دوم و چهارم (dd' و cc')قراردارند تفاضل بعد وارتفاعشان برابر مقدار معین k میباشد .



ش ۱۱۹



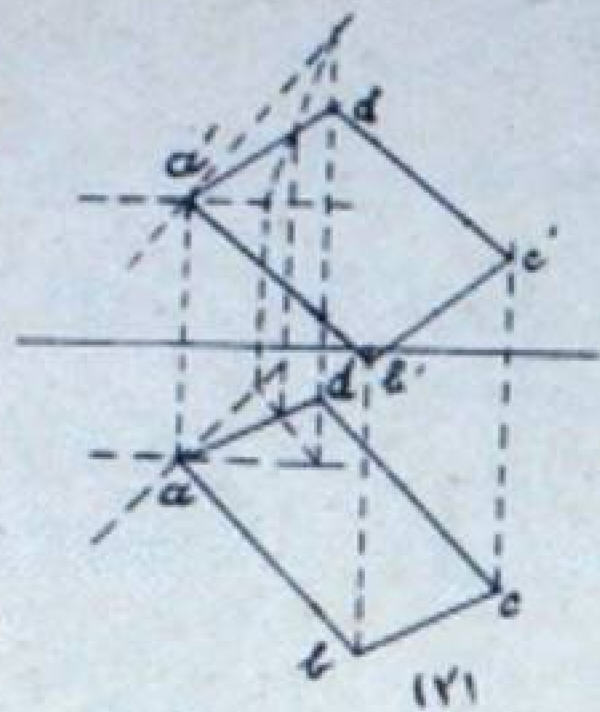
ش ۱۲۰

همچنین برای صفحهٔ که بموازات منصف الزاویه ربع اول رسم میشود مانند صفحه PQ' (ش ۱۲۰) نقاط بدو دسته تقسیم میشوند قسمتی از آنها مانند نقاط واقع بر خط $aba'b'$ که در ناحیهٔ دوم یا چهارم قرار دارند مجموع بعد و ارتفاعشان برابر K بود و بقیه نقاط یعنی آنهائیکه در نواحی اوّل و سوم واقع اند تفاضل بعد و ارتفاعشان برابر مقدار مزبور میباشد (ش ۱۲۰)

مسئله ۱۱۶

۱۳۷ ـ تصویر افقی مستطیلی بشکل متوازی الاضلاع مفروض است تصویر قائم یکی از اضلاع مستطیل معین است مطلوب تعیین تصویر قائم دو رأس دیگر مستطیل است .

از نقطهٔ مفروض aa' صفحهٔ بر خط $aba'b'$ عمود مینمائیم نقطهٔ cc' در این صفحه واقع است اما چون تصویر افقی این نقطه مفروض است میتوان تصویر قائم آنرا بسهولت تعیین کرد از طرف دیگر چون تصویر قائم مستطیل نیز متوازی الاضلاع است چون از نقطهٔ c بموازات $a'b'$ و از نقطهٔ a' بموازات $b'c'$ رسم نمائیم d' نیز مشخص میگردد (ش۱۲۱)



ش ۱۲۱

مسئله ۱۱۷

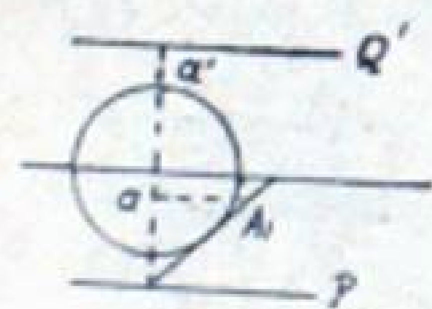
۱۳۸ ـ صفحه‌ای رسم کنید که نسبت بین بعد و ارتفاع جمیع نقاط آن K باشد.

صفحهٔ مطلوب بر خط الارض و یك نقطهٔ کـه نسبت بین بعد و ارتفاعش K باشد مرور مینماید

مسئله ۱۱۸

۱۳۹ ـ بر نقطهٔ aa' صفحه مواجهی مرور دهید که فاصله‌اش از خط الارض معین باشد .

نقطه aa' را در صفحهٔ نیمرخ مار بر نقطه A تسطیح مینمائیم بمرکز o و شعاع l یعنی فاصله مفروض دائره‌ای رسم میکنیم از A_1 یعنی تسطیح aa' مماسی بر این دائره رسم میکنیم خطی که باین ترتیب حاصل میگردد تسطیح نیمرخی است که از خط الارض بفاصله l بوده و در صفحه مواجه مطلوب قرار دارد چون آثار این نیمرخ را تعیین کرده از آنها خطوطی بموازات خط الارض رسم کنیم آثار صفحهٔ مطلوب معین میگردد . (ش ۱۲۲) .



ش ۱۲۲

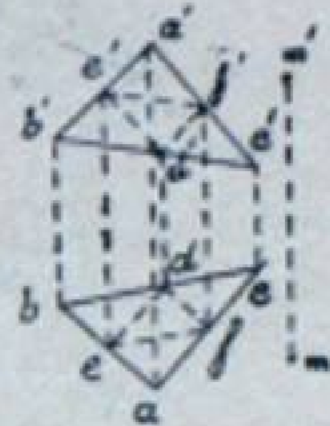
مسئله ۱۱۹

۱۴۰ ـ بر نقطهٔ aa' صفحهٔ مواجهی مرور دهید که با یکی از صفحات تصویر زاویه معینی احداث کند .

نقطهٔ aa' را در صفحه نیمرخ مار بر A تسطیح مینمائیم از نقطه A_1 خطی چنان رسم میکنیم که با خط‌الارض زاویه مفروض α را ایجادنماید آثار این نیمرخ راتعیین کرده از آنها خطوطی بموازات خط الارض رسم مینمائیم آثار صفحه مطلوب معین میگردد (ش ۱۲۲)

مسئله ۱۳۰

۱۴۱ - بر نقطهٔ مفروض صفحه ای مرور دهید که از سه نقطهٔ دیگر متساوی‌البعد باشد



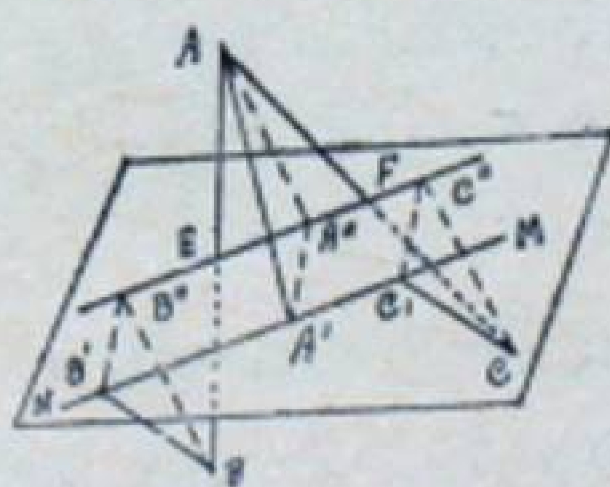
ش ۱۲۳

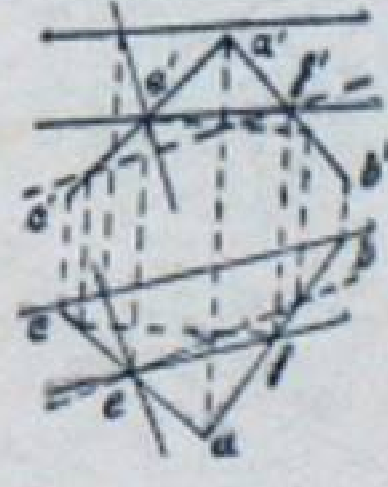
خطوط واصل بین اوساط اضلاع مثلث $abca'b'c'$ را رسم مینمائیم صفحهٔ که‌برنقطهٔ mm' و هر یك از این‌خطوط‌مرور نماید جواب مسئله است بنابراین مسئله باین ترتیب دارای سه جواب است اما چون‌ممکن‌است از نقطهٔ mm' نیزصفحه‌ای بموازات‌صفحهٔ $abca'b'c'$ رسم کردمسئله دارای چهارجواب خواهد بود (ش ۱۲۳)

مسئله ۱۳۱

۱۴۲ - مطلوب تعیین مکان خطوطی است که ازسه نقطه غیر واقع‌بریك استقامت متساوی‌الفاصله باشد (هورفر)

حل هندسی - یکی از خطوط واصل بین اوساط اضلاع مثلث ABC را رسم مینمائیم بر اینخط صفحهٔ مرور میدهیم که بر صفحه ABC عمود باشد چون در این صفحه خطی مانند MN بموازات EF رسم کنیم نقاط A و B و C از آن‌متساوی‌البعد اند زیرا چون از نقاط A و B و C عمود های AA'' و BB'' و CC'' را بر EF فرود آورده از مواقع عمود خطوطی مانند $A''A'$ و $B''B'$ و $C''C'$ بر MN عمودنمائیم ورؤس‌مثلث را بمواقع‌عمود وصل کنیم‌خطوط AA'و BB'و CC' بنابرافقیه‌سه‌عمود بر MN عمودخواهند شد امامثلثات‌قائم‌الزاویه $AA'A''$و $BB'B''$ و $CC'C''$ چون‌در دو ضلع مجاور بزاویه قائمه متساوی اند با یکدیگرمتساوی اند،





ش ١٢٤

در نتیجه‌لازم میاید $AA' = BB' = CC'$. (ش ۱۲۴)طریقه‌ترسیم مانندحل‌هندسی است فقط برسم اکتفاء شد (ش ۱۲۴)

مسئله ۱۳۲

۱۴۳ - بر نقطهٔ مفروض صفحه‌ای عمود بر صفحات P وQ مرور دهید

از نقطهٔ مفروض عمودی برصفحه P وعمود دیگری بر صفحه Q فرود میاوریم صفحه مار بر این دو خط جواب مسئله است

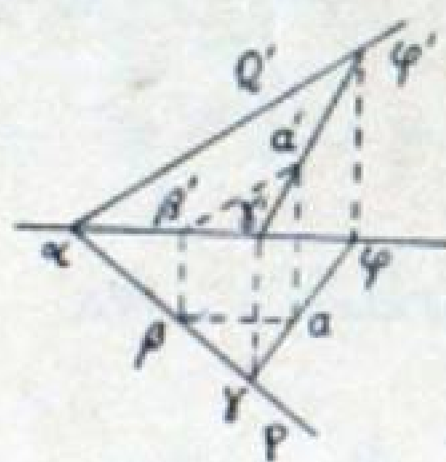
مسئله ۱۳۳

۱۴۴ - نقطه ای متساوی البعد از چهارنقطهٔ غیر واقع بر یك استقامت تعیین کنید .

سه صفحهٔ عمود منصف خطوط $aba'b'$ و$aca'c'$ و$ada'd'$ رسم مینمائیم سه فصل مشترك این صفحات در نقطهٔ mm' یکدیگر را تلاقی مینمایند که از چهار نقطهٔ aa' وbb' وcc' وdd' متساوی الفاصله است

مسئله ۱۳۴

۱۴۵ - از نقطه aa' مفروض بر صفحه $P\alpha Q'$ خطی‌در صفحه چنان رسم کنید که نسبت بین قطعات مفروزه ازخط بوسیلهٔ آثار صفحه مساوی مقدار معین K باشد



ش ۱۲۵

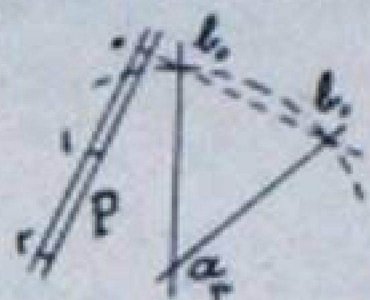
از نقطه a خطی‌بموازات خط الارض رسم مینمائیم تا اثر افقی صفحه را درنقطه β تلاقی نماید قطعه $\beta\gamma$ را بقسمی‌جدا مینمائیم که $K = \frac{\beta\gamma}{\beta\alpha}$ خط $a\gamma$ را امتداد میدهیم خط الارض را در نقطهٔ φ تلاقی مینماید تصویر قائم φ را تعیین مینمائیم خط $\gamma\varphi\gamma'\varphi'$ جواب مسئله است زیرا $\frac{\alpha\beta}{\beta\gamma} = \frac{a\gamma}{a\varphi} = \frac{a'\gamma'}{a'\varphi'}$ (ش ۱۲۵)



۳ ـ وضع خط و صفحه

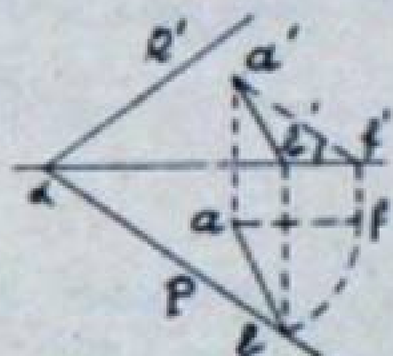
مسئله ۱۲۵

۱۴۶ ـ از نقطهٔ مفروض خارج صفحهٔ P خطی بشیب معین چنان رسم کنید که اثرش براین صفحه باشد.


ش ۱۲۶

واضح است خط مرسوم باید افقیه رقوم صفر صفحه P را تلاقی نماید بنابراین اگر نقطهٔ مفروض a_2 وشعاع $3/p$ (p شیب مفروض است) دائره ای رسم نمائیم تا افقیه رقوم صفرصفحه P را تلاقی نماید خط $a_2 b_0$ جواب مسئله است (ش ۱۲۶)

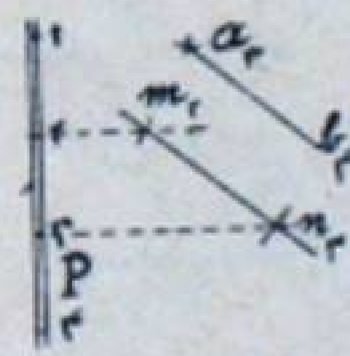
۱۴۷ ـ از نقطهٔ aa' خارج صفحه $P\alpha a'$ خطی چنان رسم کنید که اثرافقیش بر صفحه واقع بوده و ضمنا زاویهٔ آن با صفحه افق معین باشد.


ش ۱۲۷

بدوا جبههٔ چنان رسم مینمائیم که با خط الارض زاویهٔ مفروض φ را تشکیل دهد، $afa'f'$ نتیجه میشود، بمرکز a و شعاع af دائره‌ای رسم مینمائیم تا اثر افقی صفحه‌را در نقطهٔ bb' تلاقی کند خط $aba'b'$ جواب مسئله است (ش ۱۲۷)

مسئله ۱۲۶

۱۴۸ ـ از نقطهٔ مفروض خطی بشیب معین چنان رسم کنید که بموازات صفحه P باشد.

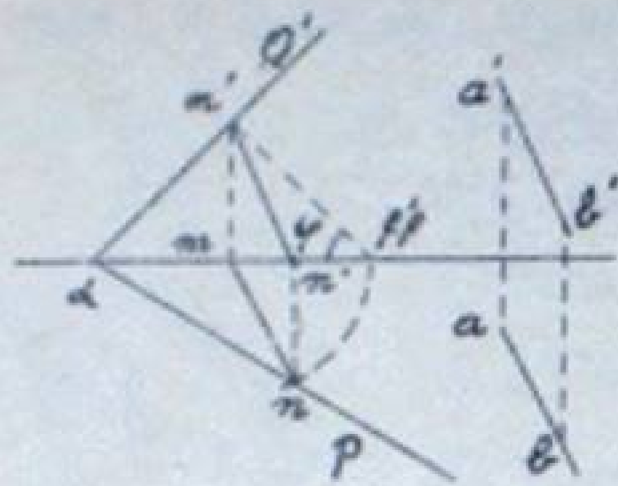

ش ۱۲۸

ابتدا در صفحهٔ P خطی بشیب معین p رسم مینمائیم باین ترتیب که بمرکز m_1 شعاع عکس شیب قوسی رسم کنیم تا افقیه رقوم ۳ صفحه را در نقطه n تلاقی نماید خط mn بشیب معین است حال از نقطهٔ مفروض a_2 خطی بموازات mn رسم میکنیم این خط جواب مسئله است (ش ۱۲۸)

۱۴۹ ـ از نقطه aa' خطی رسم کنید که با صفحه $P\alpha Q'$ موازی بود وبا صفحه افق زاویه معین داشته باشد.

ابتدا از نقطهٔ mm' مفروض بر صفحه خطی چنان رسم مینمائیم که با صفحه افق زاویه معینی تشکیل دهد باین ترتیب که جبهه $mfm'f'$ را طوری رسم مینمائیم که

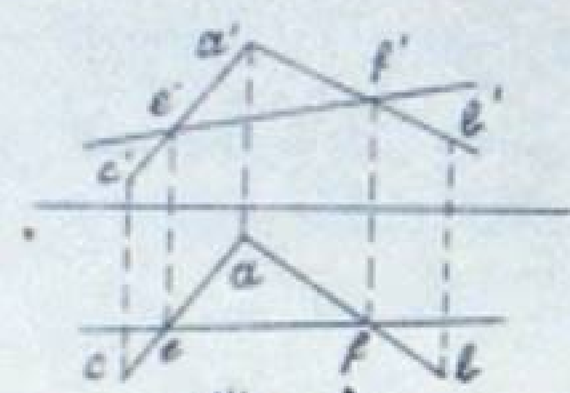
با خط الارض زاویهٔ φ را تشکیل دهد بعد بمرکز m و شعاع mf دائرهٔ رسم مینمائیم تا اثر افقی صفحه را در نقطه n تلاقی کند خط $m'n'mn$ را رسم میکنیم از نقطه aa' بموازات آن خط رسم میکنیم جواب مسئله است (ش ۱۲۹).


ش ۱۲۹

مسئلهٔ ۱۲۷

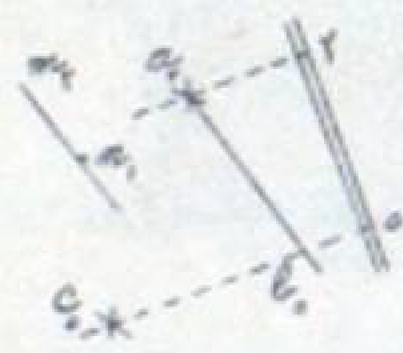
۱۵۰ ـ در صفحه P خطی رسم کنید که نسبت فواصل سه نقطه مفروض واقع در این صفحه از آن برابر مقدار مفروض باشد.

نقاط را aa' و bb' و cc' فرض مینمائیم قطعهٔ $aba'b'$ را بـه نسبت معین l/m تقسیم میکنیم و همچنین قطعه $aca'c'$ را به نسبت l/n قسمت مینمائیم نقاط ee' و $f'f$ حاصل میگردد خط $efe'f'$ جواب مسئله است (ش ۱۳۰)


ش ۱۳۰

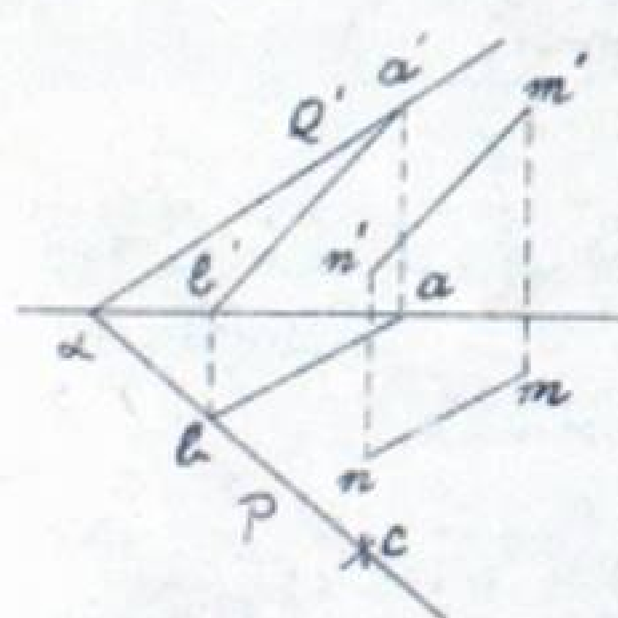
مسئله ۱۲۸

۱۵۱ ـ برنقطهٔ مفروض صفحه‌ای مرور دهید که بموازات خطی بوده واثرش از نقطه‌ای واقع برصفحهٔ مقایسه بگذرد


ش ۱۳۱

ازنقطه مفروض a_2 خطی بموازات خط مفروض m_2n_1 رسم مینمائیم اثر اینخط راتعیین میکنیم نقطه b_0 است این نقطه را به نقطه مفروض c_0 واقع در صفحه مقایسه وصل مینمائیم این خط افقیه رقوم صفحه مطلوب است بنابر این مقیاس شیب صفحه معین می گردد (ش ۱۳۱)

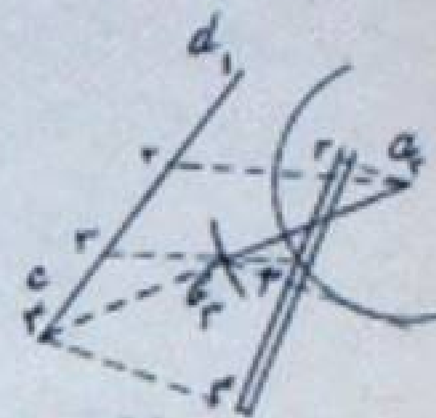
۱۵۲ ـ بر نقطه ای مفروض صفحه ای مرور دهید که بموازات خطی بوده واثر افقیش از نقطه واقع در صفحه افق بگذرد


ش ۱۳۲

از نقطه aa' بموازات خط $mnm'n'$ رسم میکنیم اثر افقی این خط را به نقطـه مفروض c وصل مینمائیم این خط اثر افقی صفحه است، چون α را به اثر قائم خط مزبور وصل کنیم صفحه $P\alpha Q'$ مشخص میگردد (ش ۱۳۲)

مسئله ۱۲۹

۱۵۳ ـ از نقطه مفروض صفحه ای بشیب معین مرور دهید که خطی را تلاقی کرده ضمنا خط واصل بین نقطه مفروض و محل تلاقی خطی بشیب معین باشد (هورفر)

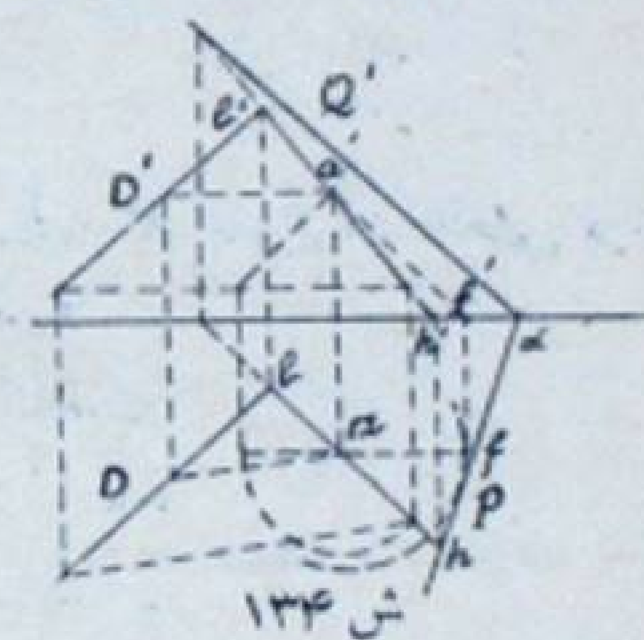


ش ۱۳۳

ابتدا از نقطه مفروض a_2 خطی بشیب معین چنان مرور میدهیم که خط مفروض را تلاقی نماید (مسئله نمره ۸۹) بس از آن براین خط صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم (ش ۱۳۳)

۱۵۴ ـ ازنقطه aa' صفحه‌مرور دهید که با صفحه افق زاویه معین احداث نموده ضمنا خطی‌معین را نیز تلاقی کند بعلاوه خط واصل بین‌نقطه aa' و محل تلاقی‌صفحه وخط باصفحهٔ افق زاویه معین احداث نماید .

بدوا از نقطه aa' خطی چنان رسم میکنیم که‌خط مفروض DD' را تلاقی کرده و زاویه‌آن با صفحه افق برابر مقدارمعین باشد (مسئله نمره ۸۹) فرض میکنیم bb' محل تلاقی خط مرسوم و خط مفروض باشد بر خط $aba'b'$ صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه افق زاویه معین احداث نماید از این قرار:جبهه $afa'f'$ را چنان رسم مینمائیم که باخط الارض‌زاویه φ ایجاد نماید بمر کز a وشعاع af دائره ای رسم مینمائیم



ش ۱۳۴

اثرافقی‌خط $aba'b'$را که نقطه hh' است تعیین میکنیم ازنقطه h مماسی بردائره مزبور رسم میکنیم $P\alpha$ که اثر افقی صفحهٔ مطلوب است مشخص میگردد چون α را به‌اثر قائم خط $aba'b'$ وصل بینمائیم $\alpha Q'$ نیز معین میگردد (ش ۱۳۴)

مسئله ۱۳۰

۱۵۵ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای بشیب معین مرور دهید که بموازات خط مفروض باشد .

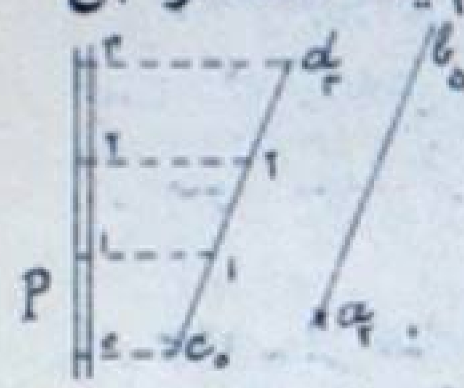
از نقطه مفروض a_1 خط a_1b_2 را بموازات خط c_1d_2 رسم نموده بر آن صفحه P را بشیب معین مرور میدهیم (ش ۱۳۳)

۱۵۶ از نقطهٔ مفروض aa' صفحه‌ای بموازات خط $\Delta\Delta'$ چنان رسم کنید که‌با صفحهٔ افق زاویهٔ معین احداث نماید

خط $aba'b'$ را بموازات $\Delta\Delta'$ رسم میکنیم براین خط صفحه‌ای مرورمیدهیم که‌با صفحهٔ افق زاویه معین ω را ایجاد نماید (ش ۱۳۴)

مسئله ۱۳۱

۱۵۷ ـ تصویر خطی که بموازت صفحه ایست و رقوم یك نقطه از آن معین است خطرا مدرج کنید



ش ۱۳۵

از نقطهٔ اختیاری واقع برصفحه مثلا c_0 خطی بموازات امتداد تصویر غیر مدرج خط رسم مینمائیم این خط در صفحه P واقع خواهد بود بنا بر این میتوان آنرا مدرج نمود بس‌از آن اساس خط غیر مدرج‌را از نقطه a_2 مساوی اساس این خط و ترقی رقومش را در جهت موافق با آن مراعات مینمائیم خط مدرج میگردد . (ش ۱۳۵)

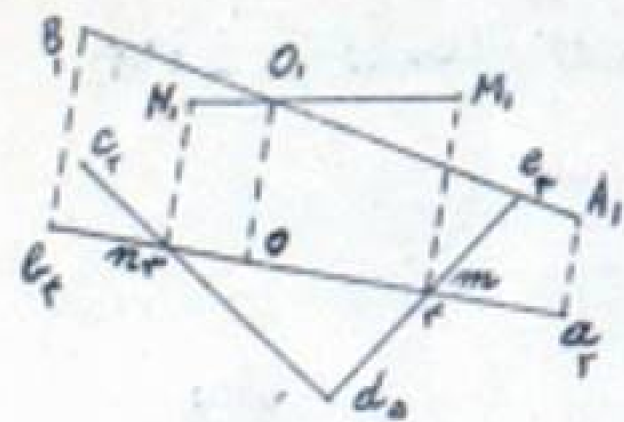
۱۵۸ ـ تصویر افقی خطی که بموازات صفحهٔ مفروضی است معین است تصویر قائم خط را رسم کنید بفرض آنکه تصویر قائم یك‌نقطه از آن‌نیز معلوم باشد

ش ۱۳۶

تصویر افقی خط را برتصویر افقی یکی‌از خطوط صفحه منطبق اختیار کرده تصویر قائم آن $m'n'$ را بوسیله دو خط متقاطع نمایش صفحه معین میسازیم‌از نقطهٔ a'بموازات $m'n'$ رسم میکنیم تصویر قائم خط مشخص میگردد . (ش ۱۳۶)

مسئله ۱۳۲

۱۵۹ ـ محل تقاطع خطی را با صفحه‌ای که بدوخط‌متقاطع‌نموده شده تعیین کنید .



ش ۱۳۷

خط ab رابر صفحه $c_1d_0c_2$ منطبق‌فرض نموده آنرا مدرج مینمائیم m_4n_4 حاصل میگردد دو خط a_4b_4 و m_4n_4 را در صفحه‌قائم مصورخود تسطیح مینمائیم خطوط A_1B_1 و M_1N_1 در نقطهٔ O_1 متلاقی اند چون از این نقطه عمودی بر ab فرود آوریم موقع عمود محل تلاقی مطلوب است . (ش ۱۳۷)

مسئله ۱۳۳

۱۶۰ ـ از نقطه مفروض خطی بموازات دو صفحه مرور دهید

فصل مشترك صفحات را تعیین مینمائیم‌خط مطلوب بموازات فصل مشترك است

مسئله ۱۳۴

۱۶۱ ـ بر نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین چنان مرور دهید که اثرش به موازات خطی واقع در صفحه مقایسه باشد

از نقطهٔ مفروض خطی بموازات خط واقع درصفحهٔ مقایسه رسم میکنیم این خط افقیه ایست که ارتفاعش برابر ارتفاع نقطه است چون شیب صفحه معین است بس خطی بر آن عمود نموده آن را مدرج مینمائیم

مسئله ۱۳۵

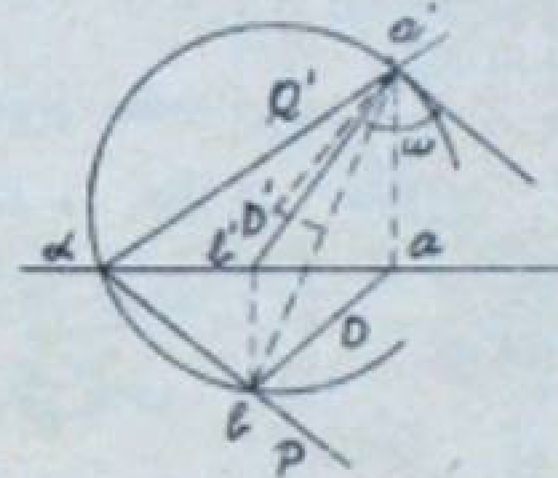
۱۶۲ ـ از نقطهٔ مفروض درصفحهٔ معین خطی در آن رسم کنید که به موازات صفحه دیگر باشد

فصل مشترك دو صفحه را تعیین میکنیم از نقطه مفروض در صفحه خطی بموازات این فصل مشترك رسم مینمائیم .

مسئله ۱۳۶

۱۶۳ ـ برخط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که مجموع زوایای آثارش با خط الارض معین باشد

آثارخط DD' راتعیین مینمائیم aa' و bb' حاصل میگرددخط a'b را وصل میکنیم براین خط قوس حاوی مجموع زاوایامثلا ω را مرور میدهیم دائره مزبور خط الارض را در نقطه α تلاقی مینماید این نقطه را به نقاط b و a' وصل میکنیم PαQ' صفحه مطلوب است (ش ۱۳۸)

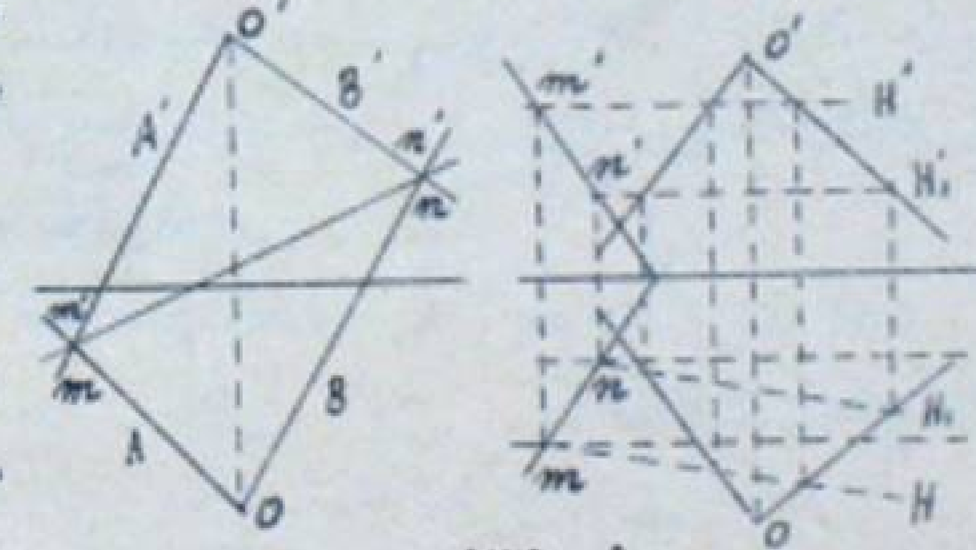


ش ۱۳۸

مسئله ۱۳۷

۱۶۴ ـ در صفحه‌ای که بدو خط متقاطع نموده شده خطی رسم کنید که تصاویرش نسبت به خط الارض متقارن بوده یابرهم منطبق باشند

الف ـ دو افقیهٔ از صفحه oo' مانند HH' و $H_1H'_1$ رارسم مینمائیم بر این افقیه ها قاطی تعیین میکنیم مانند mm' و nn' که بعدشان مساوی ارتفاع افقیه ها باشد خط mnm'n' تصاویرش نسبت بخط الارض متقارن اند (فصل مشترك صفحه مفروض با صفحه منصف الزاویه ربع اول) (ش ۱۳۹)



ش ۱۳۹

ب ـ تصاویر دو خط را امتداد میدهیم در نقاط mm' و nn' یکدیگر را قطع مینمایند خط mnm'n' جواب مسئله است

مسئلهٔ ۱۳۸

۱۶۵ ـ درصفحه‌ای که بدوخط متقاطع نموده شده باشد نیمرخی رسم کنید که بعد اثر افقیش معین باشد

اثر افقی صفحه را تعیین مینمائیم خطی بموازات خط‌الارض بفاصله بعد مفروض رسم مینمائیم تا اثر افقی را در نقطه‌ای تلاقی نماید ازاین نقطه نیمرخی رسم میکنیم وتصاویر آنرا در صفحه مشخص میسازیم

مسئلهٔ ۱۳۹

۱۶۶ ـ در صفحهٔ مواجهی که باثارش نموده شده مواجهی رسم نمائید که نسبت بین فواصلش از آثار صفحهٔ برابر k شود .

درصفحه‌مواجه مفروض خط اختیاری aba'b' رارسم‌نموده ab را بنسبت مزبور تقسیم مینمائیم از نقطه mm' مواجهی رسم میکنیم جواب مطلوبست (ش ۱۴۰)

ش ۱۴۰

مسئله ۱۴۰

۱۶۷ ـ برخط مفروض صفحه ای مرور دهید که آثارش نسبت بخط الارض متقارن باشد

آثار خط DD' را تعیین مینمائیم aa' و bb' است خط aa' را بطول لی برابر خود امتداد میدهیم a_2 بدست میاید خط a_2b اثر افقی صفحه مطلوب است که در نقطهٔ α خط‌الارض راتلاقی کرده از نقطه α به a' وصل مینمائیم اثر قائم صفحه نیز مشخص میگردد (ش۱۴۱)

ش ۱۴۱

مسئله ۱۴۱

۱۶۸ ـ برخط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که آثارش بریك استقامت باشد

آثارخط DD' راتعیین‌مینمائیم aa' و bb' معین‌میگرددنقطه a' را به b وصل میکنیم RβS' صفحه مطلوب‌است (ش ۱۴۱)

مسئله ۱۴۲

۱۶۹ ـ مطلوب‌است وتعیین وضع خط مفروض با صفحه مواجه یا مار بر خط‌الارض .

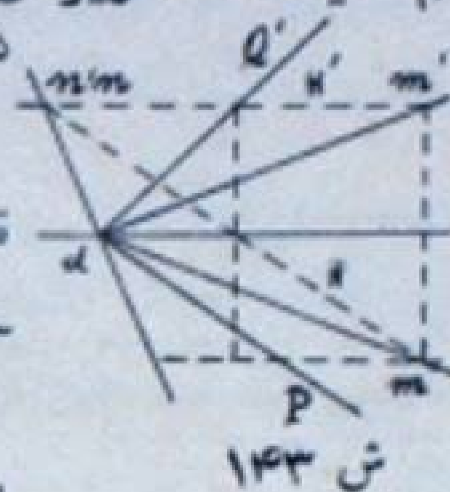
ش ۱۴۲

D راتصویر افقی خطی ازصفحه مفروض اختیار مینمائیم تصویر قائم این خط را تعیین میکنیم اگر D' با D'_1 متوازی

باشد خط $D'D$ با صفحه متوازی است و الا نقطه تلاقی D'_1 و D' تصویر قائم نقطه تلاقی خط DD' و صفحه مواجه است

مسئله ۱۴۳

۱۷۰ ـ از نقطه تلاقی آثار صفحه باخط الارض خطی در این صفحه چنان رسم کنید که تصاویرش نسبت بخط الارض متقارن باشند یا تصاویرش بر یك دیگر منطبق گردند .



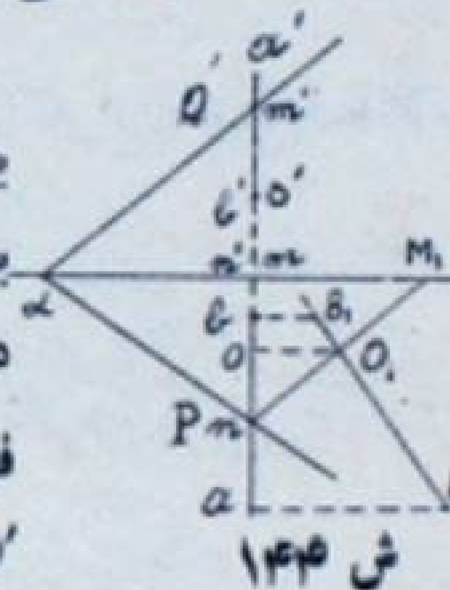
ش ۱۴۳

الف ـ افقیه اختیاری HH' را درصفحه رسم کرده بر آن نقطه‌ای تعیین میکنیم که بعدش برابر ارتفاع افقیه باشد ازنقطه حاصل به α وصل میکنیم $\alpha m\alpha m'$ جواب مطلوبست (ش ۱۴۳)

ب ـ H' و H را امتداد میدهیم درنقطه nn' متلاقی‌اند از α به‌این نقطه‌وصل‌میکنیم اینخط‌جواب است (ش ۱۴۳)

مسئله ۱۴۴

۱۷۱ ـ محل تلاقی نیمرخ مفروض را با صفحه‌ای‌معین نمائید .



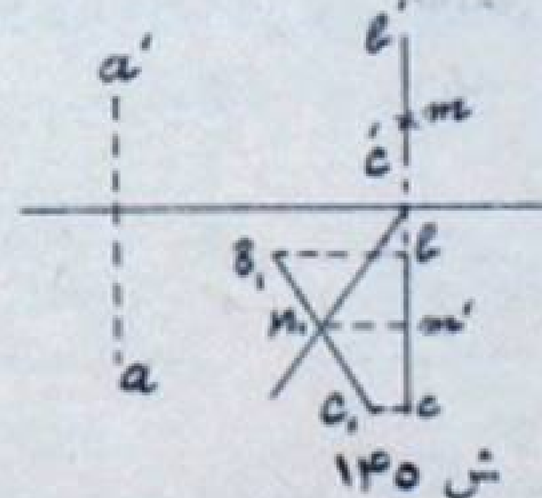
ش ۱۴۴

فصل مشترك صفحه نیمرخ ماربرنیمرخ‌مفروض‌را $aba'b'$ با صفحه $P\alpha Q'$ تعیین میکنیم $mnm'n'$ است دو نیمرخرا برصفحه افق تسطیح‌میکنیم نقطه O_1 محل تقاطع تسطیح این دو خط را بدست می آوریم از این نقطه عمودی بر نمیرخ فرود میاوریم وارتفاع موقع عمودرا برابر oo_1 جدامیکنیم oo' نقطه تلاقی‌نیمرخ‌مفروض است (ش ۱۴۴)

مسئله ۱۴۵

۱۷۲ ـ محل تلاقی نیمرخرا با صفحهٔ مار بر خط الارض تعیین کنید ،

فرض میکنیم صفحه بر aa' و خط الارض مرور کرده باشد واضح است نسبت



ش ۱۴۵

بین بعد و ارتفاع جمیع نقاط این صفحه مساوی نسبت بین بعد و ارتفاع نقطه aa' است پس کافی است برنیمرخ $bcb'c'$ نقطه‌ای‌تعیین کنیم که‌نسبت بین بعد و ارتفاعش مساوی $\frac{\alpha a}{\alpha a'}$ باشد (مسئله نمره ۵۲) نقطه mm' جواب است (ش ۱۴۵)

مسئله ۱۴۶

۱۷۳ ـ ازنقطهٔ مفروض‌خطی مروردهید که نیمرخ مفروض‌وخط‌الارض را تلاقی کند .

بر نقطهٔ مفروض aa' و خط‌الارض صفحه مرور داده محل تلاقی آنرا مانند مسئله فوق با نیمرخ $bcb'c'$ تعیین میکنیم نقطه mm' را به aa' وصل مینمائیم تاخط‌الارض‌را در نقطه nn' تلاقی نماید اینخط جواب مسئله است (ش ۱۴۵)

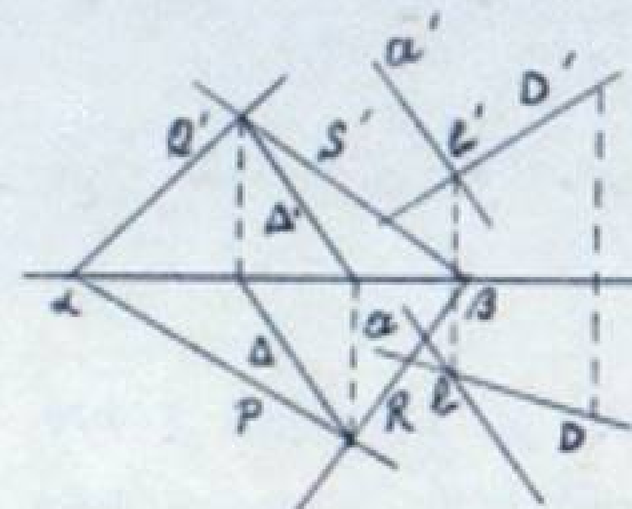
مسئله ۱۴۷

۱۷۴ ـ خطی بموازات دو صفحه متقاطع و متکی بر دو خط مفروض رسم نمائید .

فصل مشترك دو صفحه را تعیین‌مینمائیم‌بر دو خط مفروض‌خطی متکی رسم‌میکنیم که بموازات فصل مشترك دوصفحه باشد (مسئله نمره ۳۸هندسهٔ ترسیمی) .

مسئله ۱۴۸

۱۷۵ ـ یك خط و دوصفحه مفروض‌اند مطلوب‌ست رسم تصاویرخطی که خط مفروض را قطع کرده و موازی دو صفحهٔ باشد بنابر آنکه تصویر قائم‌یکی از نقاط خط مطلوب معین باشد

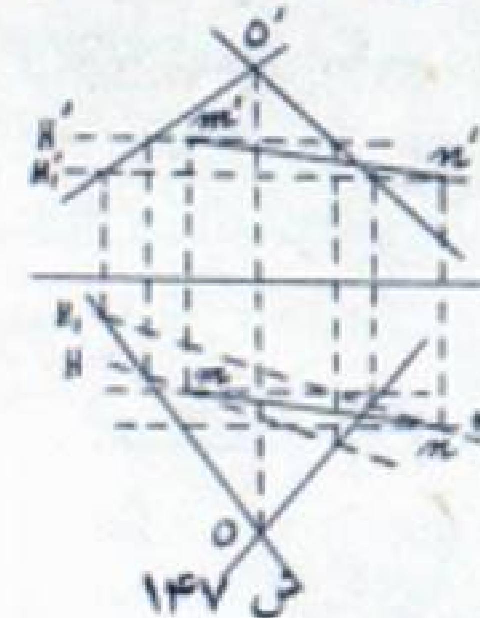


ش ۱۴۶

فصل مشترك دوصفحه را تعیین مینمائیم $\Delta\Delta'$ است از نقطه a' بموازات Δ' رسم مینمائیم تاخط D' را در نقطهٔ b' تلاقی نماید تصویر افقی b' را بر D تعیین میکنیم b معین میشود از این نقطه بموازات Δ رسم میکنیم تصویر افقی خط مطلوب مشخص میگردد (ش ۱۴۶) .

مسئله ۱۴۹

۱۷۶ ـ در صفحه مفروض خطی رسم کنید که مجموع ، تفاضل یاخارج قسمت بعد و ارتفاعش برابر K باشد .



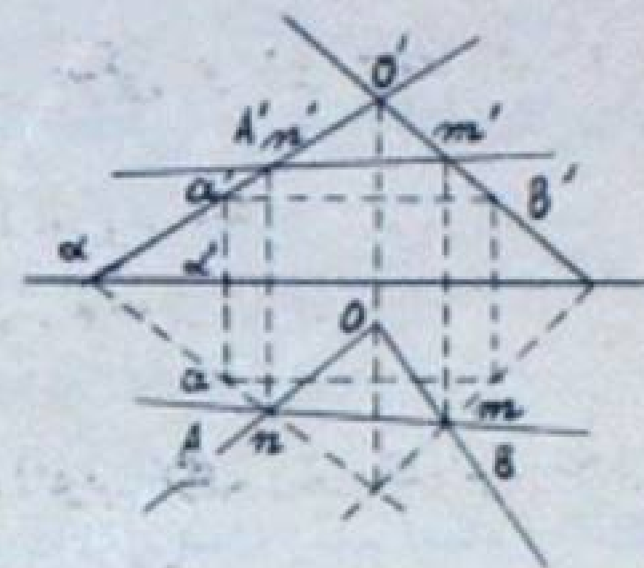
ش ۱۴۷

الف ـ فرض میکنیم صفحه بدو خط متقاطع نموده شده باشد افقیه اختیاری بارتفاع h رسم مینمائیم خطی بموازات خط‌الارض و مساوی $K-h$ رسم میکنیم تا تصویر افقی‌افقیه را در نقطه mm' که یکی از نقاط مطلوب است تلاقی کند چون بهمین ترتیب افقیهٔ بارتفاع h' را رسم کرده نقطهٔ nn' را بدست آوریم خط $mnm'n'$ جواب است (ش ۱۴۷)

واضح است تصاویر خط $mnm'n'$ با یکدیگر متوازی اند و بعبارة اخری این خط بموازات صفحهٔ منصف‌الزاویه‌ربع‌دوم‌است، یعنی‌بالاخره فصل مشترك صفحه‌مفروض است با صفحهٔ که بموازات صفحه منصف‌الزاویه رسم میشود .

ب - مانند الف رسم میشود منتها باید خطی بموازات خطالارض و بفاصله $\kappa + h$ رسم نمود و مانند فوق عمل کرد .

ج - بر هر یك از دو خط متقاطع نمایش صفحه نقطهٔ تعیین میکنیم که نسبت بین بعد و ارتفاعش h باشد باین ترتیب که خط A'را امتداد میدهیم خطالارض را در نقطه α تلاقی مینماید خط αa راچنان رسم میکنیم که $k = \frac{\alpha a}{\alpha a'}$ این خط A را در نقطه n تلاقی میکند بهمین ترتیب نقطه m رابدست میاوریم بقسمیکه خط $mnm'n'$ خط مطلوب است (ش ۱۴۸)(فصل مشترك صفحه مفروض با صفحه که بر خطالارض و یك نقطه که نسبت بین بعد و ارتفاعش κ است گذشته باشد) .


ش ۱۴۸

مسئله ۱۵۰

۱۷۷ از نقطهٔ واقع در صفحه مفروض خطی رسم کنید که بموازات یکی از صفحات منصف‌الزاویه باشد

فصل مشترك صفحه را با هر یك از صفحات منصف‌الزاویه مانند مسئله نمره ۱۶۳ تعیین نموده از نقطه مفروض بموازات آن رسم میکنیم .

مسئله ۱۵۱

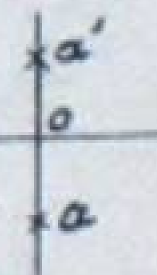
۱۷۸ - بر نقطه aa' صفحه‌ای مرور دهید که صفحات تصویر را به یك زاویه قطع نماید

کافی است از نقطه مفروض صفحه بموازات یکی از صفحات منصف الزاویه رسم نمائیم (صفحه‌مواجهی‌است که آثارش بریکدیگر منطبق یانسبت بخط الارض متقارن‌اند).

مسئله ۱۵۲

۱۷۹ - منصف الزاویه بین آثار صفحهٔ نیمرخرا رسم نمائید .

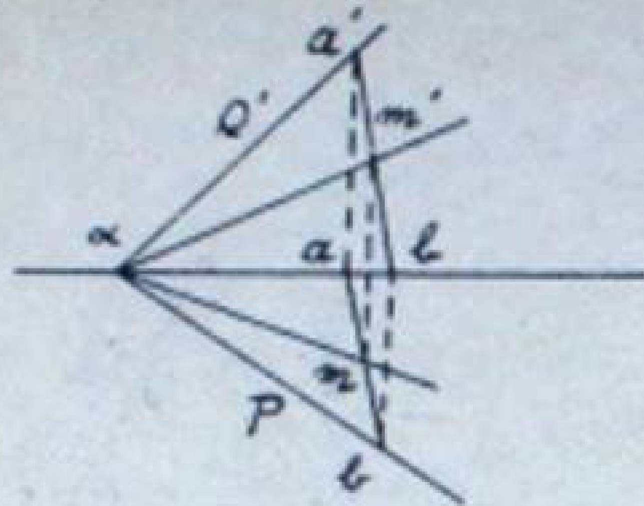
جون منصف الزاویه صفحه نیمرخ درصفحه منصف الزاویه واقع‌است پس کافی است طولهای oa و oa' را برابر یکدیگر از یك جهت یا در دو جهت مختلف جدا نمائیم خط $oaoa'$ منصف الزاویه مطلوب است (ش ۱۴۹)


ش ۱۴۹

مسئله ۱۵۳

۱۸۰ - منصف الزاویه بین آثار صفحه $P\alpha Q'$ را رسم نمائید . (هورفر)

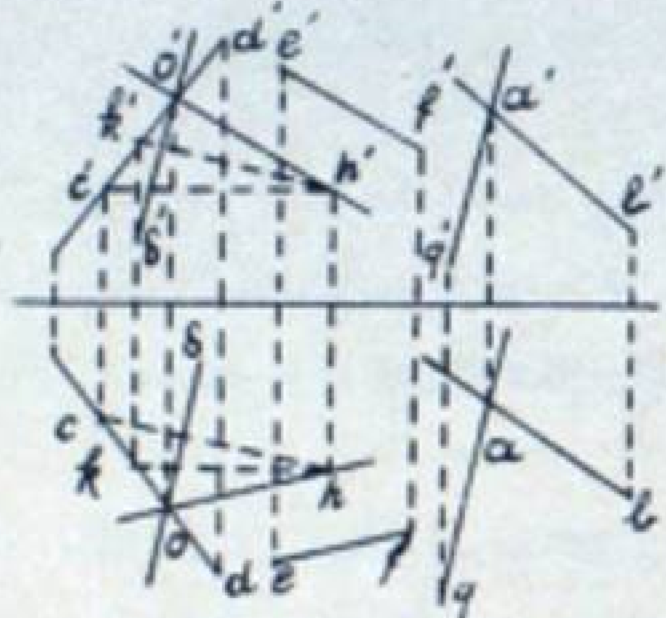
طولهای $\alpha a'$ و αb را مساوی یکدیگر بر آثار صفحه $P\alpha Q'$ جدا مینمائیم ، مثلث $\alpha aa'bb'$ متساوی‌الساقین خواهدبودبنابراین‌خطی که نقطهٔ α را بهوسط قاعده‌یعنی‌نقطهٔ mm' وصل مینمائیدمنصف‌الزاویه راس میباشدپس‌خط $\alpha mm'$ جواب مسئله است (ش ۱۵۰)


ش ۱۵۰

مسئله ۱۵۴

۱۸۱ - بر خطAB صفحه‌ای‌مرور‌دهید بقسمی‌که تصاویردوخط CD و EF برآن با یکدیگر متوازی باشند .

چون اگر صفحه‌ای بموازات امتداد عمودمشترك دوخط باشدتصاویرخطوط‌مزبوربر آن‌بایکدیگر متوازی اند بنابراین‌برای‌تعیین صفحه مار بر $aba'b'$ بطریق‌ذیل‌عمل‌مینمائیم: ازنقطهٔ oo' مفروض‌بر $cdc'd'$ خط $oho'h'$را بموازات $efe'f'$ رسم مینمائیم درصفحهٔ $cohc'o'h'$ افقیه $ehe'h'$ وجبهه $h\kappa h'\kappa'$ را رسم نموده‌از نقطه oo' عمود $\delta\delta'$ را بر این صفحه اخراج مینمائیم یعنی $o\delta'$ را بر $\kappa'h'$ و $o\delta$ را بر eh عمود میکنیم این خط امتداد عمود مشترك دو خط مفروض است حال از نقطه اختیاری aa' مفروض‌بر $aba'b'$ خط $aqa'q'$ رابموازات $o\delta o'\delta'$ رسم میکنیم صفحه $qab\ q'a'b'$ مشخص میگردد واضح است تصاویرخطوط $efe'f'$ و $cdc'd'$ بر این‌صفحه بایکدیگر متوازی خواهند بود . طریقه ترسیم درهندسه‌رقومی‌نیز مانندفوق است (ش ۱۵۱)

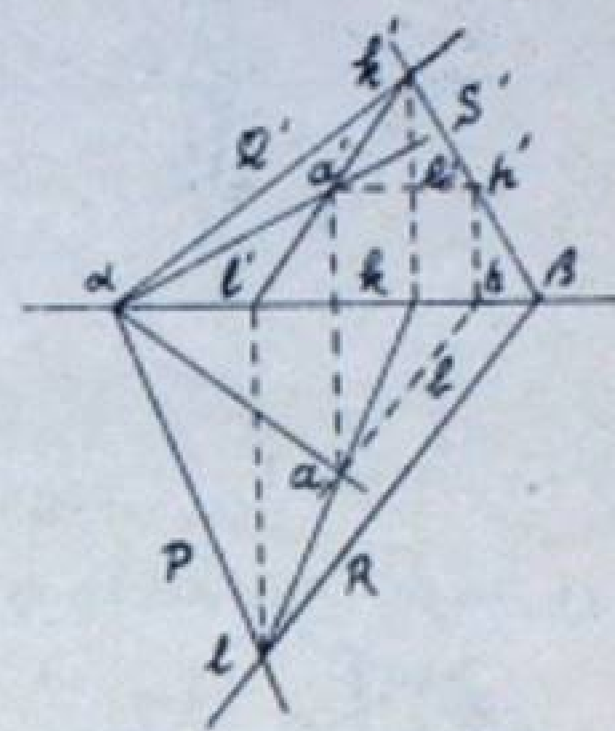

ش ۱۵۱

مسئله ۱۵۵

۱۸۲ - برخط $\alpha a\alpha' a'$ که در نقطه $\alpha\alpha'$ خطالارض راتلاقی کرده‌صفحه‌ای مروردهید که‌این خط منصف‌الزاویه بین آثار صفحه در فضاباشد. (هورفر)

جون باید خط $\alpha a\alpha' a'$ منصف الزاویهٔ آثار باشد پس اگر از نقطهٔ aa' درصفحه مطلوب عمودی بر خط مزبور اخراج نمائیم این خط بوسیلهٔ آثار صفحه بدو قسمت

متساوی تقسیم میگردد (خاصیت مثلث متساوی الساقین) اما از طرف دیگر عمودی که باید بر خط $\alpha a\alpha' a'$ اخراج شود درصفحه ای واقع است که از نقطه aa' عمود بر همین خط اخراج گردد پس برای حل مسئله بدوا از نقطه aa' صفحه ای برخط $\alpha a\alpha' a'$ عمود مینمائیم باین ترتیب که افقیه $ba'ab'$ را چنان رسم میکنیم کـه تصویر افقیش بر αa عمود باشد ، اثر قائم این خط را تعیین میکنیم از نقطهٔ b' عمودی بر $\alpha' a'$ فرود میاوریم اینخط یعنی $\beta h'$ اثر قائم صفحهٔ عمود است و چون از نقطهٔ β بر αa عمود کنیم اثـر افقی صفحه نیز معین میگردد ، حال در صفحه $R\beta S'$ خطی چنان رسم مینمائیم که از نقطهٔ aa' گذشته وبدوقسمت متساوی تقسیم گردد باین ترتیب که قطعه $h'k'$ را برابر $\beta h'$ جدانموده نقطهٔ k' را به a' وصل مینمائیم $k'l'kl$ خط مطلوب استچون آثار این خط را به نقطه aa' وصل نمائیم صفحه مطلوب $P\alpha Q'$ بدستمیاید(ش۱۵۲)

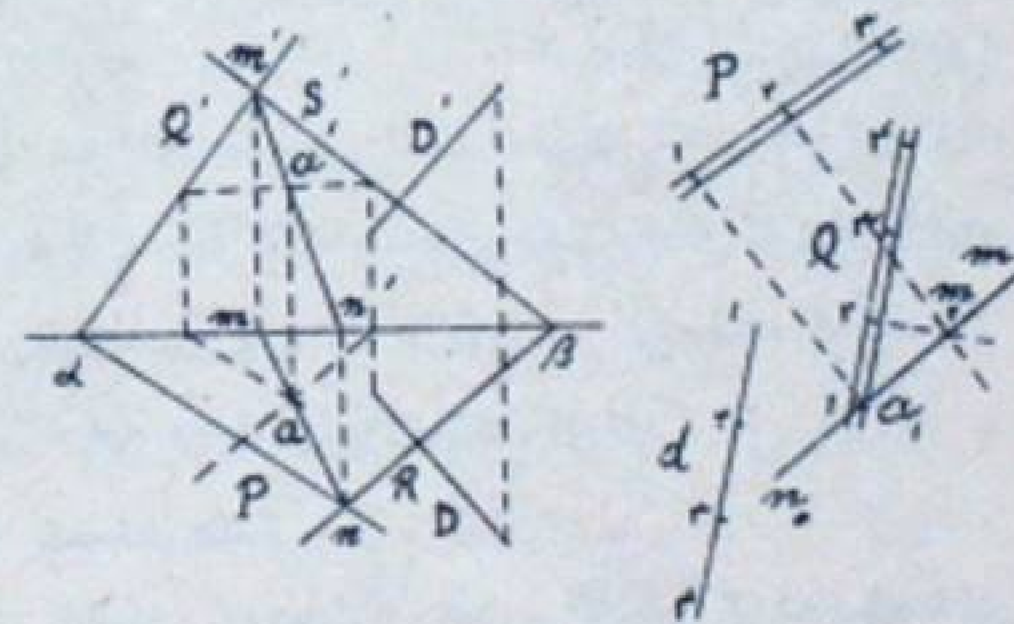


ش ۱۵۲

مسئله ۱۵۶

۱۸۳ ـ از نقطه ای واقع در صفحه مفروض خطی در آن چنان رسم کنید که با خط واقع درخارج صفحه زاویهٔ قائمهٔ احداث نماید .

چون جمیع خطوطی که با خط مفروض زاویه قائمهٔ احداث میکنند در صفحه‌ای واقع اند که ازنقطهٔ مفروض بر این خطعمود گردد پس برای حل مسئله کافی است ازنقطه aa' (a_1)مفروض درصفحه $P\alpha Q'$ (p) صفحهٔ $R\beta S'$ (Q) را برخط DD' (d) عمود نمائیم فصل مشترک دو صفحه یعنی خط $mnm'n'$ ($m_1 n_0$) جواب مسئله است (ش۱۵۳)

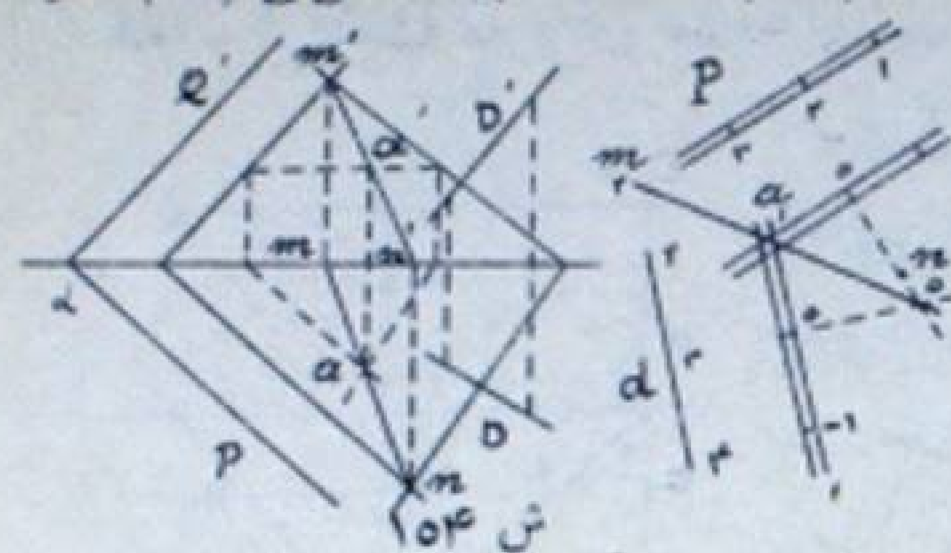


ش ۱۵۳

مسئله ۱۵۷

۱۸۴ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید کهبموازات صفحه ای بوده وبا خط مفروض زاویه قائمه ایجاد نماید .

مانند مسئله فوق ازنقطهٔ مفروض aa' (a_1) صفحه ای بر خط DD' (d) عمود مینمائیم و از همین نقطه صفحه‌ای بموازات صفحه مفروض $P\alpha Q'$(p) رسم میکنیم فصل مشترك دوصفحه یعنی خط $mnm'n'$($m_1 n_0$) جواب مسئله است (ش ۱۵۴) .



ش ۱۵۴

مسئله ۱۵۸

۱۸۵ ـ از نقطهٔ مفروض بر خطی معین عمودی بر این خط اخراج کنید که بموازات صفحه ای مفروض باشد .

مانند مسئله قبل حل میشود منتها در اینجا نقطهٔ aa' بر خط DD' اختیارشده

مسئله ۱۵۹

۱۸۶ ـ قرینهٔ خطی را نسبت بصفحه‌ای تعیین نمائید .

دو نقطه بر خط اختیار نموده از این نقاط دو عمود برصفحه‌مفروض فرودمیاوریم عمود ها را باندازه خود امتداد میدهیم خط واصل بین نقاط حاصل جواب‌مسئله‌است.

مسئله ۱۶۰

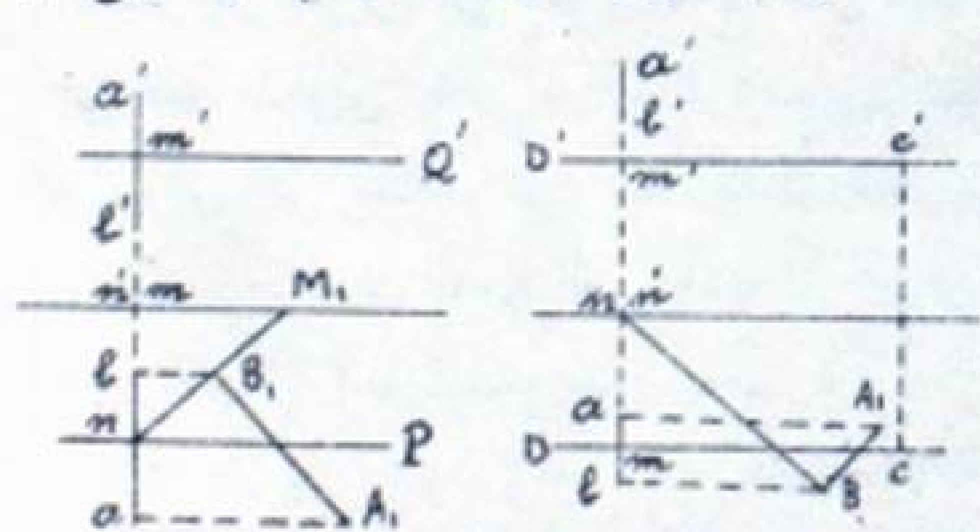
۱۸۷ ـ از محل تلاقی خطی با صفحه ای عمودی بر آن اخراج کنید که در صفحه واقع باشد

از محل تلاقی صفحه و خط صفحه ای بر خط عمودمینمائیم فصل مشترك این صفحه با صفحهٔ مفروض جواب مسئله است .

مسئله ۱۶۱

۱۸۸ـ ازنقطه مفروض عمودی برصفحهٔ مواجه فرودآورده موقع آنراتعیین کنید

فصل مشترك صفحهٔ نیمرخ مار بر نقطهٔ aa' راباصفحهٔ مواجه تعیین مینمائیم این خط را با نقطهٔ aa' در صفحهٔ نیمرخ مزبور بر صفحهٔ افق تسطیح میکنیم از تسطیح aa' یعنی A_1 عمودی بر تسطیح نیمرخ فرود آورده موقع عمود یعنی B_1 را ترقیع میکنیم خط $aba'b'$ جواب مسئله است (ش ۱۵۵)



ش ۱۵۵

مسئله ١٦٢

١٨٩ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای عمود بر خط نیمرخ رسم نمائید .

نیمرخ $aba'b'$ را بر صفحهٔ قائم مصورش تسطیح مینمائیم زاویهٔ نیمرخ با صفحه افق مساوی مقدار معلوم α معین میگردد ، از نقطه mm' نیمرخی چنان رسم مینمائیم که با صفحهٔ قائم زاویهٔ α احداث نماید (عمود بر نیمرخ مفروض باشد) آثار این نیمرخ را تعیین میکنیم از نقاط c d' خطوطی بموازات خط الارض رسم مینمائیم این خطوط آثار صفحهٔ مواجه مطلوب اند. (ش ١٥٦)

ش ١٥٦

مسئله ١٦٣

١٩٠ ـ بر خط مفروض صفحه ای مرور دهید که بر صفحهٔ دیگر عمود باشد

از نقطهٔ اختیاری مفروض بر خط عمودی بر صفحهٔ مفروض فرود میاوریم صفحه مار براین عمود و خط مفروض جواب مسئله است .

مسئلهٔ ١٦٤

١٩١ ـ قرینهٔ خطی را نسبت بصفحه مواجه تعیین کنید

از دو نقطه مفروض بر خط (مانند مسئلهٔ نمره ١٨٨) دو عمود بر صفحهٔ مواجه فرود آورده مواقع آنها را تعیین مینمائیم و هر یك رابطولی برابر خود امتداد میدهیم از وصل منتها الیه این دو خط یکدیگر قرینهٔ مطلوب بدست میاید

مسئلهٔ ١٦٥

١٩٢ ـ از نقطه ای واقع در صفحه مفروض خطی در آن رسم کنید که اقصر فاصله اش از قائمی معین باشد

بمرکز تصویر افقی قائم و شعاع اقصر فاصله دائره ای رسم مینمائیم و از تصویر افقی نقطهٔ مفروض خطی بر ایندائره مماس مینمائیم این خط تصویر افقی خط مطلوب است (اثر افقی صفحهٔ قائمی است که از نقطهٔ aa' بر سطح استوانی که محورش قائم مفروض و مولدش بفاصلهٔ اقصر فاصله از آن قرار داشته باشد مماس شده) که میتوان تصویر قائم آنرا در صفحه معین ساخت .

مسئله ١٦٦

١٩٣ ـ خط $\alpha a\alpha' a'$ خط الارض را قطع کرده ، از نقطه aa' عمودی بر آن اخراج کنید که صفحات تصویر را قطع کرده و نسبت بین قطعات برابر κ باشد (هورفر)

از نقطه aa' صفحه‌ای بر خط $\alpha a\alpha' a'$ عمود مینمائیم باین ترتیب که ابتدا افقیه $aha'h'$ را براینخط عمود کرده از اثر قائم افقیه خط $h'\beta$ را بر $\alpha a'$ عمود مینمائیم این خط اثر قائم صفحه عمود است چون از نقطهٔ β خط βR را برابر αa عمود نمائیم اثر افقی صفحه معین میشود حال اگر قطعهٔ $k'\kappa$ را بقسمی جدا نمائیم که $\kappa = \frac{h'\beta}{h'k'}$ خط $h'a'$ معین میشود بقسمی که خط $hkh'k'$ جواب مسئله است (ش ١٥٧)

ش ١٥٧

مسئله ١٦٧

١٩٤ ـ از نقطه aa' خطی رسم کنید که با صفحه ای متوازی بوده و با دو افقیه یا دو جبهیه زوایای متساوی ایجاد نماید

چون جمیع خطوطی که با دو افقیه یا دو جبهیه زوایای متساوی احداث میکنند بموازات صفحه قائمی هستند که اثرش بموازات منصف الزاویه تصاویر افقی یا قائم خطوط مزبور است بس کافی است منصف الزاویه بین H_1 و H را رسم نموده از نقطه a خطی بموازات آن مانند ab رسم کنیم ، این خط را تصویر افقی یکی از خطوط صفحه $P\alpha Q'$ فرض نموده تصویر قائم آنرا معلوم میکنیم $aba'b'$ جواب مسئله معین میگردد (ش ١٥٨)

ش ١٥٨

مسئله ١٦٨

١٩٥ ـ بر خط مفروض نقطه ای تعیین کنید که از آثار صفحه مفروض متساوی الفاصله باشد (هورفر)

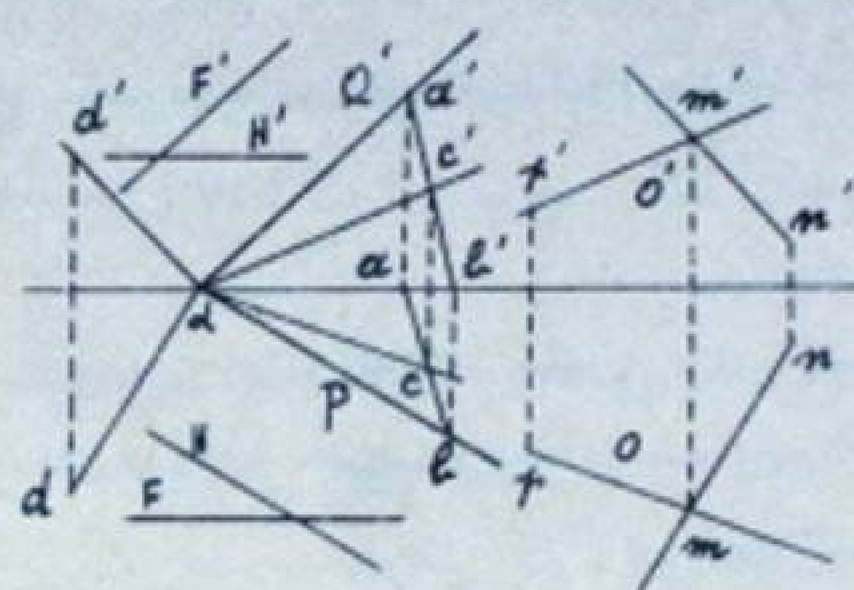
بدوا متذکر میشویم که مکان هندسی نقاط متساوی البعد از دو خط متقاطع در صفحهٔ عمود بر صفحهٔ مار بر دو خط مفروض واقع اندبنابر آنکه اثر این صفحه و صفحه مز بور منصف الزاویهٔ دو خط باشد ، بنا بسر این ابتدا

ش ١٥٩

منصف‌الزاویهٔ بین آثار صفحهٔ $P\alpha Q'$ را رسم‌مینمائیم(مسئله‌نمره ۱۸۰) خط $\alpha aa'$ نتیجه میشود ازنقطهٔ α عمود $\alpha bb'$ را بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ اخراج میکنیم‌محل تلاقی خط‌مفروض DD' را با صفحه ای که بر دو خط $\alpha aa'$ و $\alpha bb'$ میگذرد تعیین مینمائیم نقطهٔ mm' جواب مسئله معین میگردد . (ش ۱۵۹)

مسئله ۱۶۹

۱۹۶ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای مرور دهید که افقیه وجبهیه‌ای مفروض را بیك زاویه تلاقی کند (هورفر)



ش ۱۶۰

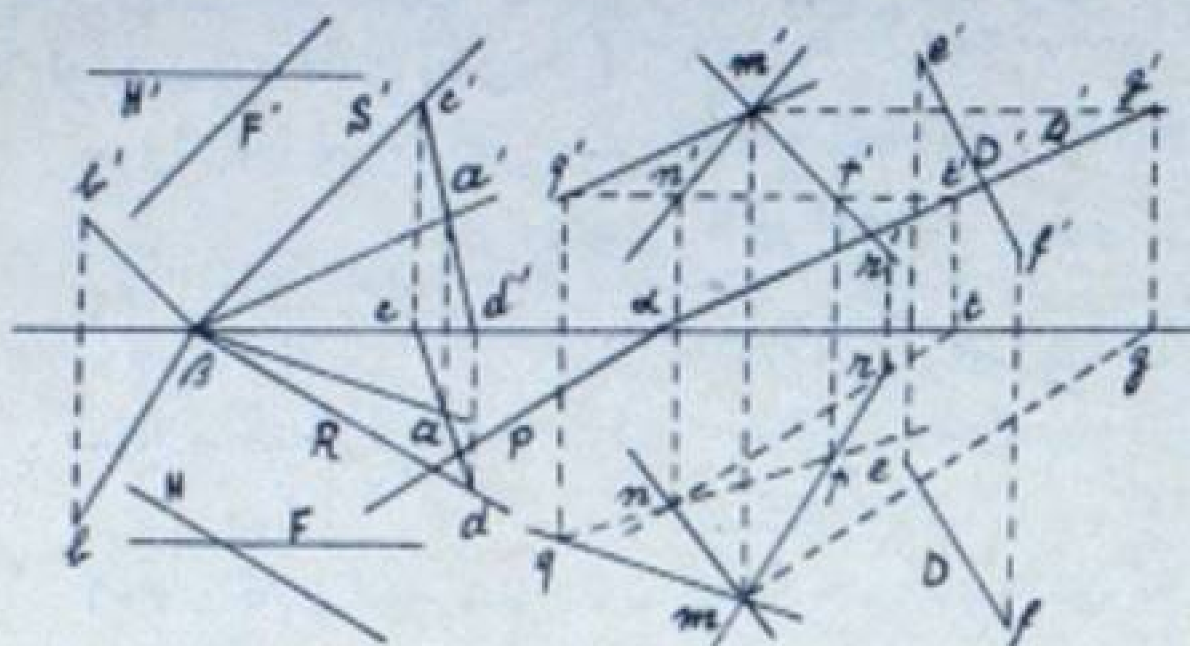
صفحه‌ای کـه دو خط را بیك زاویه‌قطع کند بموازات صفحه‌ایست که‌باین ترتیب حاصل میگردد : از نقطه ای اختیاری دوخط بموازات خطوط مفروض رسم می نمائیم . منصف‌الزاویه‌این دوخط‌را رسم‌میکنیم براین‌خط صفحه‌ای مرور میدهیم که عمودبرصفحهٔ‌دوخط‌مزبور باشداین صفحه‌دوخط‌مفروض‌رابیکمك زاویه‌قطع‌میکند حال‌چون ازنقطه‌مفروض‌صفحهٔ‌ای‌بموازات این‌صفحه‌رسم کنیم جواب‌مسئله‌معین‌میگردد . پس برای‌حل مسئله‌ازنقطهٔ α مفروض بر خط الارض صفحهٔ $P\alpha Q$ را بموازات افقیه HH' و جبهیهٔ FF' رسم مینمائیم صفحه $\alpha dd'cc'$ را مانند مسئله‌قبل معین میسازیم‌ازنقطهٔ مفروض mm' صفحهٔ oo' رابموازات صفحهٔ اخیر رسم میکنیم جواب مسئله معین میگردد . (ش ۱۶۰)

مسئله ۱۷۰

۱۹۷ ـ ازنقطهٔ مفروض خطی رسم‌نمائید که باافقیه و جبهیه ای‌مفروض زوایای متساوی احداث‌کرده بعلاوه با خط غیر مشخصی نیز زاویه قائمه احداث نماید (هور فر)

خطی که با دو خط مفروض زوایای متساوی ایجاد نمایـد بموازات صفحه ایست که بترتیب ذیل بدست میاید : «دوخط ازنقطه‌ای اختیاری بموازات خطوط مفروض رسم کرده منصف الـزاویهٔ بین آنها را رسم مینمائیم‌براین خط صفحه ای مرور میدهیم که عمود بر صفحه دو خط مرسوم باشد» . بنا بر این فرض میکنیم mm' نقطه ای باشد که میخواهیم از آن خطی رسم کنیم که باافقیه HH' وجبهیه FF' زوایای‌متساوی

تشکیل داده و با خط DD' نیز زاویه قائمه احداث نماید ، از نقطهٔ β مفروض بـر خط الارض‌صفحهٔ $R\beta S'$ را بموازات‌افقیه HH' وجبهیه FF' رسم میکنیم‌منصف‌الزاویه بین آثار این صفحه‌را مانند فوق تعیین کرده از نقطه β عمود $\beta bb'$ رابرهمین‌صفحه‌اخراج مینمائیم پس از آن از نقطه mm' صفحه ای بموازات‌صفحهٔ $\beta aa'bb'$ و صفحه‌ای عمود بر امتداد DD' رسم مینمائیم فصل مشترك این دوصفحه یعنی خط $mnmn'$ جواب مسئله است (ش ۱۶۱)

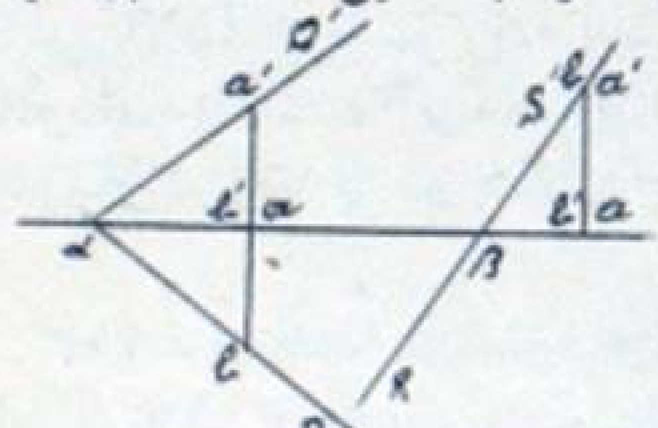


ش ۱۶۱

مسئله ۱۷۱

۱۸۹ـ ثابت‌کنید اگر آثار صفحه‌ای بریك استقامت یانسبت بخط‌الارض‌متقارن باشند صفحه مزبور برصفحهٔ منصف الزاویه ناحیه دوم یاناحیه اول‌عموداست

چون شرط آنکه صفحه ای بر صفحه دیگر عمود باشد این است که برعمودی که‌براین‌صفحه فرود آمده مرور کرده باشد ، از طرف دیگر چون در هر یك از دو صفحه مذکور در فرض نیمرخی رسم نمائیم این خط آثارش نسبت بخط‌الارض متقارن بـوده ، یا بر یکدیگر منطبق است (بنا بر آنکه خط را در صفحه که آثارش بر یك استقامت اند رسم کرده باشیم) و ضمنا میدانیم چنین نیمرخی که طول تصاویرش بایکدیگرمساوی باشد عمود بریکی از صفحات منصف الزاویه‌است (مسئله نمره ۴۲) پس حکم فوق محقق میگردد (ش ۱۶۲)



ش ۱۶۲

مسئله ۱۷۲

۱۹۹ ـ ثابت‌کنید آثار صفحهٔ عمودبریکی از صفحات منصف‌الزاویه‌نسبت بخط‌الارض متقارن بوده یا بر یك استقامت اند .

چون چنین صفحه باید بر نیمرخی مرور نماید که‌آثارش نسبت بخط‌الارض‌متقارن بوده یا بر یکدیگر منطبق اند پس آثار صفحهٔ مزبور هم بهمین منوال خواهندبود .

مسئله ۱۷۳

۲۰۰ ـ ثابت کنید اگر افقیه و جبهیه ای با صفحات تصویر یك زاویه ایجاد نمایند هرصفحه که بموازات آنها رسم گردد بر یکی ازصفحات منصف الزاویه عمود است (هورفر)

چون زاویهٔ تصویر افقی چنین افقیه با خطالارض برابر زاویه تصویر قائم جبهیه با خطالارض میباشد پس آثار صفحه‌ای که بموازات این خطوط رسم شود یانسبت بخطالارض متقارن بوده یا بر یك استقامت میباشند یعنی بنابر حکم مسئله قبل صفحات مزبور یاعمود بر صفحه منصف‌الزاویه ناحیه اول یا عمود بر صفحه منصف‌الزاویه ناحیه دوم‌اند .

مسئله ۱۷۴

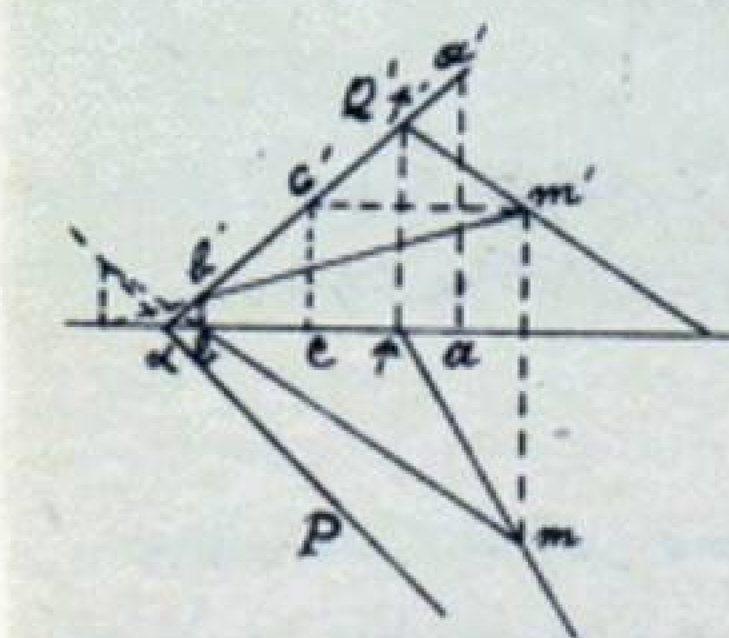
۲۰۱ ـ ثابت کنید عمودمشترك افقیه وجبهیه ای که صفحات تصویررا یك زاویه تلاقی کرده باشند بموازات یکی ازصفحات منصف‌الزاویه است.(هورفر)

چون تصویر افقی عمود مشترك بر تصویر افقی افقیه و تصویر قائم آن بر تصویر قائم جبهیه عموداست وضمنا افقیه وجبهیهٔ مزبورخطالارض‌را بیك زاویه تلاقی کرده‌اند پس تصاویر عمود مشترك نیزخطالارض را بیك زاویه که متمم زوایای مزبوراست قطع خواهند کرد ودرنتیجه عمود مشترك بموازات یکی‌ازصفحات منصف‌الزاویه‌خواهد بود

از ترسیم مسئله قبل طریقه رسم این مسئلهٔ هندسه بدست میاید : **مقصود رسم متوازی‌الاضلاع یا ذو زنقه ایست که‌رؤسشان برچهارخط مفروض‌واقع‌بوده بعلاوه‌امتدادقاعده آنهامعین باشدضمنابدانیم که‌دوضلع دیگرمتوازی‌الاضلاع یادوساق‌دوزنقه بر دوخط ازخطوط مفروض عمود است . (هورفر)**

مسئله ۱۷۵

۲۰۲ ـ از نقطه ای مفروض خطی‌رسم نمائیدکه خط مفروض درصفحهٔ قائم را تلاقی کرده و نسبت بین‌قطعات‌خط که محصور بین صفحات‌تصویراست برابر مقدار معین باشد



ش ۱۶۳

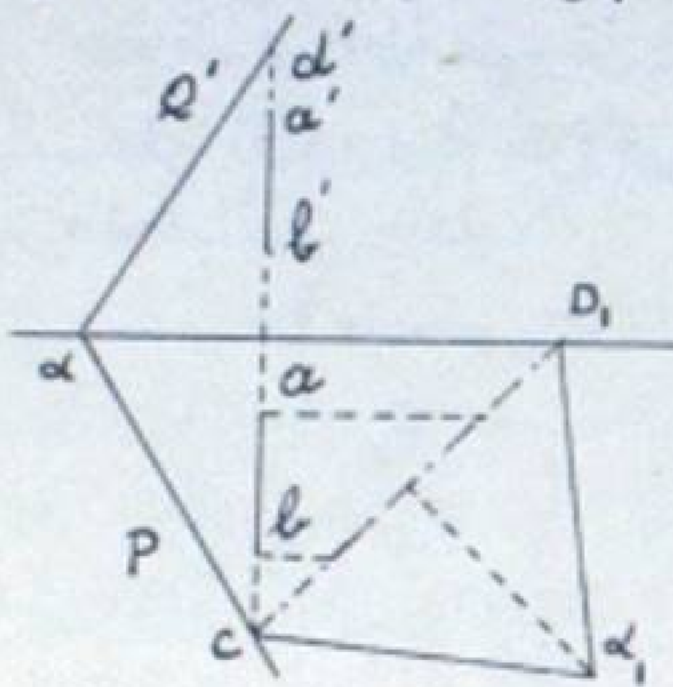
بر نقطه مفروض mm' و خط $a'b'ab$ واقع در صفحهٔ قائم‌صفحه ای مرور میدهیم . اثر قائم این صفحه همان خط $a'b'$ است که خطالارض را در نقطهٔ α تلاقی کرده‌جون نقطهٔ mm' را بیکی از نقاط خط مفروض مثلا به نقطهٔ bb' وصل نموده اثر افقی‌خط واصل رابه نقطهٔ α وصل کنیم $P\alpha Q'$ صفحه ای‌خواهدبود که

بر $aba'b'$ mm' مرور کرده حال از نقطه m' بموازات خطالارض رسم میکنیم‌تا اثر قائم صفحه را درنقطه c' قطع کند جزء $c'p'$ را طوری جدا مینمائیم که نسبت بین قطعات $c'\alpha$ و $c'f'$ برابر مقدار معلوم k شود چون خط $p'm'$ را رسم کرده تصویر افقی آنرا تعیین نمائیم جواب مسئله معین میگردد (ش ۱۶۳)

مسئله ۱۷۶

۲۰۳ـ بر نیمرخ موازی با صفحه منصف الزاویه صفحه ای مرور دهید که زاویهٔ بین‌آثارش درفضا معین باشد (هورفر)

چون نیمرخ موازی با صفحهٔ منصف الزاویه است پس آثارش نسبت بخط الارض متقارن بوده یا بر یکدیگر منطبق اند بنابراین مثلثی که از نیمرخ مفروض و قطعات محصور بین خط الارض وآثار نیمرخ تشکیل میگردد متساوی‌الساقین میشود ولی چون زاویهٔ رأس‌این مثلث‌معین‌است‌پس‌زاویهٔ‌رؤس آن‌هم‌معین‌میگردد بنابراین چون نیمرخرا تسطیح کرده با تسطیح آن‌وزوایای‌مزبورمثلث متساوی‌الساقین $CD_1\alpha_1$ بنا نمائیم طول ساق این مثلث برابر فاصلهٔ اثر نیمرخ مزبور از نقطه تلاقی آثار صفحهٔ مطلوب است که چون بمرکز c وشعاع $c\alpha_1$ دائره ای رسم کنیم نقطهٔ α بر خط‌الارض معلوم میگردد پس از وصل این نقطه بنقاط c و d' (آثارنیمرخ) صفحهٔ $P\alpha Q'$ معین میشود (ش۱۶۴)

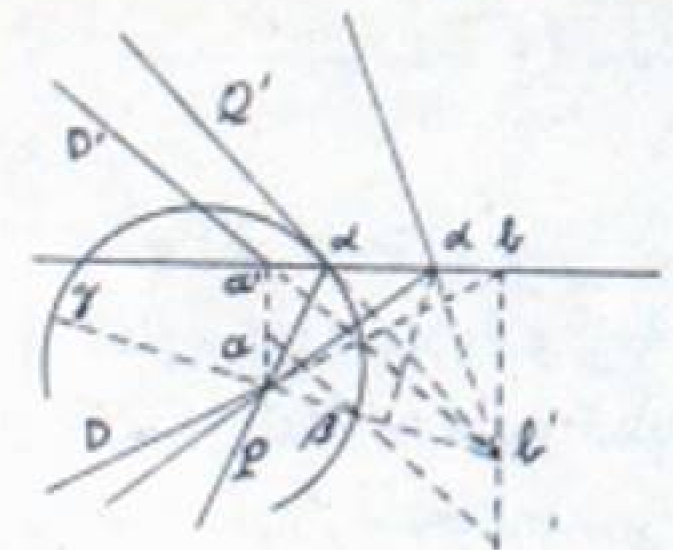


ش ۱۶۴

مسئله ۱۷۷

۲۰۴ ـ بر خط مفروض $aba'b'$ صفحه‌ای مرور دهیدکه طول آثار آن که محصوربین خط الارض و آثار خط مفروض اند با یکدیگر متساوی یا به نسبت مفروض باشد . (هورفر)

الف ـ آثارخط DD' را تعیین‌میکنیم aa' و bb' بدست‌میایند عمودمنصف ab' خط الارض را درنقطهٔ α تلاقی مینماید جون این نقطه رابه a و b' وصل می‌نمائیم آثارصفحه بدست میایند.



ش ۱۶۵

ب ـ مکان‌هندسی‌نقاطی که نسبت فواصلشان از دوسر خطی برابر K باشد محیط دائره ایست که باین طریق بدست میاید :

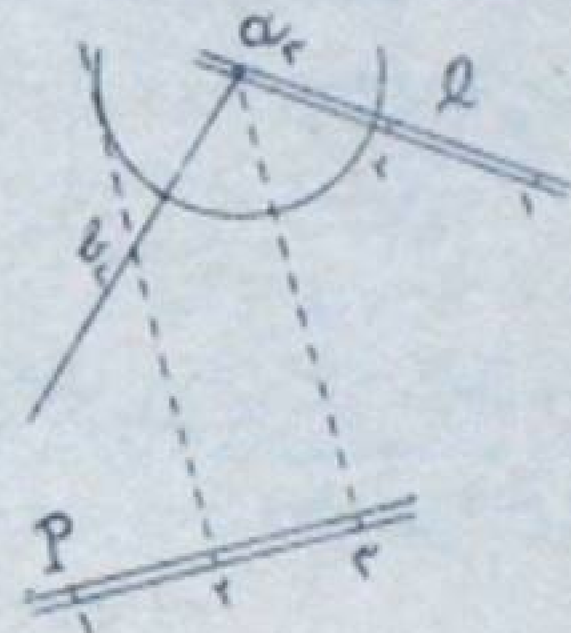
بر ab' نقطه‌ای تعیین مینمائیم که نسبت فواصل آن از دوسر اینخط برابر κ باشد مزدوج توافقی آنرا نسبت بخط ab' تعیین مینمائیم نقاط β و γ حاصل میشوند بقطر $\beta\gamma$ دائره‌ای رسم میکنیم خط الارض را درنقطهٔ α قطع میکندچون این نقطه‌رابه b' و a وصل نمائیم صفحه مشخص میگردد . (ش۱۶۵)

۴ - وضع دو صفحه

مسئلهٔ ۱۷۸

۲۰۵ - از نقطهٔ مفروض دو صفحه بشیب‌های معین مرور دهید که مقیاس شیب‌های آنها بزاویهٔ مفروضی بوده بعلاوه تصاویر مدرج نقطهٔ دیگریکی از صفحات معین باشد .

a_2 را نقطهٔ مفروض و b_2 را نقطه ای فرض میکنیم که یکی از صفحات بایدبر آن بگذرد ، بر خط a_2b_2 صفحه ای بشیب معین مرور میدهیم باین شکل که بمرکز a_2 و شعاع $1/p$ دائره ای رسم مینمائیم و از نقطهٔ b_2 مماسی بر آن مرور میدهیم اینخط افقیه رقوم ۲ صفحهٔ مطلوب است ، چون از نقطهٔ a_2 عمودی بر این افقیه فرود آوریم مقیاس شیب صفحهٔ P یعنی یکی از صفحات جواب مسئله معین میگردد ، حال چون از نقطهٔ a_2 خطی رسم کنیم که با



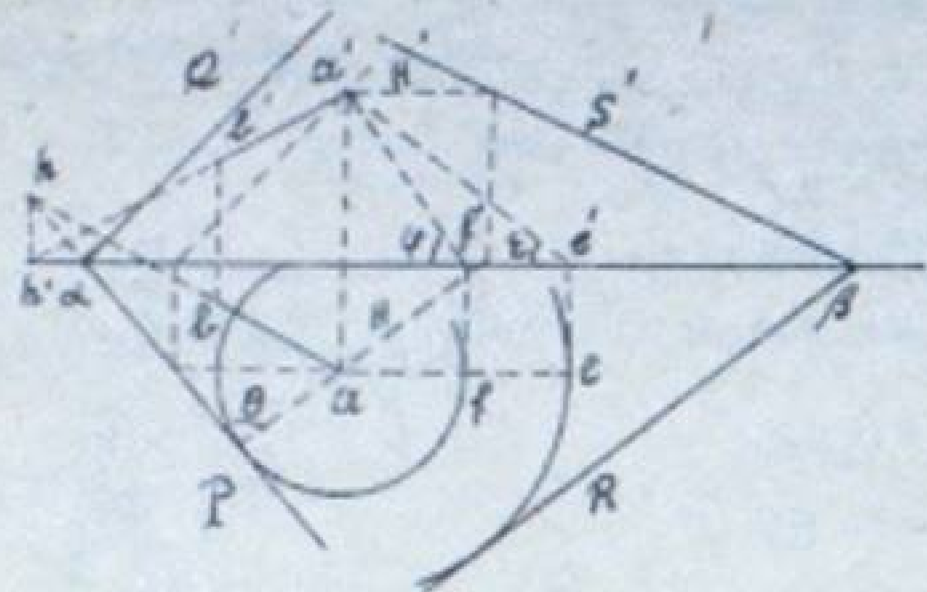
ش ۱۶۶

مقیاس شیب صفحه P زاویهٔ فرض مسئله را ایجاد نماید و آن را بشیب q یعنی اساس $1/q$ مدرج نمائیم صفحه Q معلوم می شود (ش ۱۶۶) (q و p شیب های صفحات مطلوب اند) .

۲۰۶ - از نقطهٔ مفروض aa' دوصفحه مرور دهید که زاویهٔ آنهاباصفحه افق معلوم بوده بعلاوه زاویهٔ بین آثار صفحات نیز معین باشد وضمنا یکی از آنها بر نقطهٔ bb' مرور نماید .

چون یکی از صفحات باید بر خط $aba'b'$ مرور نماید پس ابتدا صفحه‌ای براین خط مرور میدهیم که صفحه افق را بزاویه معین φ تلاقی نماید بدین ترتیب : از نقطه aa' جبهه $afa'f'$ را چنان مرور میدهیم که با صفحه افق زاویهٔ φ را ایجاد نماید

(φ زاویه ایست که باید صفحه مطلوب با صفحه افق تشکیل دهد) ، اثر افقی خط $aba'b'$ را تعیین مینمائیم نقطه hh' است از این نقطه مماس hP را بر دائره‌ای که به مرکز a و شعاع af رسم میشود مرور میدهیم این خط اثر افقی صفحه مطلوب است (مسئله نمره ۹ فصل سوم هندسه فضائی رهنما) چون اثر قائم خط $aba'b'$ را تعیین کرده α را بـه آن وصل نمائیم اثر قائم صفحه نیز معین میگردد حال افقیه HH' راچنان رسم مینمائیم که بر نقطهٔ aa' گذشته و با αp زاویه θ یعنی همانزاویه‌ایرا احداث کند که باید آثار صفحات بایکدیگر تشکیل دهندباز بر این خط صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه افق زاویه ε راتشکیل دهد (ε زاویه ایست که باید این صفحه با صفحه افق ایجاد نماید) از اینقرار : از نقطهٔ aa' جبهه $aea'e'$ را بقسمی رسم میکنیم که با خط الارض (صفحهٔ افق) زاویه ε را تشکیل دهد بمرکز a و شعاع ae دائره‌ای رسم میکنیم بر این دائره مماسی بموازات H مرور میدهیم $R\beta$ که باین ترتیب حاصل میگردد اثر افقی صفحه مطلوب است چون نقطهٔ β را به اثر قائم افقیه HH' وصل نمائیم اثر قائم صفحه نیز مشخص میگردد بقسمیکه صفحات $P\alpha Q'$ و $R\beta S'$ جواب مسئله اند (ش ۱۶۷)



ش ۱۶۷

مسئلهٔ ۱۷۹

۲۰۷ - فصل مشترک صفحهٔ مفروضرا باصفحهٔ قائمی که اثرش معین است معلوم نمائید .

چون تصاویر جمیع خطوط واقع بر صفحهٔ قائم (تصاویر افقی خطوط مزبور) بر اثر آن (اثرافقی) منطبق میباشند پس کافی است اثرمزبور را (اثرافقی صفحه قائم‌را) یکی از خطوط صفحه P (صفحه $P\alpha Q'$) فرض نموده آنرامدرج ساخت (تصویر قائمش را تعیین نمود)

مسئله ۱۸۰

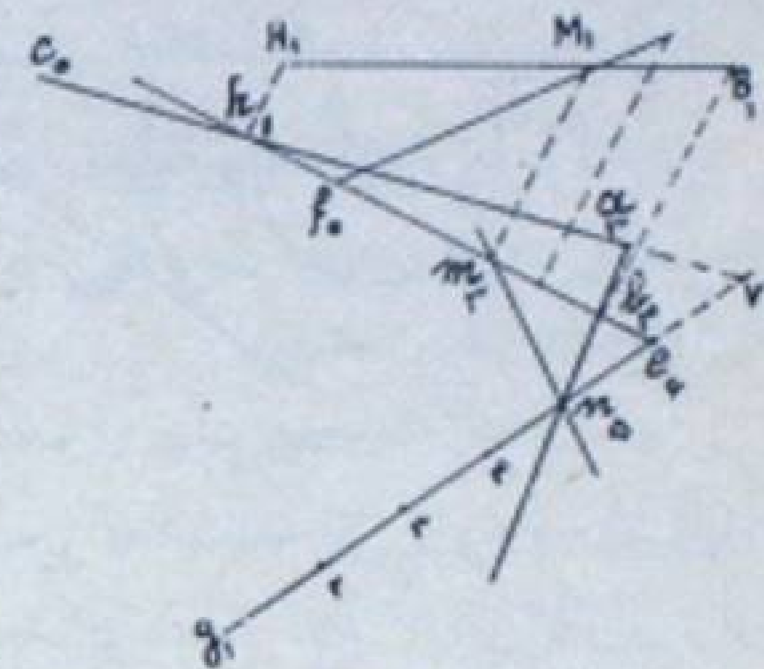
۲۰۸ - فصل مشترک دو صفحهٔ قائم که آثارشان (آثار افقیشان) معلوم است چیست .

فصل مشترك مطلوب قائمی است که بر محل تـلاقی آثار (آثار افقی) صفحات مفروض بگذرد .

مسئله ۱۸۱

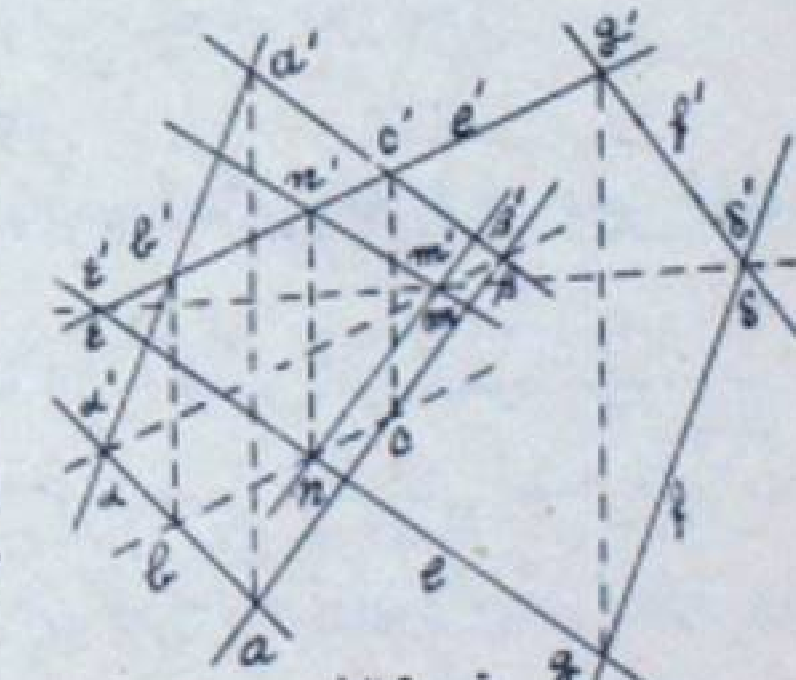
۲۰۹ ـ فصل مشترك دو صفحه ایراکـه هر يك بدو خط متقاطع نموده شده اند معلوم نمائید .

الف ـ کافی است محل تلاقی دو خط متقاطع یکی از دوصفحه را باصفحه دیگر به ترتیب ذیل تعیین نمائیم خط واصل بین نقاط مزبور فصل مشترك مطلوب است : صفحات مفـروض $b_4a_2c_0$ و $f_0e_2g_1$ اختیارشده‌اند، صفحهٔ قائم مصور EF صفحات مزبور را در خطوط e_2f_0 و b_4l_1 تلاقی کرده چون این دوخط را حول اثر صفحه مزبور تسطیح نمائیم تسطیح نقطهٔ تلاقی خط EF با صفحه ABC معین میشود بقسمیکه نقطهٔ m_2 یکی از نقاط فصل مشترك دوصفحه است وچون


ش ۱۶۸

بهمین منوال محل تلاقی خط EG را باصفحه ABC تعیین نمائیم نقطه n_0 معلوم میشود بقسمیکه خط m_2n_0 فصل مشترك دوصفحه خواهد بود (ش ۱۶۸)

ب ـ فرض میکنیم بخواهیم فصل مشترك صفحات $abca'b'e'$ و $efge'f'g'$ را تعیین کنیم ، میدانیم هر گاه صفحه ثالثی مرور دهیم تاهریك از صفحات مزبور را در فصل مشترکی تلاقی نماید نقطهٔ تلاقی این فصل مشترکها متعلق بفصل مشترك دوصفحه است ، برای این منظور صفحه ثالث را صفحه منصف الزاویه ناحیه دوم اختیار مینمائیم فصل مشترك این صفحه با صفحه $abca'b'c'$ خط $\alpha\alpha'\beta\beta'$ بوده و با صفحه دیگر خط $\delta\delta'\partial\partial'$ میباشد محل تلاقی این دوخط نقطه


ش ۱۶۹

mm' متعلق بفصل مشترك دو صفحه است برای تعیین نقطه دیگر محل تلاقـی خط $ege'g'$ را با صفحه $abca'b'c$ تعیین مینمائیم باین شکل که $e'g'$ را اثرقائم صفحه منتصی فرض کرده فصل مشترك این صفحه را با صفحهٔ مفروض تعیین مینمائیم محل تلاقـی

تصویر افقی این خط با خط eg نقطهٔ n است که میتوان تصویر قائمش را تعیین نمود باین ترتیب خط $mnm'n'$ فصل مشترك مطلوب است (ش ۱۶۹)

مسئله ۱۸۲

۲۱۰ ـ بر خط مفروض صفحه ای مرور دهید که فصل مشترکش باصفحهٔ مفروض بموازات خطی واقع در همین صفحه باشد .

از نقطهٔ اختیاری مفروض بر خط مزبور خطی بموازات خط مفروض در صفحه رسم مینمائیم صفحه‌ای که برایندوخط مرور میکند جواب مسئله است

مسئله ۱۸۳

۲۱۱ ـ بر خط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که فصل مشترکش باصفحه‌ای معین بموازات صفحهٔ ثالثی باشد

فصل مشترك صفحه معین را با صفحهٔ ثالث تعیین مینمائیم بـرخط مفروض صفحه‌ای بموازات این فصل مشترك مرور میدهیم باینمعنی که از نقطه‌ای مفروض بر آن خطی بموازات فصل مشترك مزبور رسم میکنیم صفحهٔ که بر این خط و خط مفروض مرور نمایند جواب مسئله است .

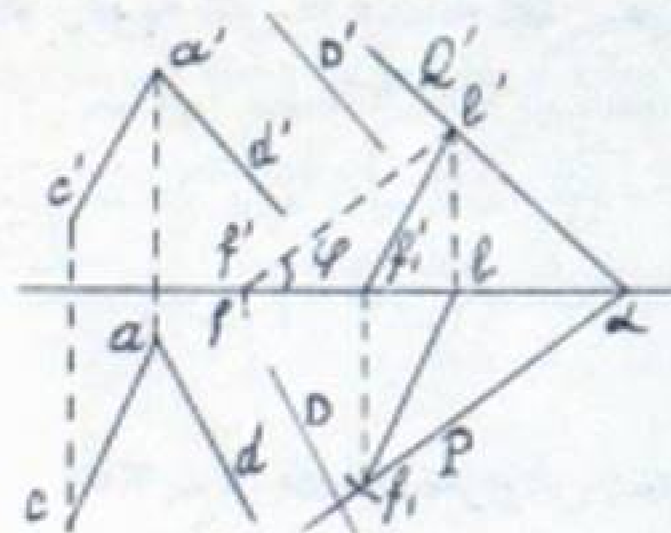
مسئله ۱۸۴

۲۱۲ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای بموازات خط معین رسم کنید بقسمی که فصل مشترکش با صفحه‌ای مفروض بشیب معین باشد

از نقطهٔ مفروض خطی بموازات خط مفروض رسم کرده و در صفحه مفـروض خطی بشیب معین مرور میدهیم و ازنقطهٔ مفروض خطی بموازات اینخط رسم مینمائیم صفحه‌ای که براین دوخط مرور مینمایدجواب مسئله است

۲۱۳ ـ از نقطه aa' صفحه ای بموازات خط DD' رسم کنید کـه فصل مشترك آن با صفحهٔ $P\alpha Q'$ با صفحه افق زاویهٔ معین φ را احداث نماید

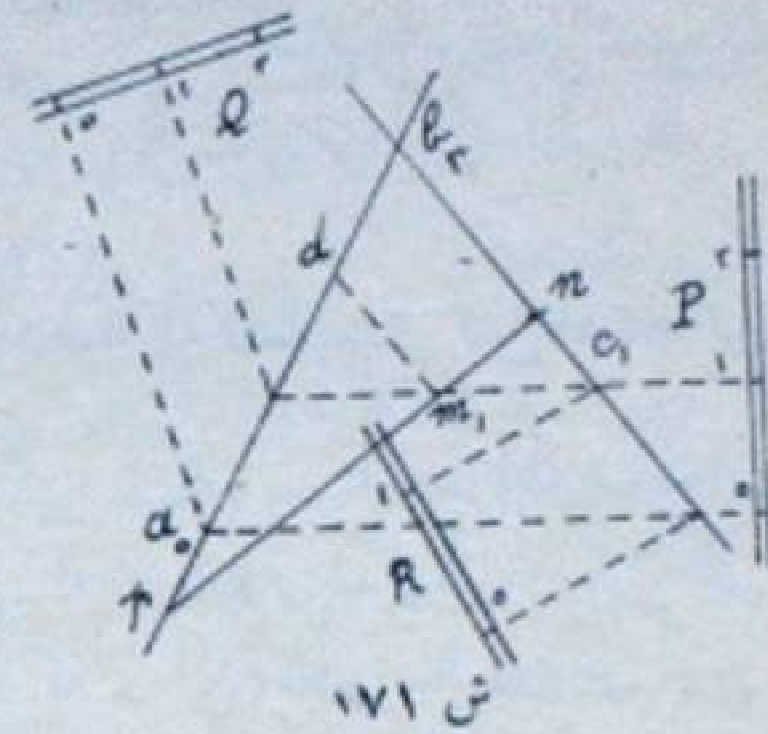
بدوا در صفحه $P\alpha Q'$ خطی رسم مینمائیم که با صفحهٔ افق زاویه معین φ را تشکیل دهد باین ترتیب که جبهه $bfb'f'$ رابقسمی رسم میکنیم که با خط‌الارض همین زاویه را احداث کند بمرکز b و شعاع bf دائره ای رسم مینمائیم تا اثر افقی صفحه را در نقطه f_1 تلاقی کند خط $bf_1b'f'_1$ خط مزبور است ، حال از نقطهٔ aa' دو خط یکی را بموازات DD' و دیگری رابموازات $bfb'f'_1$ رسم مینمائیم صفحه‌ایندو خط جواب مسئله است (ش ۱۷۰)


ش ۱۷۰

مسئله ۱۸۵

۲۱۴ - از نقطهٔ مفروض واقع در صفحه P خطی در آن چنان رسم کنید که دو صفحه متقاطع Q و R را تلاقی کرده و به نسبت κ تقسیم شود

فصل مشترك صفحه P را با صفحات Q و R تعیین مینمائیم خطوط $a\,b_2$ و c_1b_2 نتیجه میشود که در نقطهٔ b_2 متلاقی اند حال باید از نقطه m_1 مفروض بر صفحه P خطی رسم نموده که دو خط مزبور را تلاقی کرده و به نسبت مفروض κ تقسیم میشود خط md را بموازات cb رسم نموده جزء dp را بقسمی اختیار مینمائیم که بین قطعات bd و dp نسبت κ برقرار گردد چون p را به m وصل نمائیم این خط جواب مسئله است (ش ۱۷۱)



ش ۱۷۱

حل ترسیمی مانند فوق است از رسم آن صرف نظر شد .

مسئله ۱۸۶

۲۱۵ - بر نقطهٔ مفروض واقع در صفحه‌ای معین صفحه‌ای بشیب مفروض مرور دهید که فصل مشترك آن با این صفحه دارای شیب مشخصی باشد

از نقطهٔ مفروض در صفحه P خطی بشیب معین مرور میدهیم براین خط نیز صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم این صفحه جواب مطلوب است.

۲۱۶ - بر نقطهٔ aa' واقع در صفحه $P\alpha Q'$ صفحه‌ای مرور دهید که زاویهٔ آن با صفحهٔ افقی معلوم بوده بعلاوه صفحه مزبور را در خطی تلاقی کند که زاویه اش با صفحه افق معین است

ابتدا در صفحهٔ $P\alpha Q'$ از نقطهٔ aa' خطی چنان رسم مینمائیم که با صفحهٔ افق زاویه معین احداث نماید (مسئله نمره ۲۱۳) پس از آن بر این خط صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه افق زاویه معین احداث کند (مسئله نمره ۶۰) صفحه اخیر جواب مسئله است

مسئله ۱۸۷

۲۱۷ - از نقطه مفروض صفحه ای رسم نمائید که فصل مشترك آن با دو صفحه دیگر بموازات خطوطی واقع درهمین صفحات باشد

کافی است از نقطه مفروض دو خط بموازات خطوط واقع در صفحات رسم نمائیم صفحه‌ای که براین دوخط مرور مینماید جواب مسئلهٔ است

مسئله ۱۸۸

۲۱۸ - از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای مرور دهید که فصل مشترك آن با دو صفحه دیگر خطوطی بشیب معین باشد

ابتدا در صفحات مفروض خطوطی بشیب های معین رسم مینمائیم پس از آن مانند مسئله فوق عمل میکنیم

۲۱۹ - از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای مرور دهید که فصل مشترك با دو صفحه دیگر با صفحه افق زوایای معین احداث نماید

در صفحات مزبور خطوطی که با صفحه افق زوایای معین تشکیل میدهند رسم میکنیم (مسئله نمره ۲۱۳) از نقطه مفروض دو خط بموازات آنها رسم میکنیم صفحه مار براین دو خط جواب مسئله است

مسئله ۱۸۹

۲۲۰ - فصل مشترك دو صفحه را تعیین کنید که هر یك بدو خط متقاطع نموده شده اند بقسمی که تصاویر افقی دو خط متقاطع یکی از صفحات بر تصاویر قائم خطوط نمایش صفحه دیگر منطبق باشد و بالعکس

چون چنین دو صفحه ای نسبت بصفحهٔ منصف الزاویه ناحیه دوم متقارن اند (مسئله نمره ۴۱) پس فصل مشترك آنها در همین صفحه واقع است بنابراین کافی است خطوط نمایش در صفحه را امتداد دهیم تا یکدیگر را نظیر بنظیر قطع نمایند خط واصل بین نقاط تلاقی فصل مشترك دو صفحه است .

مسئله ۱۹۰

۲۲۱ - از نقطه مفروض صفحه‌ای بموازات یکی از صفحات منصف الزاویه رسم نمائید

چون مجموع بعد و ارتفاع (یا تفاضل آنها) جمیع نقاط چنین صفحه‌ای مساوی مجموع (یا تفاضل) بعد و ارتفاع نقطهٔ aa' است پس کافی است دو خط بموازات خط الارض (یك خط) بفاصله مجموع (یا تفاضل) بعد و ارتفاع نقطهٔ aa' رسم کنیم خطوط مرسوم (خط مرسوم) آثار صفحه‌ای هستند که بموازات صفحه منصف الزاویه دوم (یا اول) رسم شده (ش ۱۱۹) و (ش ۱۲۰)

مسئله ۱۹۱

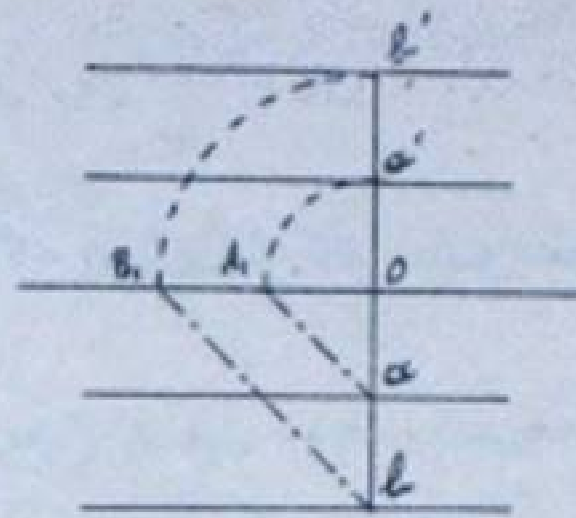
۲۲۲ - بر دو خط که یکی از آنها نیمرخ است دو صفحه بموازات یکدیگر مرور دهید .

از نقطهٔ مفروض برخط غیرمشخص خطی بموازات نیمرخ (مسئله نمره ۴۳) و از نقطه

مفروض بر نیمرخ خطی بموازات خطاغیر مشخص رسم مینمائیم صفحات مار بردو خط متقاطع حاصل جواب مسئله اند .

مسئله ۱۹۲

۲۲۳ ـ مطلوب است تعیین شرط آنکه دو صفحه مواجه که با ثارشان نموده شده با یکدیگر متوازی باشند



ش ۱۷۲

صفحات مزبور را بوسیله صفحهٔ نیمرخ غیر معینی قطع مینمائیم فصل مشترک این صفحه با صفحات مزبور نیمرخهای $oa'a$ و $ob'b$ است . نیمرخها را تسطیح میکنیم اگر تسطیح آنها متوازی شود دو صفحه متوازی اند و الا فلا (ش۱۷۲)

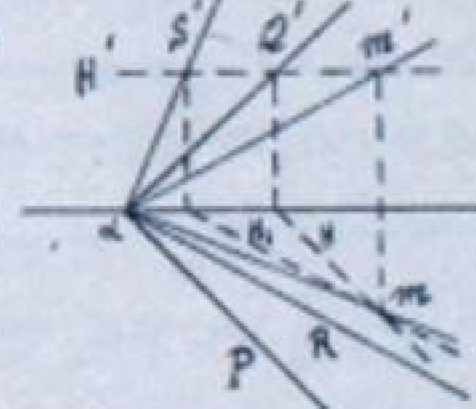
مسئله ۱۹۳

۲۲۴ ـ از نقطه مفروض صفحه ای بموازات صفحه مواجهی که باثارش نموده شده رسم کنید .

بر نقطهٔ mm' صفحهٔ نیمرخی مرور میدهیم تا صفحه مواجه RS' را در نیمرخ $ob'c$ تلاقی کند نقطهٔ mm' را بر صفحه نیمرخ مزبور تسطیح مینمائیم از تسطیح آن یعنی M_1 خطی بموازات تسطیح نیمرخ $ob'c$ رسم میکنیم چون آثار این خط را تعیین کرده از آنها خطوطی بموازات خط الارض رسم کنیم آثار صفحه مواجه معین میگردد (ش۱۷۲)

مسئله ۱۹۴

۲۲۵ ـ فصل مشترک دو صفحه را که آثارشان بر یک نقطه از خط الارض میگذرد تعیین کنید .



ش ۱۷۳

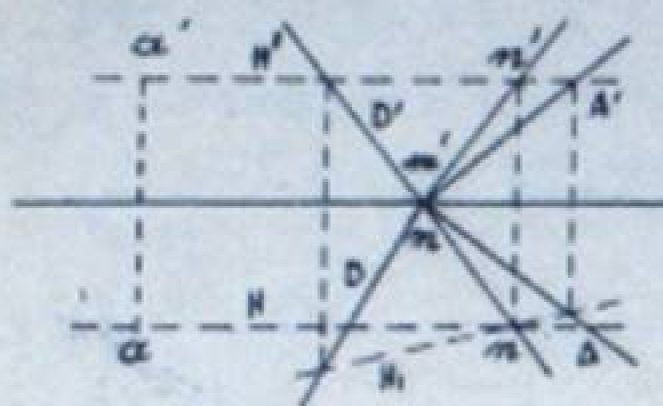
نقطه تلاقی آثار خود متعلق بفصل مشترک است نقطه دیگر فصل مشترک را بوسیله رسم صفحه افقی اختیاری H' تعیین مینمائیم باین ترتیب فصل مشترک این صفحه باهر یک از صفحات افقیه های $H'H_1$ و HH' خواهد بود که تصاویر افقیشان در نقطه m متلاقی اند پس فصل مشترک مطلوب خط $\alpha mm'$ است (ش ۱۷۳)

مسئله ۱۹۵

۲۲۶ ـ فصل مشترک دو صفحه را تعیین کنید که یکی از آنها بر خط الارض و یک نقطه گذشته و دیگری بدو خط متقاطع بر خط الارض نموده شده

فرض میکنیم یکی از صفحات بر aa' و خط الارض گذشته و دیگری بدو خط

متقاطع DD' و $\Delta\Delta'$ نموده شده باشد واضح است چون خطوط مزبور روی خط الارض متلاقی اند پس این نقطه خود متعلق بفصل مشترک است بنابراین کافی است نقطه دیگری از آن را تعیین کنیم برای این مقصود صفحه افقی مار بر نقطهٔ a' را مرور میدهیم فصل مشترک این صفحه باصفحه مار بر خط الارض مواجه $H'H$ و باصفحه مفروض افقیه $H'H_1$ است این دو خط در نقطهٔ nn' متلاقی اند پس فصل مشترک دو صفحه خط $mnm'n'$ است (ش ۱۷۴)

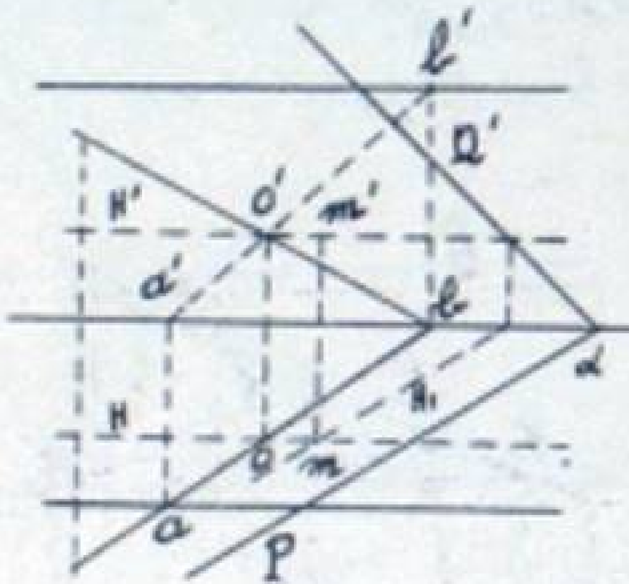


ش ۱۷۴

مسئله ۱۹۶

۲۲۷ ـ مطلوب تعیین نقطه مشترک سه صفحه است که اولی غیر مشخص و دومی مواجه و سومی مار بر خط الارض باشد

ابتدا فصل مشترک دو صفحه مواجه را تعیین میکنیم باین ترتیب که در صفحه مواجهی که به آثارش نموده شده خطی مانند $aba'b'$ رسم میکنیم این خط صفحه مواجه مار بر خط الارض را در نقطهٔ oo' تلاقی مینماید پس خط مواجه HH' که از نقطهٔ oo' رسم شود فصل مشترک دو صفحه است حال فصل مشترک صفحه افقی H' را با صفحهٔ $P\alpha Q'$ معلوم مینمائیم تصویر افقی فصل مشترک خط H_1 است که H را در نقطه m تلاقی کرده چون تصویر قائم این نقطه را معین سازیم نقطه mm' یعنی نقطه مشترک سه صفحه معین میشود (ش ۱۷۵)



ش ۱۷۵

مسئله ۱۹۷

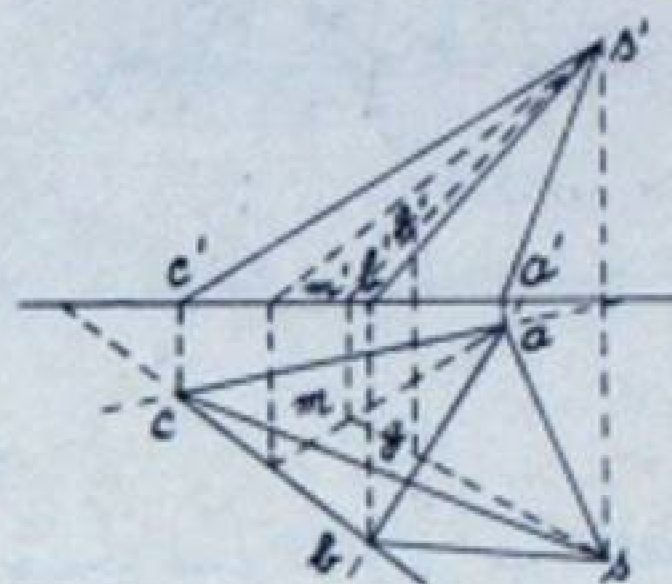
۲۲۸ ـ فصل مشترک دو صفحه را تعیین کنید که هر دو مواجه بوده و هر یک بر نیمرخی مفروض مرور کرده باشند

کافی است محل تلاقی یکی از نیمرخها را با صفحه مواجهی که بر نیمرخ دیگر مرور مینماید معین نموده از این نقطه مواجهی رسم کنیم خط اخیر فصل مشترک دو صفحه است .

مسئله ۱۹۸

۲۲۹ ـ مطلوب تعیین مرکز ثقل هرمی‌است که تشکیل‌شده باشد از صفحهٔ افقی و سه صفحه که باثارشان نموده شده

نقطهٔ مشترك سه صفحهٔ مفروض را تعیین مینمائیم ss' بدست میاید این نقطه‌را بمحل تلاقی آثار صفحات مزبور که دراینجا نقاط aa' و bb' ، cc' است وصل مینمائیم هرم $s'a'b'c'$ $sabc$ تشکیل‌میگردد ، درمثلث abc میانه‌ضلع bc را رسم کرده آنرا بسه قسمت مساوی‌تقسیم مینمائیم نقطهٔ m مرکزثقل مثلث abcاست‌چون ss' را باین نقطه وصل کنیم و خط $sms'm'$ را بچهار قسمت مساوی تقسیم نمائیم نقطهٔ gg' مرکز ثقل‌هرم مزبورمشخص‌میگردد(ش ۱۷۶)

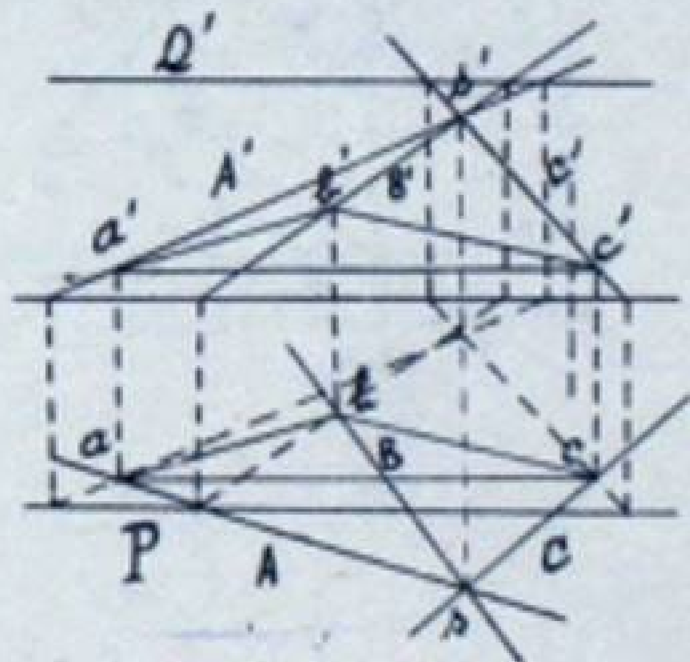


ش ۱۷۶

مسئله ۱۹۹

۲۳۰ ـ کنج سه‌وجهی‌و نقطه‌ای‌مفروض‌ند ازنقطه‌مفروض‌صفحه‌ای‌بموازات یکی از صفحات منصف‌الزاویهٔ رسم نمائید و مقطع آنرا درکنج تعیین کنید.

از نقطهٔ aa' صفحهٔ PQ' رابموازات‌منصف‌الزاویهٔ ناحیه دوم رسم مینمائیم(مسئله نمره ۲۰۱) محل تلاقی هر یك‌از یالهای کنج‌را با آن‌صفحه تعیین مینمائیم باین ترتیب که مثلا A' را اثرقائم صفحهٔ منتصبی فرض نموده فصل مشترکش را با صفحه مزبور معین میسازیم تصویر افقی این خط تصویرافقی A را در نقطهٔ a قطع مینماید‌بقسمی که aa' نقطهٔ تلاقی $s'sAA'$ و صفحه PQ' است چون بهمین منوال عمل‌راادامه‌دهیم‌مثلث $abca'b'c'$ معین میگردد (ش ۱۷۷)



ش ۱۷۷

مسئله ۲۰۰

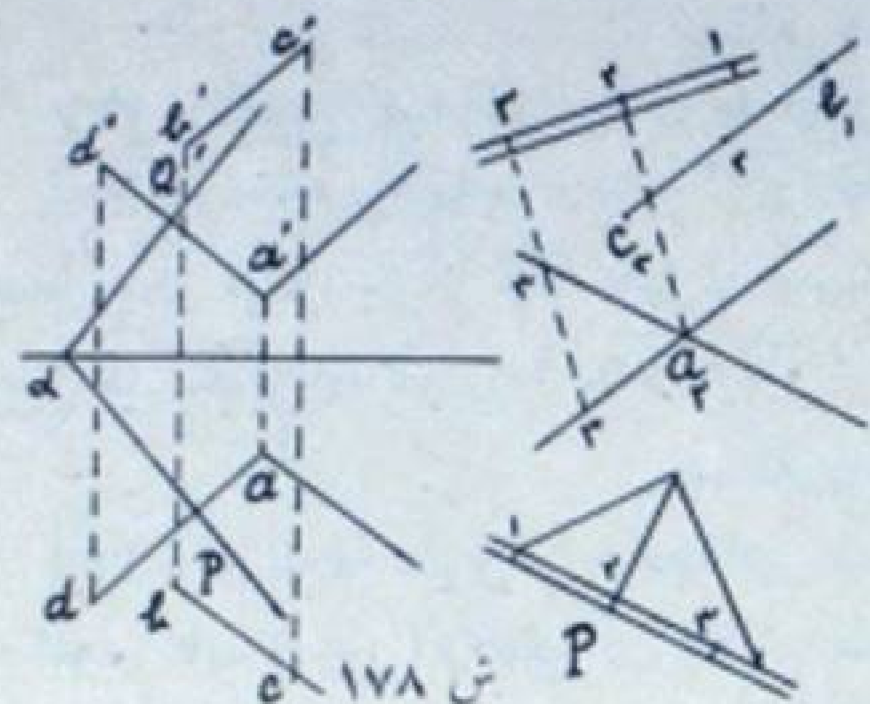
۲۳۱ ـ فصل مشترك دو صفحه افقی و جبهی چیست

فصل مشترك دو صفحهٔ مزبور مواجهی است که تصویر افقیش بر اثر افقی صفحهٔ جبهی و تصویر قائمش بر اثر قائم صفحهٔ افقی منطبق میباشد .

مسئلهٔ ۲۰۱

۲۳۲ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم‌کنیدکه بموازات خطی بوده و عمود بر صفحه‌ی معین باشد .

از نقطهٔ aa' (a_9) خطی به موازات $bcb'c'$ (b_1c_2) رسم نموده و از همین نقطه عمودی بر صفحه $P\alpha Q'$ (P) فرود میاوریم صفحه‌ای که بر این دو خط مرور نماید واجد فرض شرائط‌مسئله‌است (ش ۱۷۸)



ش ۱۷۸

مسئله ۲۰۲

۲۳۳ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای بر صفحهٔ مفروض P عمود نمایدکه اولا بر نقطهٔ معینی از این صفحه مرور کند ، ثانیا بر خط مفروض‌در صفحه عمود باشد ثالثا فصل مشترك آن باصفحهٔ دیگر Q خطی بشیب معین p باشد.

ابتدا ازنقطهٔ a_2 عمودی برصفحهٔ مفروض P فرودمیاوریم‌صفحه‌ای که‌براین خط و نقطهٔ مفروض درصفحه میگذرد جواب قسمت اول مسئله است . ثانیا چون از نقطه‌مفروض a_2 صفحه‌ای بر خط مفروض درصفحه عمود نمائیم این صفحه برصفحهٔ P نیز عمود خواهد بود ، ثالثا درصفحه دیگر Q خطی بشیب معین رسم نموده(کتاب‌هندسه‌رقومی مسئله نمره ۳۵) از نقطهٔ a_2 خطی بموازات آن رسم مینمائیم صفحه ایکه براین‌خط و عمود وارد از نقطهٔ a_2 برصفحه P مرور کند جواب مسئله است .

۲۳۴ـ حل‌ترسیمی مسئله فوق‌عینا مانند حل‌رقومی آنست تنها درحالت سوم بایددر صفحه Q خطی رسم نمود که با صفحهٔ افق زاویهٔ معین ایجاد کند (مسئله نمره ۹۰).

مسئلهٔ ۲۰۳

۲۳۵ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین بقسمی رسم‌کنیدکه عمود برصفحهٔ معین باشد .

از نقطهٔ a_2 خطی بر صفحهٔ P عمود نموده بر اینخط صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم (مسئله نمره ۲۶ کتاب هندسه رقومی) .

۲۳۶ ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای برصفحهٔ مفروض عمودکنید بقسمی‌که باصفحهٔ افق زاویهٔ معین تشکیل دهد .

از نقطهٔ aa' خطی برصفحه $P\alpha Q$ عمود مینمائیم (مسئله نمره ۴۱ هندسه ترسیمی) بر اینخط صفحه چنان مرور میدهیم که باصفحهٔ افق زاویهٔ معین تشکیل دهد. (مسئله نمره ۹۰)

مسئله ۲۰۴

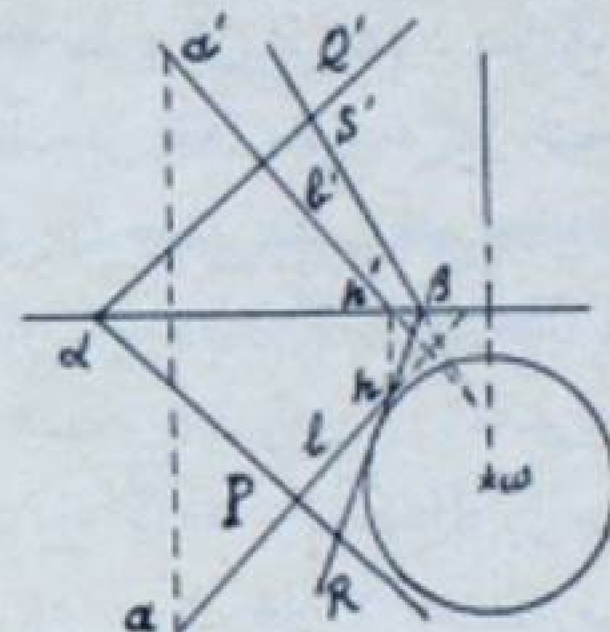
۲۳۷ ـ تحقیق کنید دو صفحه مفروض برهم عموداند یانه

چون دوصفحه برهم عمود باشند اگر خطی بریکی از آنها عمود نمائیم بموازات صفحهٔ دیگر میشود پس از نقطهٔ اختیاری عمودی بریکی ازصفحات فرود می‌آوریم تحقیق میکنیم اینخط بموازات صفحهٔ دیگر است یانه .

مسئله ۲۰۵

۲۳۸ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای عمود برصفحهٔ دیگر بقسمی رسم کنید که اقصر فاصله بین اثرافقی آن باقائم مفروض معین باشد .

از نقطهٔ aa' عمود $aba'b'$ را برصفحهٔ $P\alpha Q'$ فرود میاوریم باین ترتیب که ab



ش ۱۷۹

را بر $P\alpha$ و $a'b'$ را بر aQ' عمود مینمائیم اثر افقی اینخط راتعیین مینمائیم نقطهٔ hh' است بمرکز قائم یعنی نقطهٔ ω و شعاع اقصر فاصله دائره ای رسم میکنیم از نقطه h مماسی بر این دائره رسم میکنیم اینخط در نقطهٔ β خط الارض را تلاقی می نماید، نقطهٔ β راباثرقائم خط $aba'b'$ وصل مینمائیم صفحه $R\beta S'$ جواب مسئله است (ش ۱۷۹)

مسئله ۲۰۶

۲۳۹ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای عمود برصفحهٔ معین بقسمی رسم کنید که اثر افقیش برنقطهٔ مفروض واقع درصفحهٔ افق بگذرد .

ازنقطهٔ aa' خطی برصفحهٔ مفروض رسم نموده اثرافقی خط عمودرابه نقطهٔ مفروض در صفحهٔ افق وصل مینمائیم اینخط اثر افقی صفحهٔ مطلوب است چون محل تلاقی این خط وخط الارض را به اثر قائم عمود وصل نمائیم اثر قائم صفحه نیز معین میگردد .

مسئله ۲۰۷

۲۴۰ ـ زاویهٔ دو وجهی که یالش قائم است مفروض است خطی دریکی از وجوه آن رسم شده بر این خط صفحه‌ای مروردهید که فرجه را به زاویهٔ قائمه تلاقی کند .

بر خط a_2b_2 واقع در صفحهٔ قائم P (خط $aa'bb'$) صفحهٔ R (FF' و HH'

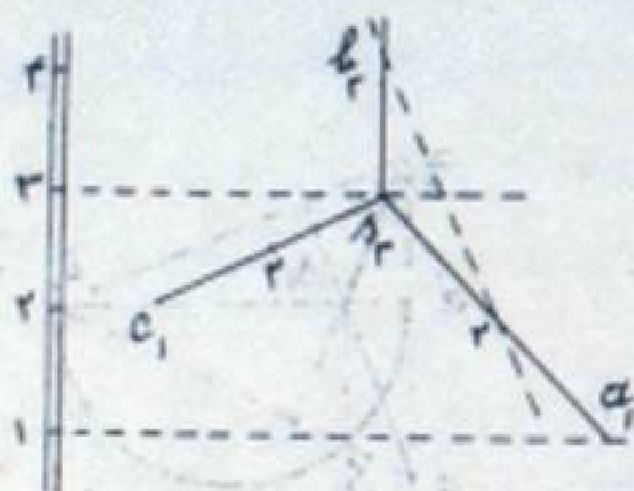
را عمود مینمائیم فصل مشترك این صفحه را باصفحه قائم Q تعیین میکنیم خط $cdc'd'$ (c_0d_1) که باین ترتیب بدست میاید ضلع دیگر زاویهٔ مطلوب است. (ش ۱۸۰)

ش ۱۸۰

مسئله ۲۰۸

۲۴۱ ـ کنج سه قائمه بنا کنید که تصویر رأس ویك یال ومقیاس شیب صفحه مار بر این خط معین باشد .

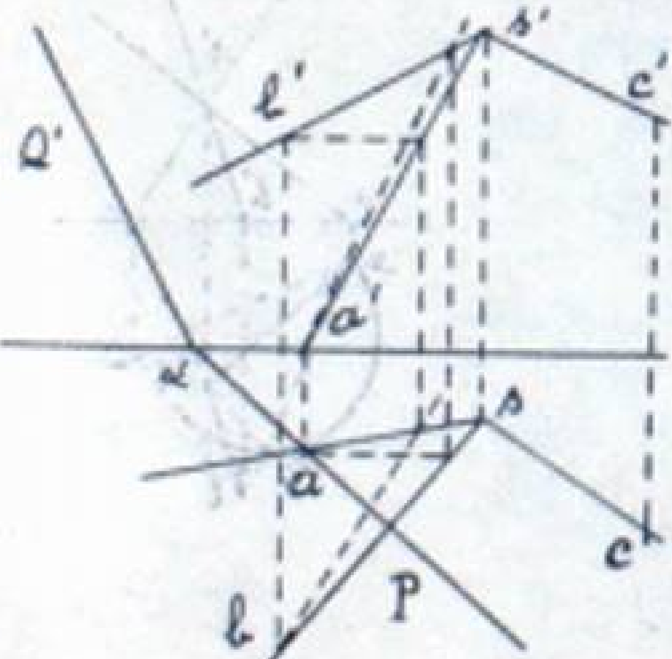
چون مقیاس شیب صفحه مار بر یال s_2a_1 معین است پس برای تعیین یال دیگر کنج کافی است از نقطهٔ s_2 عمودی بر صفحه P اخراج نمائیم یال s_2b_2 نیز معین میگردد حال در صفحهٔ که بردو یال s_2a_1 , s_2b_2 مرور می نماید افقیه رقوم ۲ رارسم نموده ازنقطهٔ s_2 عمود sc_1 رابراین خط فرود آورده اساس این خط راعکس اساس صفحه مزبور و ترقی رقومش را درجهت مخالف با آن مراعات میکنیم کنج $s_2a_1b_1c_1$ مشخص میگردد (ش ۱۸۱)



ش ۱۸۱

۲۴۲ ـ کنج سه قائمه ای بنا کنید که تصاویر رأس و یك یال و صفحه‌مار بر آن معین باشد .

چون یال $sas'a'$ در صفحهٔ $P\alpha Q'$ مفروض است پس از نقطهٔ ss' عمود $sbs'b'$ را بر این صفحه اخراج مینمائیم حال در صفحهٔ $ss'aa'bb'$ افقیه وجبهه‌ای رسم کرده از نقطهٔ s عمود sc را بر افقیه و از نقطهٔ s' عمود $s'c'$ رابر جبهه فرود میاوریم یال سوم کنج یعنی خط $scs'c'$ معین میگردد (ش ۱۸۲)



ش ۱۸۲

مسئله ۲۰۹

۲۴۳ ـ کنج سه قائمه‌ای بنا کنید که تصویر رأس و اثر یك وجه و شیب یك یال واقع در آن معین باشد .

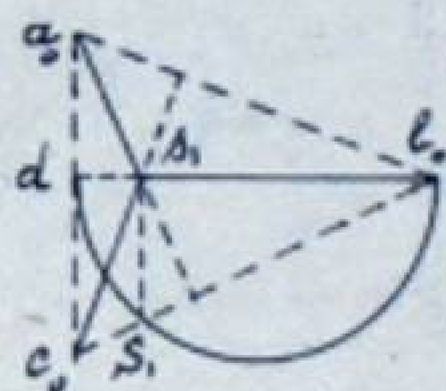
چون تصویر مدرج رأس و اثر یك وجه معین است پس میتوان مقیاس شیب یکی از وجوه را معین ساخت ، در این صفحه خطی بشیب معین رسم نموده مانند مسئله فوق کنج را بنا مینمائیم .

۲۴۴ـ حل ترسیمی مانند فوق است بااین تفاوت که باید ابتدا در صفحه‌ایکه برراس معلوم و اثر افقی وجه مرور مینماید خطی رسم کنیم که با صفحه‌افق زاویهٔ معین احداث نماید (مسئله نمره ۹۰) این خط یکی‌ازیالهای کنج‌است پس از آن از نقطه ss' عمودی برصفحهٔ مزبور اخراج کرده مانندفوق کنج رابنا کنیم .

مسئله ۲۱۰

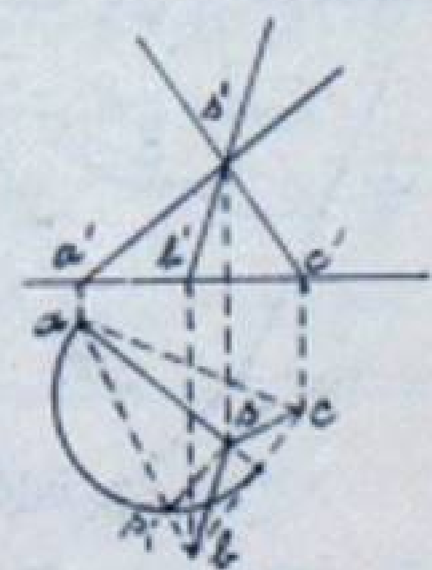
۲۴۵ ـ کنج سه قائمه ای بنا کنید که آثار سه یال آن معین باشد .

نقاط a_0 و b_0 و c_0 را آثار سه یال کنج فرض مینمائیم پس خطوط a_0b_0 و b_0c_0 و c_0a_0 بترتیب افقیه های وجوه کنج خواهند بود ، بنابراین یالهای کنج که باید برافقیه های وجوه متناظر خود عمود باشند خطوطی خواهند بود که از نقاط a_0 و b_0 و c_0 بترتیب بر اضلاع مثلث عمود نمائیم بعبارهٔ اخری محل تلاقی ارتفاعات مثلث $a_0b_0c_0$ تصویر راس کنج است و چون بقطر یکی از ارتفاعات مثلاً bd دائره‌ای رسم نمائیم و از نقطهٔ s عمودی بر این خط اخراج کنیم محیط دائره را در نقطه s_1 قطع مینماید طول ss_1 برابر ارتفاع نقطه s است (ش ۱۸۳)


ش ۱۸۳

۲۴۶ ـ کنج سه قائمه ای بنا کنید که آثار افقی سه یالش معین باشد .

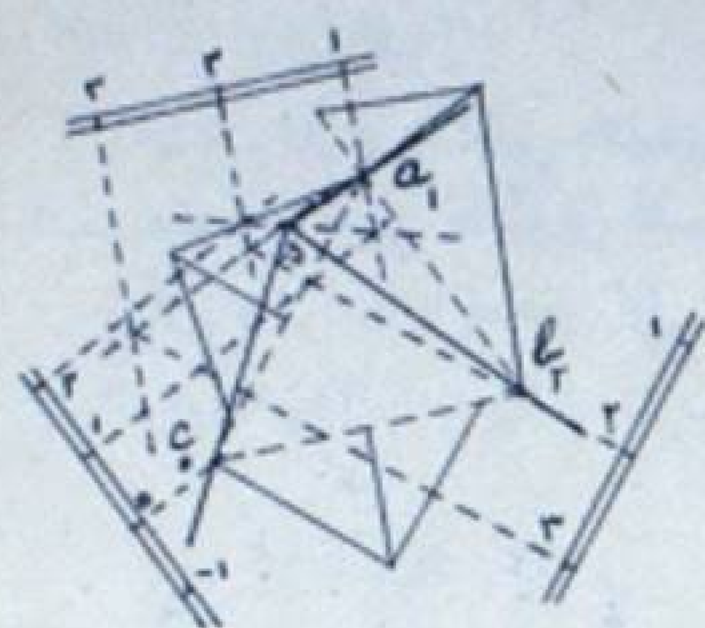
آثار سه یال رانقاط aa' و bb' و cc' فرض مینمائیم‌چون یال های کنج باید بر آثار وجوه متناظر خود عمود باشند پس اگر ارتفاعات مثلث abc را رسم کنیم نقطه s که محل تلاقی این سه خط است تصویر افقی راس کنج معین‌میباشد که میتوان ارتفاعش را مانند فوق تعیین کرده نقطه s' را به دست آورد و تصویر قائم کنج رامشخص‌ساخت (ش۱۸۴) .


ش ۱۸۴

مسئله ۲۱۱

۲۴۷ـ کنج سه‌قائمه‌ای بنا کنید که تصاویر مدرج سه‌نقطه‌از سه‌یال آن‌معین‌باشد

نقاط مفروض‌را a_1 و b_2 ، c_0 ، اختیارمینمائیم چون یال SA بر صفحه ABC عمود است‌پس خط SA در صفحه ای واقع است که از نقطهٔ A بر خط BC عمود شود و همچنین است‌برای یالهای دیگر ، بنابراین برای رسم کنج از نقطه a_1 صفحه ای بـر خط b_2c_0 عمود نموده فصل مشترك آنرا با دو صفحهٔ دیگری کـه از نقاط c_0 و b_2 بر خطوط ab ca عمود شده‌اند تعیین میکنیم نقاط تلاقی این فصل‌مشتر کها رأس کنج را تعیین مینماید (ش ۱۸۵)

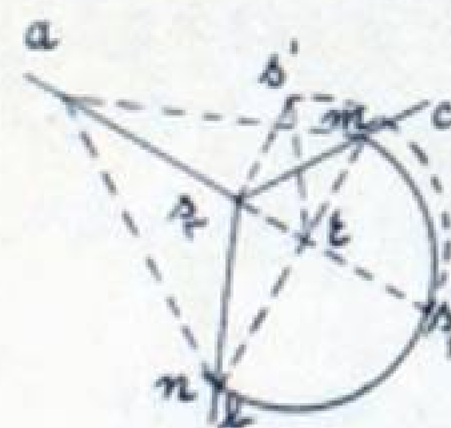

ش ۱۸۵

۲۴۸ـ کنج سه قائمه‌ای بنا کنید که تصاویر سه‌نقطه از سه‌یال آن‌معین باشد.

از نقاط مفروض aa' و bb' و cc' صفحاتی برخطوط $bcb'c'$ و $aca'c'$ و $aba'b'$ عمود نموده‌فصل‌مشترك یکی‌از آنهارا بادوصفحهٔ دیگرتعیین مینمائیم نقطهٔ تلاقی‌این‌دوخط‌راس کنج است که چون‌آنرا تعیین نموده به‌نقاط مفروض وصل نمائیم کنج‌مشخص‌میگردد

مسئلهٔ ۲۱۲

۲۴۹ ـ تصویر رقومدار رأس کنج سه قائمه و تصاویر غیرمدرج یالهای آن معین است ، مدرج کردن یالها مطلوب است

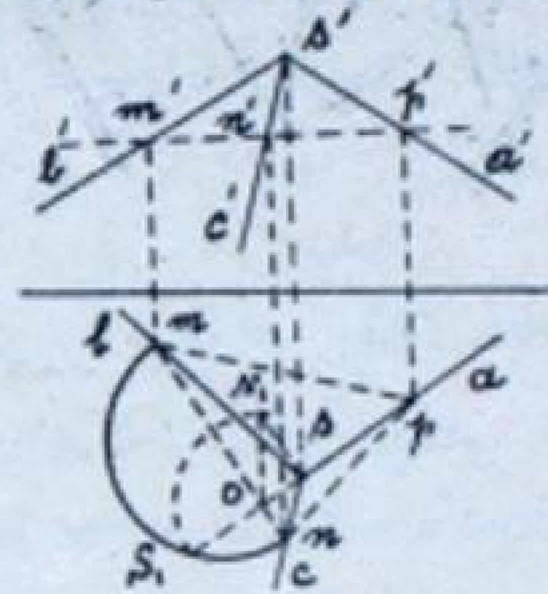

ش ۱۸٦

فرض میکنیم s_2a وs_2b s_2c تصاویر یالهای کنج سه‌قائمه باشد چون یال SA بر وجه BC عمود است پس بایدتصویر آن بر افقیه های وجه مزبور عمود باشد بعبارهٔ اخری اگر بر sa عمودی رسم نمائیم این خط یعنی mn افقیه‌ای ازوجه sbc خواهد بود برای‌تعیین ارتفاع این افقیه چون‌مثلث smn در فضا قائم‌الزاویه است و ضمنا طول وتر این مثلث یعنی mn بطول حقیقی است پس تسطیح آن بر صفحه قائم‌مصور MN بااین‌ترتیب بدست‌میاید که بقطر mn نیمدائره‌ای رسم نمائیم و sa راامتداددهیم تا محیط دائره را در نقطهٔ s'_2 تلاقی کند چون‌بامعلومات ss' (وتر) و s_2 s مثلثی قائم‌الزاویه‌ای بنا نمائیم ، ضلع دیگر این مثلث یعنی s_2s' برابر اختلاف ارتفاع افقیه مزبور و نقطهٔ s است اگر این اختلاف را یك فرض کنیم

رقوم افقیه mn برابر دو یا چهار خواهد بود و چون ازنقطهٔ m عمودی بر sb فرود آوریم این خط sa را در نقطهٔ p تلاقی مینماید رقوم این نقطه نیز برابر رقوم افقیه mn است (ش ۱۸٦) .

۲۵۰ ـ تصاویر افقی یالهای کنج سه قائمه و تصویر قائم راس آن معین است مقصود تعیین تصاویر قائم یالها است .

sa و sb و sc را تصاویر افقی یالها و s' راتصویر قائم رأس کنج‌فرض مینمائیم‌چون SA بر وجه SBC عمود است پس تصویر افقی این یال بر افقیهٔ صفحهٔ مزبور عمود خواهد بود بنابراین اگـر خط mn را بر sa عمود نمائیم این خطافقیه‌ای ازوجه sbc خواهد بود ، از طرف دیگر نظر باینکه مثلث SBC درزاویهٔ S قائمه‌است پس‌اگرمثلث مزبوررا در صفحهٔ قائم مصور MN تسطیح نمائیم راس S_1 باین ترتیب بدست میاید که بقطر mn نیمدائره رسم نمائیم و خط sa راامتداددهیم‌تا محیط آنرا



ش ۱۸۷

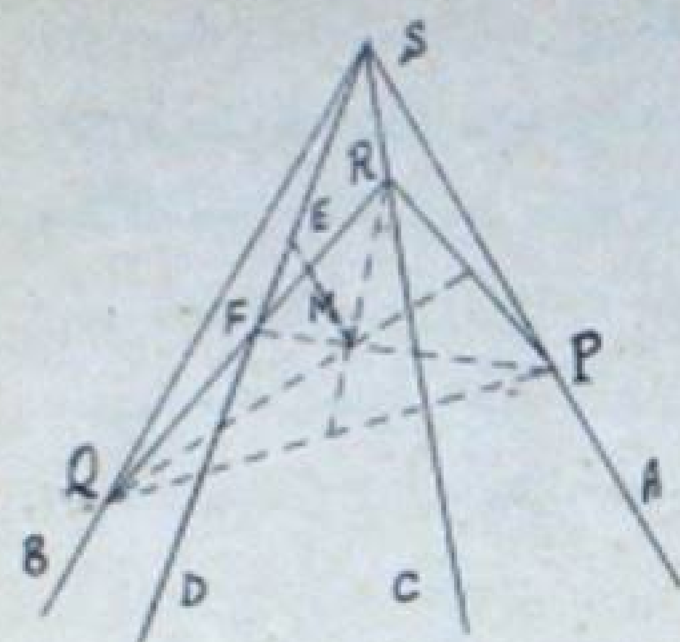
در نقطهٔ مطلوب قطع نماید ، برای تعیین اختلاف ارتفاع این نقطه و افقیه مزبورمثلث قائم‌الزاویه‌ای بنا مینمائیم که وترش oS_1 ویك ضلعش os باشد ss'_1 که ضلع دیگراین مثلث‌است‌اختلاف ارتفاع مطلوب است، چون تصویرقائم افقیهٔ mn را بامراعات اختلاف ارتفاع مزبور رسم نمائیم تصاویر قائم یالهای SB و SC بدست میاید و بالاخره اگر خط np را بر sc عمود نمائیم نقطهٔ p نیزارتفاعش با افقیه mn مشترك‌است ومیتوان‌تصویر قائمش‌را بدورسم رابط معین‌نمود بطریقیکه sp' تصویرقائم‌یال sa خواهدبود (ش۱۸۷)

مسئله ۲۱۳

۲۵۱ ـ نقطه ای در درون کنج‌سه وجهی مفروض‌است،ر این نقطه‌صفحه ای مرور دهید که محل تلاقی میانه های مثلث مقطع همین نقطه باشد .

حل هندسی ـ فرض میکنیم M نقطهٔ واقع در درون کنج S باشد ، چون این نقطه باید محل تلاقی میانه های مثلث مقطع شود و نقطهٔ تلاقی میانه های هر مثلث بر ثلث هر یك از آنها است پس از طرفی هر یك از میانه های مزبور در صفحه‌ای‌واقع اند که بر M و هر یك از یالها بترتیب مرور نماید و از طرف دیگر بر تقسیم سوم هر یك از آنها قرار دارند بنابر این برای تشخیص صفحه مثلث بر نقطه M و یال SA

صفحه ای مرور داده فصل مشترك آن را با وجه SBC تعیین‌میکنیم خط SD بدست میاید حال ازنقطهٔ M در صفحهٔ SAD خطی‌رسم مینمائیم که دو خط AS و SD را تلاقی کرده و نسبت بین قطعات آن برابر ۱/۲ باشدباین‌ترتیب که خط ME را بموازات SA رسم میکنیم‌تا SD را در نقطه E تلاقی کندجزء EF رابرابرنصف SE جدا مینمائیم و خط FM را وصل کـرده امتدادمیدهیم تا SA رادرنقطه P که‌یکی‌ازرؤس مثلث مطلوب است تلاقی نماید و بهمین ترتیب دو رأس دیگر مثلث یعنی نقاط Q و R را مشخص میسازیم (ش ۱۸۸)



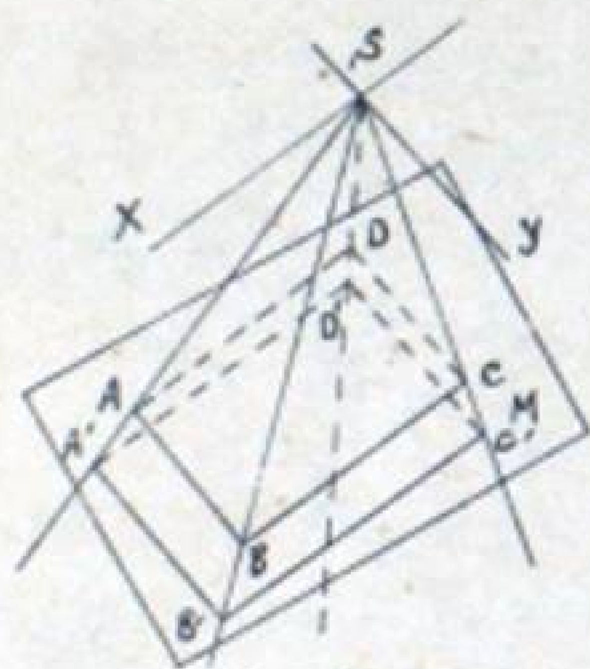
ش ۱۸۸

طریقه ترسیم در هندسه رقومی و ترسیمی عینا مانند حل هندسی است رسم آنرا بعنوان تمرین بعهدهٔ قارئین وامیگذاریم .

مسئله ۲۱۴

۲۵۲ ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای مروردهید که مقطع آن در کنج چهار وجهی متوازی‌الاضلاع شود .

حل هندسی ـ چون‌مقاطع‌جمیع صفحات‌متوازی بایکدیگردر کنج کثیرالاضلاع های متشابه اند ،پس اگر صفحهٔ دیگری‌تعیین کنیم که مقطع آن در کنج متوازی‌الاضلاع‌باشد و از نقطهٔ مفروض صفحه ای بموازات آن‌رسم نمائیم مقطع این صفحه نیز متوازی‌الاضلاع می گردد . برای‌این منظورفرض میکنیم ABCD یکی از مقاطع مزبور باشد چون BC ، AD موازی است‌پس‌باصفحهٔ SAD که یکی‌ازوجوه کنج است موازی خواهد شد اما بنا بر یکی‌از

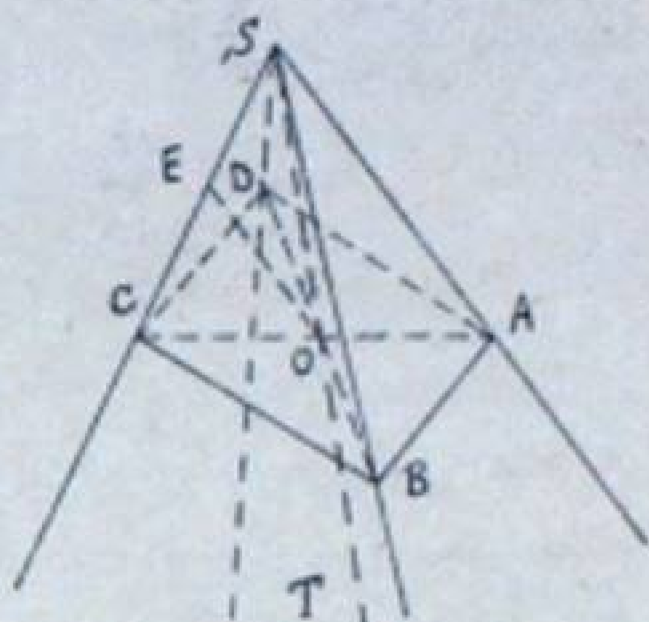


ش ۱۸۹

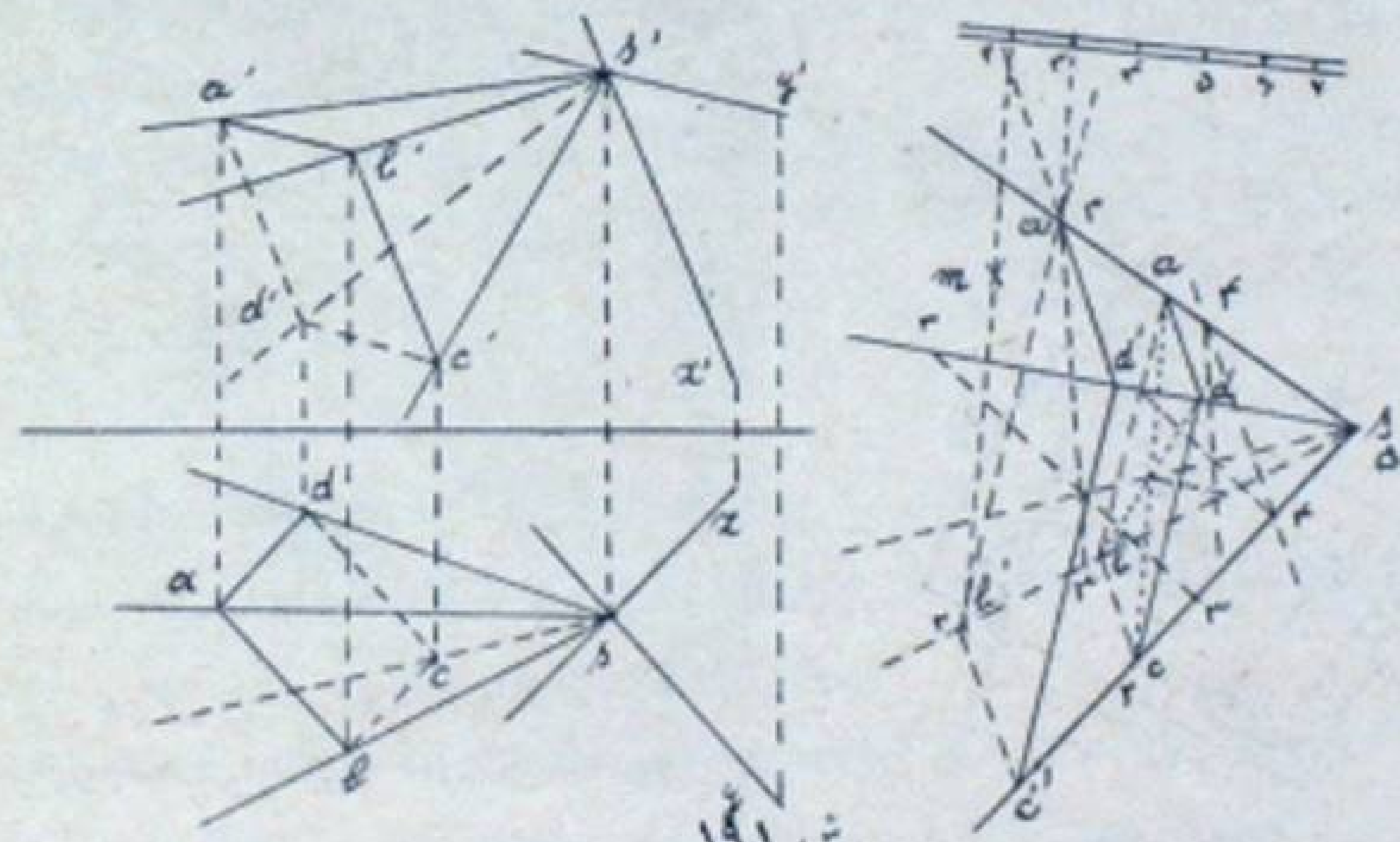
قضایای هندسه BC با فصل مشترك وجـوه SBC و SAD موازی میگردد و بهمین نحو معلوم میشود AB با فصل مشترك وجوه SAB و SDC متوازی است بنا بر این صفحهٔ متوازی‌الاضلاع ABCD با این دو فصل‌مشترك متوازی میگردد پس برای‌رسم صفحه‌ای که بر نقطه M میگذرد کافی است ابتدا فصل مشتركهای وجوه مقابل کنج

را تعیین کنیم تا خطوط SX و SY مشخص گردد بعد از نقطه M صفحه‌ای بموازات این دو امتداد رسم کنیم مقطع این صفحه در کنج متوازی الاضلاع خواهد شد . (۱۸۹)

۲۵۳- طریقهٔ دیگر- چون اقطار متوازی الاضلاع مطلوب بترتیب در صفحات ASC و DSB قرار دارند پس نقطهٔ تلاقی ایندو قطر بر فصل مشترک دو صفحه مزبور یعنی برخط ST واقع میباشد اما چون دوقطر متوازی الاضلاع منصف یکدیگرند پس از نقطهٔ اختیاری O مفروض بر ST خطی چنان رسم مینمائیم که دوخط AS و SC را تلاقی کرده وبدو قسمت متساوی تقسیم شود باین ترتیب که OE را به موازات SA رسم نموده EC را برابر SE جدا مینمائیم خط CO قطر مطلوب است بهمین منوال میتوان قطر DB را تعیین کرده متوازی الاضلاع را مشخص ساخته مانند فوق عمل نمود (ش ۱۹۰)



ش ۱۹۰

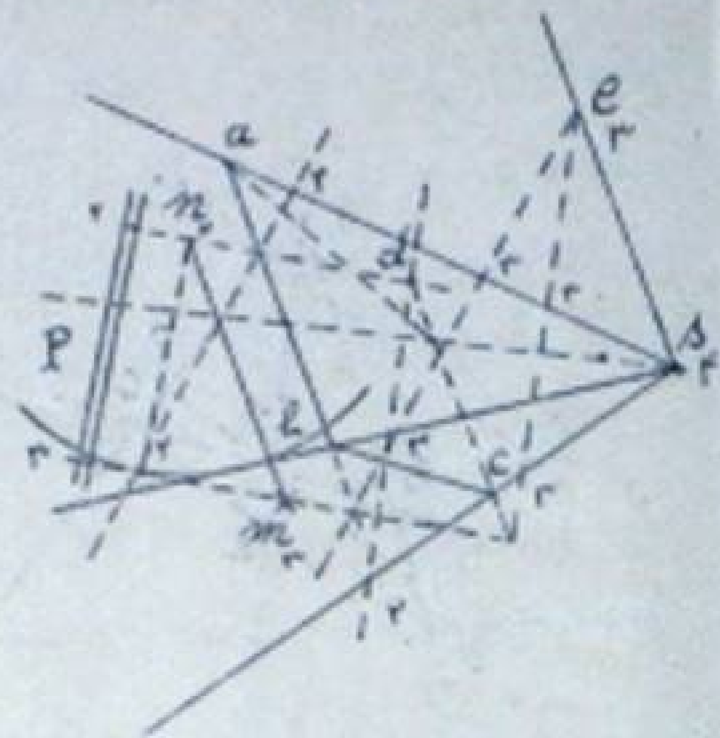

ش ۱۹۱

ب - طریقه ترسیم درهندسه رقومی وترسیمی مانند حل هندسی است فقط برسم آن اکتفا شد (ش ۱۹۱)

مسئله ۲۱۵

۲۵۴- ازنقطه مفروض صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که کنج چهاروجهی مفروض را در ذوزنقه‌ای تلاقی نماید (هورفر)

چون قواعد ذوزنقه بایکدیگر موازی‌اند ، هر صفحه ای که کنج را در ذوزنقه تلاقی کند بموازات یکی از فصل مشترک کنهای وجوه مقابل کنج است پس فصل مشترک وجه s_1ab را باوجه s_1cd تعیین مینمائیم خط s_1e نتیجه میشود از نقطهٔ مفروض m_2 خطی بموازات این فصل مشترک رسم مینمائیم براینخط صفحه‌ای بشیب معین مرورمیدهیم (مسئلهٔ نمره ۳۶ هندسه رقومی) این صفحه کنج رادر ذوزنقه تلاقی خواهد کرد . (ش ۱۹۲)


ش ۱۹۲

۲۵۵ - از نقطه مفروض صفحه‌ای رسم کنید که صفحه افق را بزاویه معین قطع کرده ومقطع آن در کنج چهار وجهی مفروض ذوزنقه باشد . (هورفر)

ازنقطه مفروض خطی بموازات فصل مشترک دووجه مقابل کنج مرورمیدهیم براین خط صفحه‌ای مرورمیدهیم که باصفحهٔ افق زاویه معین احداث کند (مسئله نمره ۱۵۴)

مسئله ۲۱۶

۲۵۶ - ازنقطه مفروض صفحه‌ای عمود برصفحه دیگر یا بموازات امتداد معینی رسم کنید که کنج چهار وجهی مفروضرا در ذوزنقه ای تلاقی کند

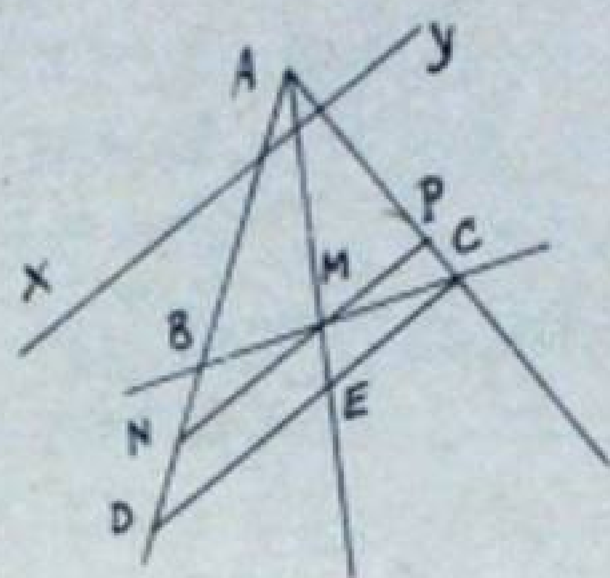
از نقطهٔ مفروض عمودی برصفحه مفروض (خطی بموازات امتداد معین) رسم کرده وازهمین نقطه خطی بموازات فصل مشترک دووجه مقابل کنج رسم مینمائیم صفحه‌ای که برایندو خط میگذرد جواب مسئله است (ش ۲۱۷)

مسئله ۲۱۷

۲۵۷- دو صفحهٔ متقاطع P و Q وکنج سه وجهی S مفروض اند ، در صفحهٔ P خطی بموازت صفحه Q رسم نمائید بقسمی که سه وجه کنج راتلاقی کرده و بین قطعات مفروزه نسبت معین K برقرار باشد (هورفر)

الف - حل هندسی - میدانیم خطی که در صفحه P رسم شده و بموازات صفحه Q باشد بموازات فصل مشترک دو صفحه است (مسئله نمره ۱۶۲) پس فصل مشترک دوصفحه مزبوررا تعیین مینمائیم خط XY بدست میاید ، حال بایـد درصفحهٔ P خطی بموازات XY رسم کنیم بقسمی که وجوه کنج‌را تلاقی کرده وبنسبت معین تقسیم گردد،

فرض میکنیم صفحه کاغذ صفحه P ومقطع آن در کنج S مثلث ABC و XY اثر صفحه Q و صفحه P باشد پس مطلب راجع میشود باینکه خطی بموازات XY درصفحه کاغذ رسم نمائیم بطریقی که سه‌ضلع مثلث ABC را تلاقی نموده و به نسبت معین قسمت‌شود واین خط باین ترتیب بدست میاید که از یکی از رؤس مثلث ABC مثلا C خطی بموازات امتداد XY رسم نمائیم تاضلع AB رادرنقطهٔ D تلاقی نماید خط CD را به نسبت مفروض κ تقسیم می نمائیم نقطهٔ E حاصل میگردد AE را وصل میکنیم اینخط ضلع BC را درنقطهٔ M تلاقی میکند چون ازاین نقطه خطی بموازات CD رسم کنیم اینخط اضلاع مثلث را درنقاط N و P تلاقی مینماید و بنابرتشابه مثلثات این رابطه برقراراست



ش ۱۹۲

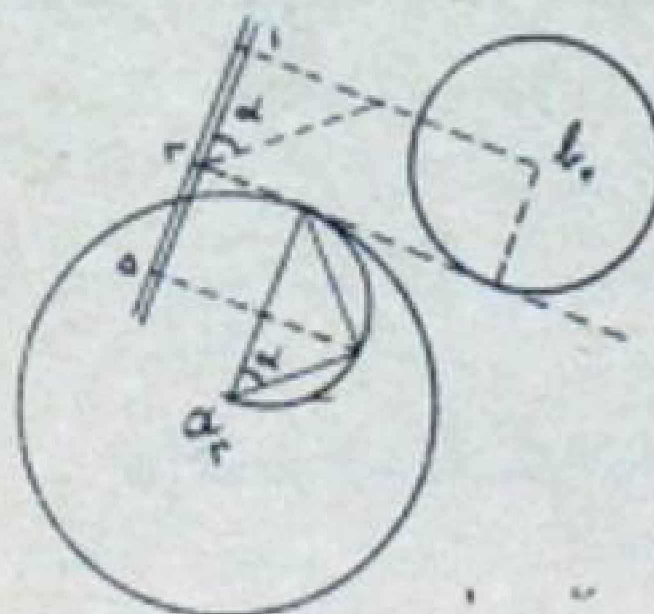
$$\frac{ED}{EC} = \frac{MN}{MP} = \kappa \quad \text{(ش ۱۹۲)}$$

ب ـ حل ترسیمی ورقومی مانند حل هندسی است بهمین جهت ازرسم آن صرف نظر شد.

مسئله ۲۱۸

۲۵۸ ـ بر نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین مرور دهید بقسمی که فاصلهٔ آن از نقطه‌ای مفروض معین باشد (هورفر)

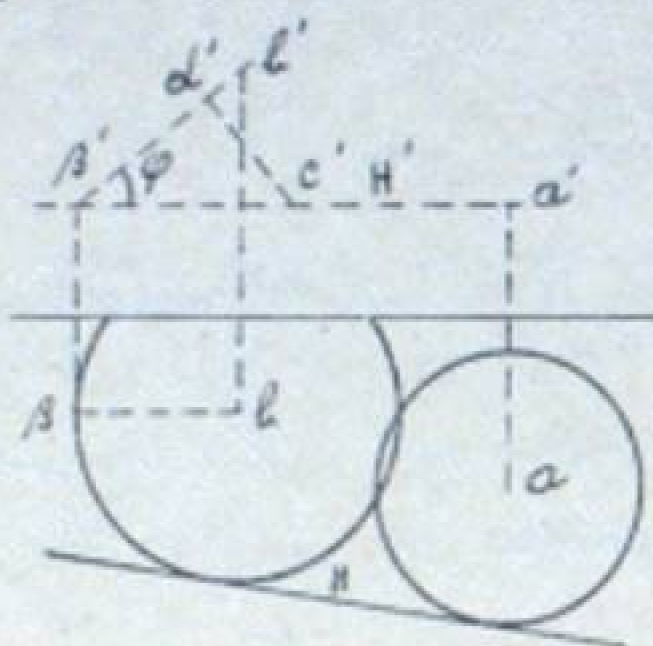
فرض میکنیم فاصلهٔ صفحه مطلوب از نقطهٔ a_2 برابر مقدار معلوم l باشد ، چون از نقطهٔ a_2 عمودی برافقیه رقوم ۳ صفحهٔ مطلوب فرود آوریم و موقع این عمود را به موقع عمودی که از نقطهٔ a_2 بر صفحهٔ مطلوب فرود آمده وصل نمائیم مثلثی قائم‌الزاویه ای تشکیل میگردد که یکزاویه اش (زاویهٔ بین صفحه مطلوب و صفحهٔ افق) بنا به فرض معین است (چون صفحه بشیب معین میاشد) پس بعدد رسم مثلث قائم‌الزاویه مزبور میتوان طول عمودیکه از نقطهٔ a_2 بر افقیهٔ رقوم سه صفحهٔ مطلوب فرود میاید معین ساخت ، ولی چون ازطرفی افقیهٔ رقوم ۳ صفحهٔ مطلوب باید بر دائره‌ای که بمرکز a_2 و شعاع مزبور رسم‌میشود


ش ۱۹۳

مماس باشد و ازطرف دیگر همین افقیه بر دائره ای که بمرکز نقطهٔ مفروض b_1 و شعاع ۲ اساس صفحه ترسیم میشود مماس خواهد بود بنابراین اگر دوائر مزبور را رسم نموده بر آنها مماس مشترکی مرور دهیم امتداد افقیهٔ رقوم سه صفحهٔ مطلوب مشخص میگردد و بسهولت میتوان مقیاس شیب این صفحه‌را نیز مشخص ساخت (ش۱۹۳)

۲۵۹ ـ بر نقطهٔ bb' صفحه‌ای مرور دهید که با صفحهٔ افق زاویه‌ای معین ایجاد نموده و ضمنا از نقطهٔ مفروض aa' بفاصله معین l قرار گیرد (هورفر)

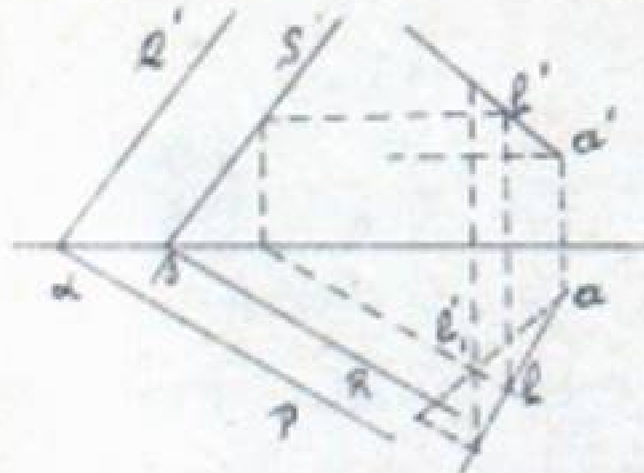
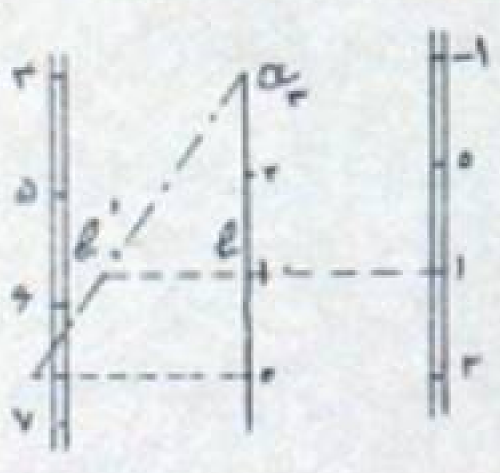
چون مانند فوق استدلال کنیم معلوم میشود افقیه ای ازصفحه مطلوب که ارتفاعش برابر ارتفاع نقطهٔ aa' است ، مماس بردائره ایست که مرکزش a و شعاع آن وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ بضلع l و زاویه مفروض میباشد ، حال چون از نقطهٔ b' جبههٔ $b\beta b'\beta'$ را بقسمی مرور دهیم که با صفحه افق زاویهٔ مفروض φ را ایجاد نماید و طول l را برابر افقیه مار بر آن از نقطهٔ β' نقل نموده ازمنتهاالیه آن c' عمودی بر $\beta'b'$ اخراج کنیم $c'd'$ برابر شعاع دائرهٔ مزبور خواهد بود از طرف دیگر افقیهٔ مطلوب صفحه مماس بر دائره ایست که بمرکز b و شعاع $b\beta$ رسم‌شود، بنابراین دوائر مزبور را رسم نموده مماس مشترك آنها را مرور میدهیم صفحه جواب مسئله مشخص میشود (ش ۱۹۴) .


ش ۱۹۴

مسئله ۲۱۹

۲۶۰ ـ صفحه‌ای بموازات صفحهٔ مفروض رسم نمائید که از نقطه‌ای معین بفاصله l قرار گیرد . (هورفر)

از نقطهٔ $(aa')a_2$ عمودی برصفحه‌مفروض P $(P\alpha Q')$ فرود میاوریم از نقطه $(aa')a_2$ طول مفروض l را برعمود مرسوم نقل مینمائیم (مسئله نمره ۵ و ٦) ازمنتهاالیه این خط یعنی نقطهٔ $b(bb')$ صفحه‌ای بموازات صفحه P $(P\alpha Q')$ رسم مینمائیم (ش ۱۹۵)



ش ۱۹۵

مسئله ۲۳۰

۲۶۱ ـ صفحه‌ای عمود بر صفحهٔ دیگر و بموازات امتداد مفروض رسم کنید که از نقطهٔ مفروضی بفاصلهٔ معین قرار گیرد (هورفر)

از نقطهٔ اختیاری $a_2(aa')$ عمودی بر صفحه مفروض P $(P\alpha Q')$ فرود آورده و از همین نقطه خطی بموازات امتداد مفروض $\Delta(\Delta\Delta')$ رسم مینمائیم با این دو خط وضع صفحه‌ای مشخص میگردد ، حال مانند مسئله فوق صفحه‌ای رسم مینمائیم که از این صفحه بفاصلهٔ معین l قرار گیرد .

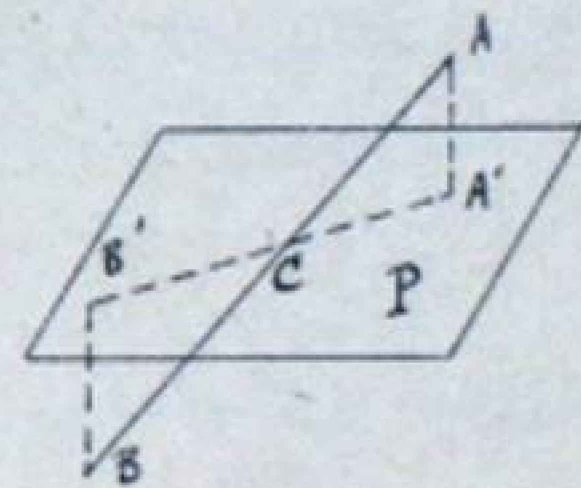
۵ ـ بعضی نکات راجع بفواصل متناسبه و زوایا

۲۶۲ ـ چون در مورد حل مسائل این فصل و فصول بعد مسائلی عدیده راجع به فواصل و زوایا طرح شده و خواهد گردید ، بیمناسبت نیست که در خاتمه این فصل بعضی حالات کلی و شایع مسائل مزبور را بطور وضوح حل و بحث نمائیم تا پس از این باعث تسهیل تفهیم حل مسائل شود .

مسئله ۲۳۱

۲۶۳ ـ مقصود رسم صفحه ایست که نسبت فواصل دو نقطهٔ مفروض از آن برابر مقدار معلومی مانند κ باشد .

خط واصل بین نقاط مفروض A و B را به نسبت معین κ تقسیم مینمائیم فرض میکنیم C نقطه‌ای باشد که خط مزبور را به نسبت مفروض تقسیم کرده یعنی $k = \frac{CB}{CA}$ ، هر صفحه مانند P که بر نقطه C مرور نماید جواب مسئله است زیرا چون از نقاط A و B دو عمود بر این صفحه فرود آوریم از مثلثات متشابه AA'C و BB'C حاصل میشود



ش ۱۹۶

$\kappa = \frac{CB}{CA} = \frac{BB'}{AA'}$ (ش ۱۹۶) ، چنانکه ملاحظه میشود در اینصورت جواب مسئله بیشمار است.

از حل مسئله فوق طریقه حل مسائل ذیل و نظائر آنها بسهولت بدست میاید .

۲۶۴ ـ صفحه ای بموازات صفحهٔ مفروض رسم نمائید که نسبت فواصل دو نقطه از آن برابر مقدار معین κ باشد .

کافی است بر خط AB نقطه C را مانند فوق تعیین کرده از این نقطه صفحه ای بموازات صفحهٔ مزبور رسم نمائیم

۲۶۵ ـ صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که با امتدادی متوازی بوده و نسبت فواصل دو نقطهٔ مفروض از آن معین باشد .

بر خط واصل بین دو نقطهٔ مفروض نقطه‌ای تعیین مینمائیم که قطعه خط مزبور را به نسبت معین تقسیم نماید ، از نقطهٔ حاصل بموازات امتداد مفروض رسم نموده بر این خط صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم

۲۶۶ ـ صفحه‌ای رسم کنید که عمود بر صفحه مفروض و بشیب معین بوده و نسبت فواصل دو نقطه از آن معلوم باشد

باز نقطهٔ C را تعیین نموده از آن عمودی بر صفحه مفروض فرود میاوریم ، بر این خط صفحه‌ای بشیب معین طرح مینمائیم .

۲۶۷ ـ صفحه‌ای رسم کنید که عمود بر خطی بوده و نسبت فواصل دو نقطه از آن معین باشد .

از نقطهٔ C صفحه‌ای بر امتداد مفروض عمود مینمائیم .

۲۶۸ ـ از نقطه مفروض صفحه‌ای عمود بر صفحه دیگر رسم کنید که نسبت فواصل دو نقطه از آن معین باشد .

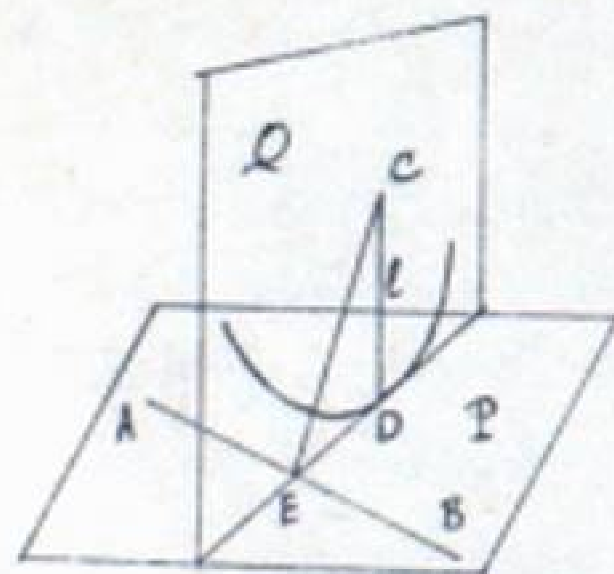
۲۶۹ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که نسبت فواصل دو نقطه از آن معلوم باشد .

۲۷۰ ـ برخط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که نسبت فواصل دو نقطه از آن معین باشد . ، قس علیهذا

مسئله ۲۳۲

۲۷۱ ـ برخط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که از نقطهٔ معین بفاصلهٔ l باشد

فرض میکنیم P صفحه مطلوب باشد که برخط AB مرور کرده و فاصلهٔ آن از نقطهٔ C برابر مقدار معین l است ، چون از نقطهٔ C عمودی بر صفحه فرود آورده از موقع آن D خطی بر AB عمود نمائیم و نقطه C را بموقع این عمود یعنی E وصل نمائیم خط CE و همچنین صفحهٔ CDE بر AB عمود میگردد بنابر این برای حل مسئله از نقطه C صفحه ای بر AB عمود مینمائیم بمرکز C و شعاع l در همین صفحه دائره‌ای رسم میکنیم از نقطهٔ E مماسی بر این دائره مرور میدهیم صفحه مطلوب بوسیله این مماس و خط AB مشخص میگردد (ش ۱۹۷)



ش ۱۹۷

۲۷۲ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای بموازات امتدادی معین رسم کنید که از نقطهٔ دیگر بفاصله معین باشد .

ابتدا از نقطهٔ مفروض خطی بموازات امتداد معین رسم مینمائیم پس از آن بر این خط مانند فوق صفحه‌ای مرور میدهیم که از نقطهٔ دیگر بفاصلهٔ معین باشد

۲۷۳ ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که از نقطه دیگر بفاصله معین باشد .

۲۷۴ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که از نقطه‌ای بفاصله معین بوده و نسبت فواصل دو نقطه مفروض نیز از این صفحه معلوم باشد

۲۷۵ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای عمود بر صفحهٔ دیگر رسم کنید که فاصله اش از نقطه ای معلوم باشد و قس علیهذا

مسئله ۲۲۳

۲۷۶ـ صفحه‌ای رسم کنید که فواصل دونقطه‌از آن برابر مقادیر معلومی باشد

فرض میکنیم فواصل نقاط A , B از صفحه مزبور برابر a b باشد بنابراین نسبت فواصل این نقاط از صفحه مساوی a/b خواهد بود پس باید صفحهٔ مطلوب از نقطهٔ که خط AB را بر نسبت a/b تقسیم مینماید بگذرد و ضمنا از نقاط A و B بفواصل معین a و b قرار گیرد بنابراین مطلب راجع میشود باینکه بر نقطهٔ C یعنی همان نقطهٔ که خط AB را به نسبت a/b تقسیم مینماید (ش۱۹۷) صفحه‌ای مرور دهیم که از نقاط A و B بفواصل معین قرار گیرد ، پس کافی است صفحه را چنان مرور دهیم که از یکی از دو نقطه مثلا A بفاصله a قرار گیرد ناچار از نقطهٔ دیگر B نیز بفاصله b قرار خواهد گرفت زیرا فواصل A و B متناسب با اعداد a و b میباشند اما چون بر هر خطی که از نقطهٔ C بگذرد میتوان صفحه‌ای مرور داد که از نقطهٔ A بفاصله a باشد (مسئله نمره ۲۷۱) پس جواب مسئله بیشمار است .

۲۷۷ ـ صفحه‌ای بموازات امتداد معین رسم کنید که فواصل نقاط A و B از آن برابر مقادیر a و b باشد .

خط AB را به نسبت a/b تقسیم مینمائیم از نقطهٔ حاصل خطی بموازات امتداد مفروض رسم کرده بر این خط صفحه‌ای مرور میدهیم که از نقطهٔ A بفاصله معین b باشد

۲۷۸ ـ صفحه ای عمود بر صفحه دیگر رسم کنید که فواصل دو نقطه از آن معلوم باشد .

۲۷۹ـ صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که فواصل دو نقطه از آن مقادیر معین باشد

۲۸۰ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که فواصل دو نقطه از آن برابر مقادیر معلوم باشد

مسئله ۲۲۴

۲۸۱ ـ صفحه ای مرور دهید که نسبت فواصل سه نقطه از آن برابر مقادیر معلوم باشد

نقاط مفروض را A و B و C و اعداد متناسبه را a و b و c اختیار مینمائیم چون باید نسبت فواصل نقاط A و B از صفحهٔ مطلوب برابر a/b باشد پس صفحهٔ مزبور باید بر نقطه‌ایکه خط AB را به نسبت مزبور قسمت مینماید بگذرد و همچنین صفحه باید بر نقطه‌ای که خط AC را به نسبت a/c قسمت مینماید عبور کند . بنابراین صفحه مطلوب باید شامل خط واصل بین این نقاط گردد و از اینجا معلوم میشود که جوابهای مسئله بیشمار اند

۲۸۲ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای مروردهید که نسبت فواصل سه نقطه از آن مقادیر معلوم باشد

در صفحهٔ مار بر سه نقطه A و B و C خطی رسم میکنیم که نسبت فواصل این نقاط از این خط برابر اعداد معین باشد (مسئله نمره ۱۵۰) بر نقطه مفروض M و خط مزبور صفحه‌ای مرور میدهیم

۲۸۳ـ صفحه‌ای بموازات امتداد معینی بقسمی رسم کنید که نسبت فواصل سه نقطه از آن مساوی اعداد معین باشد

۲۸۴ ـ صفحه ای بشیب معین رسم نمائید که نسبت فواصل سه نقطه از آن معلوم باشد

۲۸۵ ـ صفحه‌ای عمود بر صفحهٔ دیگر رسم کنید که نسبت فواصل سه نقطه از آن مشخص باشد. وقس علیهذا .

مسئله ۲۲۵

۲۸۶ ـ صفحه ای رسم کنید که فواصلش از نقاط مفروض A و B و C برابر مقادیر معین a و b و c باشد .

ابتدا در صفحه ABC خطی مانند EF بقسمی رسم مینمائیم که فواصل نقاط A و B و C از آن متناسب با اعداد a و b و c باشد (مسئله نمره ۱۵۰) بر این خط صفحه‌ای مرور میدهیم که از نقطه A بفاصله a قرار گیرد (مسئله نمره ۲۷۱) چون فواصل نقاط دیگر متناسب با اعداد b و c میباشد پس فاصلهٔ این نقاط از صفحه مساوی همین اعداد خواهد بود .

۲۸۷ ـ از مطالب فوق نکات ذیل نتیجه میشود :

الف ـ جمیع صفحاتی که نسبت فواصل دو نقطه از آنها برابر مقدار معینی باشد بر

دو نقطهٔ ثابت میگذرند که خط واصل بین نقاط مفروض را به نسبت مزبور تقسیم مینماید

ب ـ از نقطهٔ مفروض بموازات امتداد معین دو صفحه میتوان رسم کرد که نسبت بین فواصل دو نقطه از آن معین باشد .

ج ـ دو صفحه میتوان رسم کرد که بموازات صفحه ای بوده و نسبت فواصل دو نقطه از آن مقدار معینی باشد .

د ـ بر خط مفروض ممکن است دو صفحه مرور داد بقسمی که فاصلهٔ نقطه‌ای از آن معین باشد

هـ ـ از نقطهٔ مفروض میتوان دو صفحه بموازات امتداد معین رسم کرد که فاصلهٔ نقطه‌ای از آن معلوم باشد

و ـ عده صفحاتی که بموازات امتدادی بوده و فواصل دو نقطه از آنها برابر مقادیر معلوم a و b است چهار میباشد

ز ـ جمیع صفحاتی که فواصل سه نقطه از آنها متناسب با اعداد مفروض a و b و c است بر سه خط ثابت که در صفحهٔ آن نقاط واقع اند میگذرد

ح ـ سه صفحه بموازات امتدادی میتوان رسم نمود که فواصل سه نقطه از آن متناسب باسه عدد مفروض باشد

ط ـ از نقطهٔ مفروض میتوان سه صفحه رسم نمود که فواصل سه نقطه از آنها متناسب با مقادیر معین باشد

ی ـ شش صفحه میتوان رسم کرد که فواصل سه نقطه از آنها برابر مقادیر a و b و c باشد .

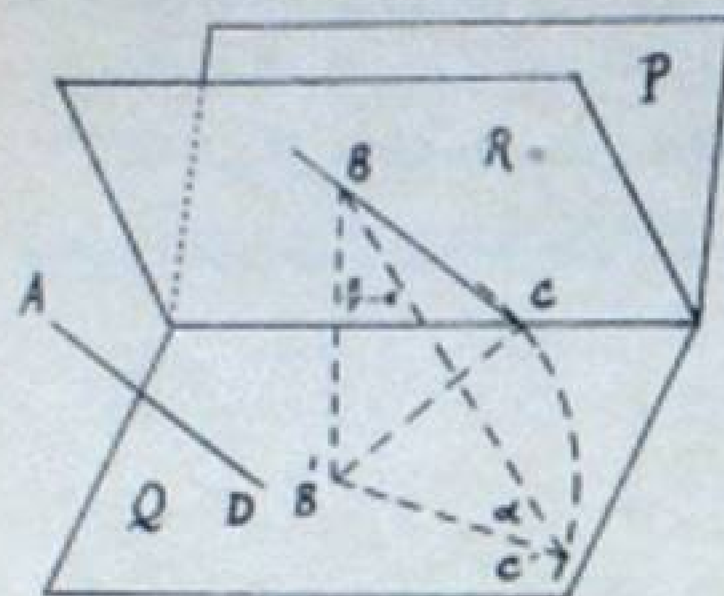
مسئله ۲۲۶

۲۸۸ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که با دوصفحه متقاطع زوایای متساوی احداث نماید .

جون خطوط واقع در صفحهٔ منصف فرجهٔ صفحات P و Q با این صفحات زوایای متساوی ایجاد مینمایند ، پس هر خط که بموازات این صفحه رسم شود نیز با صفحات مزبور زوایای متساوی تشکیل میدهد بنابراین جون از نقطهٔ مفروض A صفحه‌ای به موازات صفحهٔ منصف فرجهٔ مزبور رسم نمائیم جمیع خطوط این صفحه که از نقطهٔ A مرور نمایند جواب مسئله میباشند . (ش ۱۹۸)

۲۸۹ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که صفحات P و Q را بیك زاویه معین α تلاقی نماید

ابتدا از نقطهٔ اختیاری B واقع درصفحه منصف فرجه صفحات P و Q خطی رسم میکنیم که بایکی از این صفحات زاویه مفروض α راتشکیل دهد باین ترتیب که از نقطه B عمود BB' رابر صفحه Q فرود آورده از همین نقطه خطی چنان رسم میکنیم که با عمود مزبور زاویهٔ $\frac{\pi}{2} - \alpha$ را تشکیل دهد خط اخیر صفحه را در نقطهٔ C' تلاقی مینماید واضح است خط BC' با صفحه Q زاویهٔ α را تشکیل داده حال چون بمرکز B' و شعاع $B'C'$ دائره ای رسم نمائیم تا فصل مشترك دو صفحه را در نقطهٔ C تلاقی نماید خط BC در صفحه R واقع بوده و با صفحات P و Q زاویهٔ α را ایجاد مینماید ، حال چون از نقطهٔ A خطی بموازات BC رسم نمائیم اینخط جواب مسئله است (ش ۱۹۸)



ش ۱۹۸

۲۹۰ ـ از نقطهٔ مفروض A خطی بشیب معین رسم کنید که با دو صفحه P و Q زوایای متساوی احداث کند

کافی است از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بموازات صفحه منصف فرجه صفحات مفروض P و Q رسم کرده در این صفحه خطی بشیب معین رسم نمائیم (رقومی) یا در این صفحه خطی رسم کنیم که با صفحهٔ افق زاویهٔ معین تشکیل دهد (ترسیمی) .

۲۹۱ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با دوصفحه زوایای متساوی تشکیل داده و با صفحهٔ دیگر نیز زاویهٔ مفروضی ایجاد نماید .

۲۹۲ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم نمائید که باخطی زاویهٔ قائمه تشکیل داده و با دو صفحه زوایای متساوی احداث نماید .

از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای عمود بر خط مفروض و صفحه‌ای بموازات صفحهٔ منصف فرجه صفحات P و Q رسم مینمائیم فصل مشترك ایندو صفحه جواب مسئله است

۲۹۳ ـ از نقطه واقع درصفحه مفروض خطی در آن رسم کنید که با دو صفحه متقاطع P و Q زوایای متساوی احداث کنید .

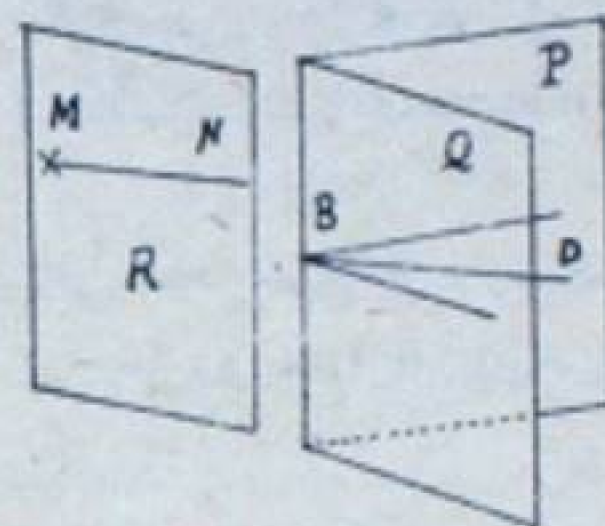
۲۹۴ ـ تصویر افقی خطی (تصویر غیر مدرج) و تصویر قائم یك نقطه از آن (رقوم یك نقطه از آن) معین است مقصود تعیین تصویر قائم خط است (خط را مدرج کنید) بفرض آنکه خط با دو صفحه مفروض P و Q یك زاویه احداث نماید

۲۹۵ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که خط مفروض را قطع کرده و با دو صفحه زوایای متساوی تشکیل دهد وقس علیهذا

مسئله ۲۳۷

۲۹۶ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که با دو صفحه متقاطع P و Q زوایای متساوی احداث کند.

چون مسطحه فرجهٔ صفحات P و Q را رسم کرده منصف‌الزاویه آنرا معین نمائیم هر صفحه که بر این منصف‌الزاویه بگذرد با صفحات P و Q یك زاویه تشکیل خواهد داد بنابراین هرصفحه که بموازات این منصف‌الزاویه یعنی BD (ش ۱۹۹) رسم گرددنیز با صفحات P و Q یك زاویه احداث میکند، پس جواب مسئله صفحه‌ایست که‌ازنقطهٔ مفروض M بموازات منصف‌الزاویه BD رسم گردد اما نظر باینکه‌از نقطهٔ مزبور صفحات بیشمار میتوان بموازات خط مزبور رسم کرد جوابهای مسئله بیشمار است.



ش ۱۹۹

۲۹۷ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بموازات امتدادی رسم کنید که صفحات P و Q را بیك زاویه قطع نماید

کافی است از نقطهٔ مفروض خطی بموازات امتداد مفروض وخط دیگری بموازات منصف‌الزاویه مسطحهٔ فرجهٔ دوصفحه رسم نمائیم صفحه‌مطلوب بااین دو خط مشخص میگردد

۲۹۸ ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که باصفحات P و Q یك زاویه ایجاد نماید

بر خطی که از نقطهٔ مفروض بموازات منصف الزاویه فرجهٔ صفحات P و Q رسم میشود صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم

۲۹۹ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای عمود برصفحه دیگر رسم کنید که دو صفحه P و Q را بیك زاویه قطع کند

۳۰۰ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که باصفحهٔ دیگر زاویه معین تشکیل داده و با دوصفحهٔ P و Q زوایای متساوی احداث کند

ازنقطهٔ مفروض خطی بموازات منصف‌الزاویه مسطحه فرجه دو صفحه رسم‌مینمائیم براینخط صفحه‌ای مرور میدهیم که باصفحهٔ مفروض زاویه معین احداث کند.

۳۰۱ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای عمود برصفحه دیگررسم کنید که بادو صفحه زوایای متساوی تشکیل دهد،

۳۰۲ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که دو صفحه متقاطع P و Q را بزاویه α تلاقی کند.

۳۰۳ ـ برخط مفروض صفحه‌ای‌مرور دهید که‌دوصفحه متقاطع را بیك زاویه قطع نماید.

۳۰۴ ـ صفحه ای بشیب معین رسم کنید که دو صفحه را بیك زاویه قطع کرده ونسبت فواصل دونقطه از آن برابر مقدار معلومی باشد.

۳۰۵ ـ صفحه‌ای رسم کنید که دو صفحه‌را بیك زاویه قطع کرده‌وفواصل دو نقطه از آن برابر اعداد معلوم a و b باشد.

۳۰۶ـ صفحه‌ای بموازات‌امتداد معین یاعمود برصفحهٔ‌مفروض رسم کنید که دو صفحه را بیك زاویه قطع کرده و نسبت فواصل دو نقطه از آن برابر مقداری معین باشد.

۳۰۷ ـ صفحه‌ای رسم کنید که دوصفحه‌را بیك‌زاویه قطع کرده وفواصل سه نقطه از آن متناسب با اعداد معلومی باشد.

۳۰۸ ـ ازنقطهٔ‌مفروض صفحه‌ای‌رسم کنید که‌دوصفحه‌را بیك‌زاویه‌تلاقی کرده و از نقطه‌ای مفروض بفاصله معین باشد.

۳۰۹ ـ صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که دوصفحه‌را بیك زاویه تلاقی کرده و فاصله آن ازنقطه‌ای معین باشد.

ابتدا از نقطه ای اختیاری خطی بموازات منصف الزاویه مسطحه فرجه دو صفحه رسم مینمائیم بر اینخط صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم، پس‌از آن صفحه ای چنان رسم میکنیم که بموازات این صفحه بوده و از نقطه مفروض بفاصلهٔ معین قرار گیرد (مسئله نمره ۲۶۰).

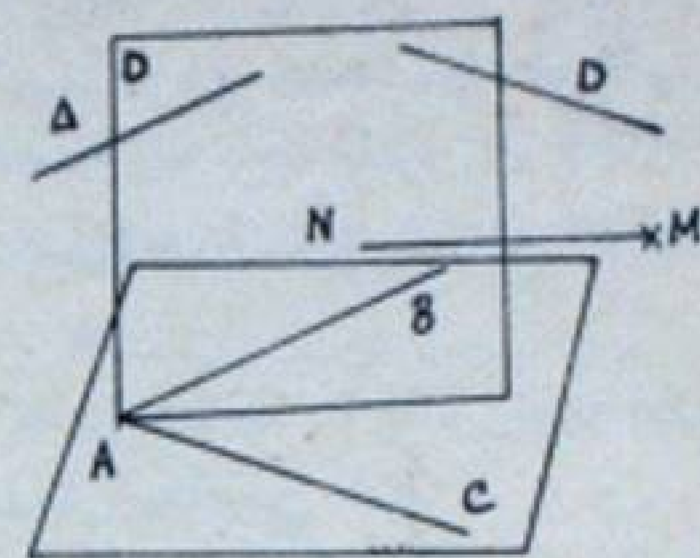
۳۱۰ ـ صفحه‌ای بموازات‌امتدادمعین‌یا عمود برصفحهٔ مفروض رسم کنید که‌دوصفحه را بیك زاویه قطع کرده وازنقطه‌ای مفروض بفاصله معین‌واقع شود. و قس علیهذا

مسئله ۲۳۸

۳۱۱ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با دوخط زوایای متساوی تشکیل دهد.

دو خط را D و Δ فرض‌مینمائیم، ازنقطهٔ اختیاری A خطوط AB و AC رابموازات

Δ و D رسم میکنیم منصف الزاویهٔ CAB را رسم مینمائیم از رأس زاویه عمود AD را بر صفحه CAB اخراج میکنیم ، جمیع خطوطی که در صفحهٔ مار بر این عمود و منصف الزاویه واقع اند با دو خط AB و AC و بنابراین با خطوط Δ و D زوایای متساوی تشکیل میدهند (ش ۲۰۰) حال چون از نقطهٔ مفروض M صفحه‌ای بموازات صفحهٔ CAD رسم نمائیم جمیع خطوط این صفحه که از نقطهٔ M میگذرند جواب مسئله میباشند بنابراین جواب مسئله بیشمار است .



ش ۲۰۰

۳۱۲ ـ از نقطهٔ مفروض خطی بشیب معین رسم کنید که با دو خط زوایای متساوی ایجاد کند .

از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بموازات صفحهٔ مذکور درفوق رسم مینمائیم دراین صفحه از این نقطه خطی بشیب معین رسم میکنیم .

۳۱۳ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با خط مفروض زاویه قائمه تشکیل داده وبا دوخط دیگر زوایای متساوی احداث کند .

از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای عمود برخط مفروض وصفحه‌ای بموازات صفحهٔ مذکور در فوق رسم مینمائیم فصل مشترک دو صفحه جواب مسئله است .

۳۱۴ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که خطی راقطع کرده و با دو خط مفروض دیگر زوایای متساوی احداث نماید

۳۱۵ ـ از نقطهٔ مفروض خطی بموازات صفحه‌ای رسم کنید که بادو خط معین زوایای متساوی تشکیل دهد .

۳۱۶ ـ تصویر افقی خطی (تصویر غیر مدرج خط) و تصویر قائم یك نقطه از آن (رقوم یك نقطه از خط) مفروض است تصویر قائم خط را تعیین کنید (خط را مدرج نمائید)

مسئله ۳۲۹

۳۱۷ ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای مرور دهید که با دو خط D و Δ زوایای متساوی احداث نماید .

جون از نقطهٔ اختیاری A دو خط AB و AC را بموازات دو امتداد D و Δ رسم نمائیم هر صفحه که بر منصف الزاویه ایندو خط یعنی AD مرور نماید دارای خاصیت

فرض مسئله است (ش ۲۰۰) بنابراین کافی است از نقطه مفروض M خطی بموازات منصف الزاویهٔ مزبور رسم نمائیم هر صفحه که بر این خط بگذرد با دو خط D و Δ زوایای متساوی احداث مینماید . پس مسئله دارای جواب بیشمار است

۳۱۸ ـ از نقطه مفروض صفحه ای بشیب معین مرور دهید که با دو امتداد مفروض زوایای متساوی ایجاد کند

از نقطه مفروض خطی بموازات منصف الزاویه مذکور در فوق رسم نموده بر این خط صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم .

۳۱۹ ـ از نقطه مفروض صفحه‌ای بموازات امتدادی معین رسم نمائید که با دو امتداد دیگر زوایای متساویه تشکیل دهد

از نقطهٔ مفروض خطی بموازات امتداد معین و خطی بموازات منصف الزاویهٔ مذکور در فوق رسم مینمائیم صفحه‌ای که بر این دو خط میگذرد جواب مسئله است

۳۲۰ ـ از نقطه مفروض صفحه‌ای مرور دهید که با دو امتداد زوایای متساوی تشکیل داده ونسبت فواصل دو نقطه از آن برابر مقدار معلوم باشد

از نقطه مفروض خطی بموازات منصف الزاویهٔ مزبور رسم نموده بر این خط و نقطه‌ای که خط واصل بین دو نقطه را به نسبت معین تقسیم مینماید صفحه‌ای مرور میدهیم این صفحه جواب مسئله است

۳۲۱ ـ صفحه ای رسم کنید که با دو خط زوایای متساوی تشکیل داده و فواصل دو نقطه از آن برابر مقادیر معلومی باشد

از نقطه‌ای که خط واصل بین دو نقطه مفروض را به نسبت معین تقسیم میکند خطی بموازات منصف الزاویهٔ مذکور درفوق رسم مینمائیم بر این خط صفحه ای مرور میدهیم که فاصله‌اش از یکی از نقاط برابر مقدار معین فرض مسئله باشد این صفحه جواب مسئله است

۳۲۲ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که با دو خط زوایای متساوی تشکیل داده و از نقطه‌ای بفاصلهٔ معین باشد

برخطی که از نقطهٔ مفروض بموازات منصف الزاویهٔ مذکور رسم میشود صفحه‌ای مرور میدهیم که فاصله‌اش از نقطه مفروض مقدار معین باشد .

۳۲۳ ـ صفحه ای رسم کنید که با دو خط زوایای متساوی تشکیل داده و فواصل سه نقطه از آن متناسب با اعداد معین باشد .

در صفحه مار بر سه نقطهٔ مفروض خطی رسم مینمائیم که فواصل این سه نقطه از آن متناسب با اعداد معین فرض مسئله باشد . (مسئله نمره ۱۵۰) بر این خط صفحه‌ای بموازات منصف الزاویهٔ مذکور مرور میدهیم جواب مسئله معین میگردد

۳۲۴ ـ برخط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که دو خط معین را بزوایای متساوی تلاقی نماید .

برخط مفروض صفحه‌ای بموازات منصف الزاویه مذکور مرور میدهیم

۳۲۵ ـ صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که از نقطه ای بفاصله معلوم بوده و بادو خط مفروض زوایای متساوی احداث کند

ابتدا از نقطهٔ اختیاری خطی بموازات منصف الزاویهٔ مذکور رسم مینمائیم بر این صفحه‌ای بشیب معین مرور میدهیم . پس از آن صفحه‌ای بموازات این صفحه رسم میکنیم که ازنقطهٔ مفروض بفاصله معین باشد . (مسئله نمره ۲۶۰)

۳۲۶ ـ صفحه‌ای بموازات امتداد مفروض (عمود بر صفحه دیگر) رسم کنید که فاصله آن ازنقطه‌ای برابر مقدار معلومی باشد و بادو خط مفروض زوایای متساوی تشکیل دهد .

ابتدا از نقطه اختیاری مانند مسئله قبل صفحه‌ای بموازات امتداد مفروض (عمود بر صفحه معین) رسم مینمائیم که با دو خط مفروض زوایای متساوی تشکیل دهد پس از آن صفحه‌ای بموازات این صفحه رسم میکنیم که ازنقطهٔ مفروض بفاصله معلوم قرار گیرد.

۳۲۷ ـ صفحه ای بموازات امتداد مفروض یا عمود بر صفحهٔ دیگر بقسمی رسم کنید که دوخط را بیك زاویه تلاقی کرده و فواصل دو نقطه از آن متناسب با اعداد مفروض باشد .

از نقطه‌ای که خط واصل بین نقاط مفروض را به نسبت مفروض تقسیم مینماید خطی بموازات منصف الزاویه مذکور وخطی بموازات امتداد معین یاعمود برصفحه مفروض رسم مینمائیم صفحه‌ای که براین دوخط مرورمیکند جواب مسئله است

۳۲۸ ـ از نقطه مفروض صفحه‌ای رسم کنید که با دو خط D و Δ زاویه ای برابر α ایجاد کند .

ازنقطهٔ مفروض خطی بموازات منصف الزاویه مزبور رسم نموده براینخط صفحه‌ای مرور میدهیم که بایکی از دو خط D و Δ زاویهٔ α را ایجاد نماید ، باین ترتیب که بر خط D صفحه‌ای عمود مینمائیم وبرخط مرسوم صفحه ای مرور میدهیم که با این صفحه زاویه‌ای برابر متمم زاویه α را احداث کند این صفحه جواب مسئله است

از حل مسائل فوق نتایج کل ذیل عائد میگردد :

الف ـ جمیع خطوطی که بادوصفحه زوایای متساوی احداث مینمایند بموازات دو صفحه ثابت میباشند واین صفحات برفصل مشترك صفحات مزبور ومنصف الزاویه‌مسطحهٔ فرجه آنها مرور مینماید

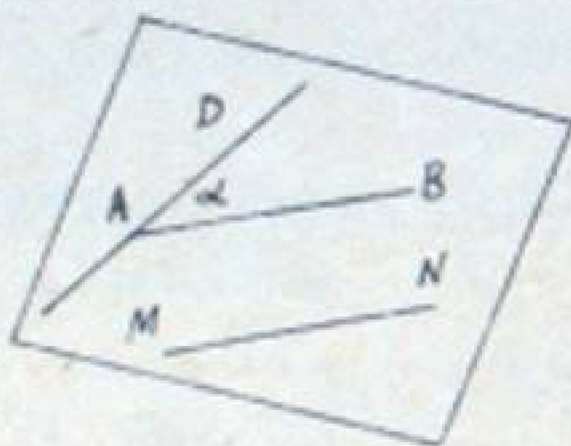
ب ـ جمیع صفحاتی که بادوصفحه مفروض زوایای متساوی احداث میکنند بموازات دو امتداد ثابت میباشند ، و این دوامتداد زاویه‌مسطحه دو صفحه مزبور رانصف مینماید

ج ـ جمیع خطوطی که با دو خط مفروض زوایای متساوی احداث مینماید بموازات دو صفحه ثابت میباشد و این صفحات بر منصف الزاویه دو خطی میگذرند که از نقطهٔ اختیاری بموازات این دوامتداد رسم شود وضمنا برصفحه ماربراین دوخطنیز عمود میباشند

د ـ جمیع صفحاتی که با دو خط زوایای متساوی احداث مینمایند بموازات دو خط ثابت میباشند و این دو خط منصف الزاویه‌های دو امتدادی‌است که از نقطه اختیاری بموازات دو خط مفروض رسم شود .

مسئله ۲۳۰

۳۲۹ ـ ازنقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با خط مفروض D زاویه‌معین α را تشکیل دهد .

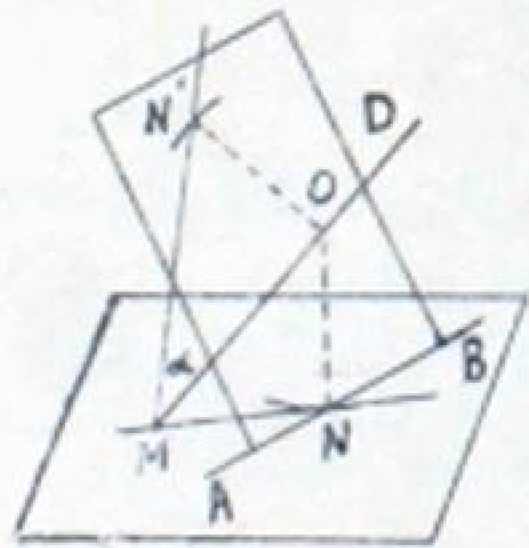


ش ۲۰۱

ازنقطهٔ اختیاری A مفروض بر D خطی رسم مینمائیم که باخط D زاویهٔ مفروض α را تشکیل دهد ، چون از نقطهٔ مفروض M بموازات خط AB رسم نمائیم این خط جواب مسئله است (ش ۲۰۱) ولی چون عدهٔ خطوطی که خط D را بزاویه α تلاقی نمایند بیشمار است پس مسئله دارای جواب بیشمار میباشد

۳۳۰ ـ ازنقطهٔ مفروض M خطی رسم کنید که خط D را تلاقی نموده و با آن زاویهٔ معین α را تشکیل دهد .

برنقطه M و خط D صفحه‌ای مرور میدهیم دراین صفحه ازنقطه اختیاری A واقع بر D خطی رسم مینمائیم که با D زاویهٔ α تشکیل دهد پس از آن ازنقطهٔ M خطی بموازات خط اخیر رسم میکنیم این خط جواب مطلوبست (ش ۲۰۲).



ش ۲۰۲

۳۳۱ ـ از نقطهٔ تلاقی خط مفروض D با صفحهٔ P خطی دراین صفحه چنان رسم کنید که باخط مزبور زاویه‌ای برابر α احداث کند

فرض میکنیم M محل تلاقی خط D وصفحهٔ P باشد ازاین نقطه خط MN′ چنان رسم مینمائیم که باخط D زاویهٔ α را احداث کند ازنقطهٔ اختیاری N′ مفروض براین خط صفحه‌ای بر D عمود

مینمائیم فصل مشترک این صفحه باصفحهٔ P خط AB است، بمرکز موقع عمود یعنی D وشعاع ON′ در صفحهٔ عمود دائره‌ای رسم مینمائیم تا AB را درنقطهٔ N تلاقی کند، چون M را به N وصل کنیم خط MN جواب مسئله است (ش ۲۰۲)

۳۳۲ـ ازنقطه ای واقع درصفحهٔ مفروض خطی در این صفحه رسم کنید که با خط مفروض خارج صفحه زاویهٔ معین احداث کند.

ازنقطهٔ اختیاری واقع برخط مفروض صفحه ای بموازات صفحه معین رسم مینمائیم از همین نقطه خطی در این صفحه رسم میکنیم که با خط مفروض زاویه‌ای معین تشکیل دهد، از نقطهٔ واقع در صفحه خطی بموازات خط اخیر رسم مینمائیم

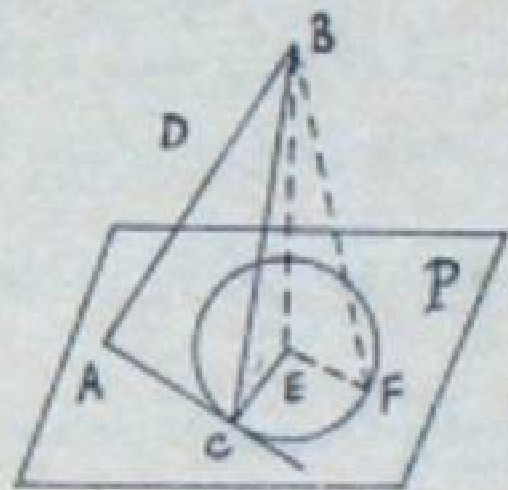
۳۳۳ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که باخط مفروض زاویهٔ قائمه تشکیل داده و با خط دیگر زاویهٔ معین احداث نماید

ابتدا از نقطهٔ مفروض صفحه ای عمود بر خط مفروض رسم نموده دراین صفحه از همین نقطه خطی مرور میدهیم که با خط مفروض زاویهٔ معینی احداث نماید.

مسئله ۲۳۱

۳۳۴ ـ بر خط مفروض D صفحه‌ای مرور دهید که باصفحه معین P زاویه‌ای برابر α احداث کند

فرض میکنیم D در نقطهٔ A صفحهٔ P را تلاقی کرده باشد از نقطهٔ اختیاری B مفروض بر D مانند B عمود BE را بر صفحهٔ P فرود آورده از همین نقطه خط BF را چنان رسم مینمائیم که با عمود مزبور زاویه‌ای برابر $\pi/2-\alpha$ ایجاد کند. خط اخیر صفحه را درنقطهٔ F تلاقی مینماید، بمرکز E و شعاع EF دائره‌ای رسم میکنیم از نقطه A مماسی بر آن مرور میدهیم صفحه ایکه بر این مماس و خط D میگذرد جواب مسئله است (ش ۲۰۳)



ش ۲۰۳

۳۳۵ ـ از نقطه مفروض صفحه ای مرور دهید که باصفحه‌ای زاویه معینی تشکیل داده و با امتدادی موازی یا بر صفحه‌ای عمود باشد

از نقطهٔ مفروض خطی بموازات امتداد مفروض (یا عمود بر صفحه معین) رسم نموده بر این خط مانند فوق صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه دیگر زاویهٔ معین تشکیل دهد.

۳۳۶ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای مرور دهید که باصفحهٔ دیگر زاویه‌ای معین تشکیل داده و با دو صفحه زوایای متساوی ایجاد کند

از نقطه مفروض خطی بموازات منصف الزاویهٔ مسطحه فرجهٔ دو صفحهٔ مزبور مرور میدهیم. بر این خط مانند فوق صفحهٔ میگذرانیم.

۳۳۷ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای مرور دهید که با صفحه‌ای زاویهٔ معین ایجاد کرده و دو خط را بیک زاویه قطع کند

ازنقطه مفروض خطی بموازات منصف الزاویهٔ دوخط رسم میکنیم (مسئله نمره ۳۱۷) بر این خط مانند فوق صفحه‌ای مرور میدهیم

۳۳۸ ـ از نقطه مفروض صفحه ای مرور دهید که با صفحه دیگر زاویه‌ای معین تشکیل داده ونسبت فواصل دو نقطه از آن برابر مقدار معلومی باشد

خط واصل بین نقاط را برنسبت مفروض تقسیم کرده از نقطهٔ مفروض باین نقطه وصل مینمائیم. بر اینخط مانند فوق صفحه‌ای مرور میدهیم.

۳۳۹ـ صفحه ای رسم کنید که با صفحهٔ دیگر زاویه ای معین تشکیل داده و ازنقطه ای بفاصله معین باشد بعلاوه با امتدادی مفروض موازی شود

ابتدا صفحه ای بموازات امتداد مفروض چنان رسم مینمائیم که با صفحهٔ مفروض زاویه معین تشکیل دهد پس از آن صفحه‌ای بموازات این صفحه رسم میکنیم که از نقطهٔ مفروض بفاصلهٔ معین قرار گیرد (مسئله نمره ۲۰۶)

۳۴۰ـ صفحه‌ای عمود برصفحه‌دیگر رسم کنید که باصفحه مفروض زاویه‌ای معین تشکیل داده و ازنقطه مفروضی بفاصله معلومی قرار گیرد.

عمودی ازنقطهٔ اختیاری برصفحهٔ دیگر فرود میاوریم براین عمود صفحه ای که با صفحه مفروض زاویه معین تشکیل میدهد مرورمیدهیم صفحه‌ای رسم میکنیم که بموازات این صفحه بوده وازنقطهٔ مفروض فاصلهٔ معین قرار گیرد، این صفحه جواب مطلوبست

۳۴۱ـ صفحه ای رسم کنید که باصفحه‌ای زاویه معینی تشکیل داده ونسبت فواصل سه نقطه از آن معین باشد.

درصفحه سه نقطهٔ مزبور خطی رسم میکنیم که فواصل سه نقطه مفروض از آن متناسب با اعداد مفروض باشد، براین خط صفحه‌ای مرور میدهیم که با صفحه مفروض زاویهٔ معین احداث کند.

۳۴۲ ـ صفحه ای رسم کنید که با صفحه معین احداث کرده و موازی با امتداد یا عمود بر صفحه ای باشد و ضمنا فواصل دو نقطه از آن متناسب با اعدادی معین باشند.

ازنقطه ای که خط واصل بین نقاط را به‌نسبت مفروض قسمت مینماید خطی بموازات امتداد مفروض ویاعمود برصفحهٔ معین رسم مینمائیم، براین خط صفحه‌ای مرورمیدهیم که با صفحهٔ مفروض زاویهٔ معین احداث کند.

٣٤٣ ـ بر خط مفروض D صفحه ای مرور دهید که با خط معین ∆ زاویه‌ای معین تشکیل دهد

برخط ∆ صفحه‌ای اختیاری عمود مینمائیم برخط D صفحه‌ای مرور میدهیم که با این صفحه زاویه‌ای برابر $\frac{\pi}{2}-\alpha$ احداث نماید (مسئله نمره ٣٣٤) این صفحه جواب مسئله است

٣٤٤ ـ از نقطه مفروض صفحه‌ای مرور دهید که باخطی زاویه ای معین تشکیل داده و بموازات امتداد مفروض یا عمود بر صفحه دیگر باشد .

از نقطه مفروض خطی بموازات امتداد مفروض (یا عمود بر صفحهٔ معین) رسم میکنیم بر این خط مانند فوق صفحه مطلوب را مرور میدهیم

٣٤٥ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ی رسم کنید که با خطی زاویهٔ معین احداث کرده و با دو خط زوایای متساوی تشکیل دهد .

از نقطهٔ مفروض بموازات منصف الزاویهٔ دو خط رسم مینمائیم (مسئله نمره ٣١٧) بر این خط مانند فوق صفحه جواب مسئله را مرور میدهیم

٣٤٦ ـ از نقطه مفروض صفحه ای مرور دهید که باخطی زاویه‌ای معین ایجاد کرده و با دو صفحه زوایای مساوی احداث کند .

از نقطه مفروض خطی بموازات منصف الزاویهٔ مسطحه فرجه بین دو صفحه رسم مینمائیم بر این خط صفحه مطلوب را میگذرانیم

٣٤٧ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای رسم کنید که با خطی زاویه‌ای معین تشکیل داده و نسبت فواصل دو نقطه از آن معلوم باشد .

بر خط واصل بین نقطهٔ مفروض و نقطه‌ای که خط واصل بین دو نقطه معین را به نسبت معلومی تقسیم مینماید مانند فوق صفحه مطلوب را مرور میدهیم .

٣٤٨ ـ صفحه‌ای رسم کنید که با خط مفروض زاویه معین تشکیل داده و از نقطه ای بفاصله معلومی واقع شود

خط اختیاری بموازات امتداد مفروض رسم نموده بر این خط صفحه ای مرور میدهیم که با خط مفروض زاویهٔ معین احداث کند ، صفحه ای رسم میکنیم که بموازات این صفحه بوده وازنقطهٔ مفروض بفاصلهٔ معین واقع گردد

٣٤٩ ـ صفحه‌ای عمود بر صفحه دیگر رسم نمائید که باخطی زاویه معینی احداث نموده و از نقطه مفروض بفاصله معینی قرار گیرد .

عمودی اختیاری برصفحه فرود آورده بر آن صفحه‌ای که با خط مفروض زاویهٔ معین احداث نماید مروردهیم ، صفحه ای رسم میکنیم که موازی با این صفحه بوده و از نقطه مفروض بفاصلهٔ معین واقع شود .

٣٥٠ ـ صفحه ای رسم کنید که با خطی زاویه‌ای معین ایجاد کرده و نسبت فواصل سه نقطه از آن معلوم باشد.

خطی درصفحه سه نقطه مزبور رسم میکنیم که نسبت فواصل سه نقطه از این خط برابر مقادیر معلوم باشد ، بر این خط صفحه‌ای مرور میدهیم که باخط مفروض زاویهٔ معینی احداث نماید

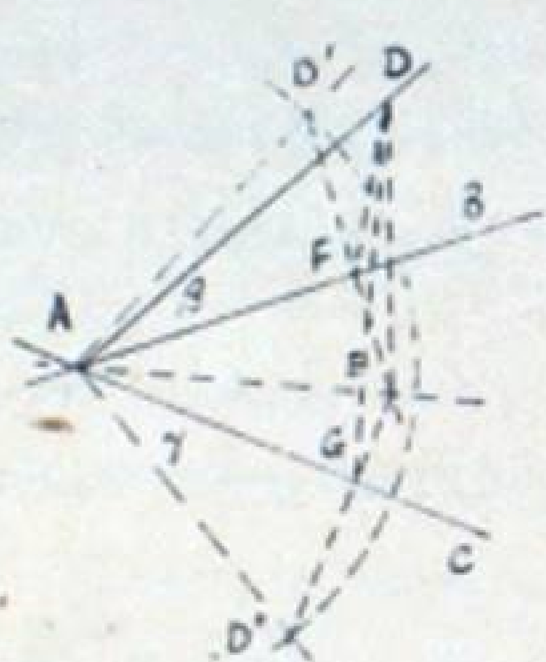
٣٥١ ـ صفحه ای رسم کنید که عمود برصفحه ای بوده و نسبت فواصل دو نقطه از آن معلوم باشد .

از نقطه‌ای که خط واصل بین نقاط را به نسبت معین تقسیم مینماید خطی بموازات امتداد مفروض و یا عمود برصفحه معین رسم مینمائیم بر این خط صفحه ای مرور میدهیم که خط مفروض را بزاویهٔ معین قطع نماید .

مسئله ٢٣٣

٣٥٢ ـ از رأس زاویهٔ مفروض خطی رسم کنید که با هر یك از اضلاع زاویه زوایای معین تشکیل دهد .

فرض میکنیم AD خطی باشد که با اضلاع زاویهٔ BAC زوایای β و γ را تشکیل داده چون از نقطهٔ اختیاری D مفروض بر این خط عمود DE را برصفحهٔ BAC فرود آورده و از موقع عمود عمود های EF و EG را بر AB و AC فرود آوریم خطوط DG و DF نیز بر اضلاع زاویهٔ مفروض عمود خواهند شد (قضیه سه عمود) حال اگر مثلثات ADG و ADF را حول AG و AF دوران دهیم تا بر صفحه ABC منطبق گردند نقطه D باوضاع D′ و D″ در میآید بقسمی که اضلاع GD و FD بر امتداد عمود های GE و EF قرار میگیرند ، بنا بر این برای تعیین نقطهٔ E ، خطوط AD′ و AD″ را چنان رسم میکنیم که با اضلاع زاویهٔ BAC زوایای γ و β را تشکیل دهند پس از آن دو طول مساوی AD′ و AD″ را براضلاع دیگر این دو زاویه نقل مینمائیم و از نقاط D′ و D″ دو عمود بر AB و AC فرود میاوریم نقطه تلاقی این دو خط نقطه E میباشد ، حال برای تعیین AD از نقطهٔ E عمودی بر صفحهٔ ABC اخراج کرده بمرکز A و شعاع AD′ در صفحه AED قوسی رسم میکنیم تا عمود مرسوم را در نقطه مطلوب D تلاقی کند . (ش ٢٠٤)



ش ٢٠٤

٣٥٣ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که با دو امتداد معین زوایای معین تشکیل دهد .

از نقطهٔ اختیاری درفضا دو خط بموازات امتداد های مفروض رسم مینمائیم ازرأس زاویه حاصل خطی رسم میکنیم که با اضلاع زاویه زوایای معین ایجاد کند از نقطه مفروض بموازات این خط رسم میکنیم .

۳۵۴ ـ بر دو خط متنافر خطی متکی رسم کنید که با هریك زوایای معین احداث کند .

از نقطه مفروض بر یکی از دو خط خطی بموازات دیگری رسم میکنیم ازرأس زاویه حاصل مانند فوق خطی رسم میکنیم که با دو ضلع زاویه حاصل زوایای معین ایجاد کند ، بس از آن بر دو خط متنافر خطی متکی رسم مینمائیم کـه بموازات خط اخیر باشد (مسئله نمره ۳۸ کتاب هندسه ترسیمی) .

۳۵۵ ـ ازنقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که بایك خط و یك صفحه زوایای معین ایجاد نماید .

بر صفحه مفروض خطی عمود مینمائیم ، از نقطه مفروض مانند فـوق خطی رسم مینمائیم که با خط مفروض زاویهٔ معین و با عمود مزبور متمم زاویهٔ فرض مسئله را ایجاد کند

۳۵۶ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با دو صفحه زوایای معین احداث کند .

از نقطه مفروض دو عمود بر صفحات فرود میاوریم ، از همین نقطه خطی رسم میکنیم کـه با این دو عمود زوایائی برابر متمم زوایای فرض مسئله را احداث نماید (مسئله نمره ۳۵۳) این خط جواب مسئله است

۳۵۷ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که با دو صفحه زوایای معین احداث نماید .

ابتدا از نقطه مفروض مانند مسئله قبل خطی رسم میکنیم که صفحات را بزاویه‌هائی برابر متمم زوایای مفروض تلاقی کند ، بس ازآن بر این خط ازنقطه مفروض صفحه‌ای عمود مینمائیم این صفحه جواب مسئله است .

۳۵۸ ـ از نقطه مفروض صفحه ای رسم کنید که با دو خط زوایای معین ایجاد کند .

بر خطوط مفروض دو صفحه عمود مینمائیم ، صفحه‌ای رسم میکنیم که بااین خطوط زوایائی برابر متمم زوایای فرض مسئله را ایجاد کند

۳۵۹ ـ از نقطه مفروض صفحه ای رسم کنید که با یك خط و یك صفحه زوایای معین تشکیل دهد

بر خط صفحه ای عمود میکنیم از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای مانند فوق رسم مینمائیم

که با صفحهٔ مفـروض زاویه معین و با صفحه مرسوم متمم زاویه مفروض با خط را احداث کند .

۳۶۰ ـ ازنقطهٔ مفروض خطی بشیب معین رسم کنید که باخط دیگر زاویهٔ معین ایجاد کند

چون شیب خط معین است بس زاویه آن با صفحهٔ افق معلوم است بس مسئله راجع میشود باینکه ازنقطه مفروض خطی رسم کنیم که باصفحه وخطی زوایای معین احداث کند (مسئله نمره ۳۵۵)

۳۶۱ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین رسم کنید که با خط مفروض زاویه‌ای معین تشکیل دهد

چون شیب صفحه معـلوم است بس زاویه آن با صفحه افق معین است بس مسئله راجع میشود باینکه از نقطه مفروض صفحه ای رسم کنیم که با صفحه وخطی زوایای معین احداث کند (مسئله نمرهٔ ۳۵۹)

۳۶۲ ـ ازنقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که باخط وصفحه‌ای معین زوایای متساوی احداث کند.

منصف‌الزاویهٔ بین خط‌مفروض وتصویر آنرا برصفحه رسم مینمائیم ازنقطه‌مفروض خطی بموازات این منصف‌الزاویه رسم میکنیم

۳۶۳ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای رسم کنید که با خط وصفحه‌ای زوایای متساوی تشکیل دهد

برمنصف‌الزاویه‌بین‌خط مفروض‌وتصویر آن‌صفحه معین‌صفحه‌ای‌عمود برصفحه‌مصور خط رسم مینمائیم ، ازنقطه مفروض صفحه‌ای بموازات این صفحه رسم میکنیم

۳۶۴ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با سه خط زوایای متساوی احداث نماید .

چون جمیع خطوطی که‌با دوخط زوایای متساوی احداث مینمایند بموازات‌صفحات ثابتی‌میباشند (مسئله نمره ۳۱۱) بس‌جواب مسئله خطی‌است که ازنقطه مفروض‌بموازات فصل مشترك دوصفحه معین رسم شود .

۳۶۵ ـ ازنقطه مفروض صفحه ای رسم کنید که با سه خط زوایای متساوی احداث کند .

چون جمیع صفحاتی که بادوخط زوایای متساوی احداث میکنند بموازات خطوط ثابتی میباشند (مسئله نمره ۳۱۷) بس جواب مسئله صفحه ایست که بر دو خط مشخص مرورنماید .

٣٦٦ – از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با سه صفحه زوایای متساوی تشکیل دهد

چون جمیع خطوطی که بادو صفحه زوایای متساوی تشکیل میدهند بموازات صفحات ثابتی میباشند (مسئله نمره ٢٨٨) پس جواب مسئله خطی است که بموازات فصل مشترك دوصفحه رسم شود.

٣٦٧ – از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که با سه صفحه زوایای متساوی ایجاد کند

چون جمیع صفحاتی که با دو صفحه زوایای متساوی ایجاد مینمایند بموازات خطوط ثابتی میباشند (مسئله نمره ٢٩٦) پس جواب مسئله صفحه‌ای مشخص است که بردو خط معینی مرور مینماید .

مسائل تمرینی

١ – بردوخط مفروض افقیه‌ای منکسی رسم کنید که صفحهٔ قائم را بزاویهٔ معین تلاقی کند

٢ – بر خط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که زاویهٔ بین آثارش درفضا معین باشد.

٣ – بر صفحه مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که فاصله آن از دومواجه معلوم باشد

٤ – بر صفحه مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که فاصله آن از خط الارض و مواجهی معین باشد

٥ – بر صفحه مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که فاصله اش از صفحه تصویر وصفحه منصف الزاویه معین باشد

٦ – در صفحه مفروض خطی رسم کنید از صفحه افق و صفحه منصف الزاویه متساوی الفاصله باشد

٧ – خطی درصفحه مفروض رسم کنید که با صفحه منصف الزاویه زاویهٔ معین ایجاد کند

٨ – عمود مشترك قائم و نیمرخ و مواجه را رسم کنید .

٩ – در صفحه مفروض خطی رسم کنید که نسبت فواصلش ازصفحه تصویر وصفحه منصف الزاویه معلوم باشد .

١٠ – درصفحه مفروض خطی رسم کنید که از صفحه تصویر وصفحه منصف الزاویه بیك فاصله باشد

١١ – بر صفحه مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که مجموع یاتفاضل فواصلش ازصفحات تصویر و همچنین مجموع یا تفاضل فواصلش از صفحات منصف الزاویه برابر مقدار معلوم h باشد .

٩ – درصفحهٔ مفروض خطی رسم کنید که نسبت فواصلش ازصفحه تصویر وصفحه منصف الزاویه معلوم باشد .

١٠ – درصفحه خطی رسم کنید که ازصفحهٔ تصویر وصفحه منصف الزاویه بیك فاصله باشد

١١ – برصفحه مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که مجموع یاتفاضل فواصلش ازصفحات تصویر وهمچنین مجموع یاتفاضل فواصلش ازصفحات منصف الزاویه برابر مقدار معلوم K باشد .

١٢ – بر خط مفروض نقطه ای تعیین کنید که ازخط الارض بفاصله معین قرار گیرد

١٣ – بر خط الارض نقطه‌ای تعیین که از خط مفروض بفاصله معین باشد

١٤ – در صفحه مفروض نیمرخی رسم کنید که مجموع ، تفاضل یا حاصل‌ضرب بعد اثر افقی و ارتفاع اثر قائمش K باشد

١٥ – درصفحه مفروض خطی رسم کنید که مجموع ، تفاضل یا نسبت فواصلش از صفحات منصف الزاویه مساوی مقدار معین باشد .

١٦ – درصفحهٔ مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که مجموع فواصلش ازصفحات تصویر و صفحات منصف الزاویه مساوی مقدار معلومی باشد

١٧ – برنقطهٔ مفروض درصفحهٔ منصف الزاویه صفحه‌ای مرور دهید که منصف الزاویهٔ بین آثار آن درصفحهٔ منصف الزاویه واقع بوده بعلاوه طول قطعهٔ محصور از آن که بین نقطه ورأس زاویه است معلوم باشد .

١٨ – مسئله فوق را برای نقطهٔ غیر مشخص حل کنید .

١٩ – در صفحهٔ مفروض نقطهٔ ای تعیین کنید که از سه نقطه غیر واقع بریك استقامت به یك فاصله باشد .

٢٠ – تصویر افقی نقطه وفاصلهٔ آن از نیمرخی مفروض است تصویر قائم نقطه مطلوب است

٢١ – برصفحهٔ مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که از سه خط متقارب متساوی الفاصله باشد

٢٢ – برصفحهٔ مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که ازسه صفحهٔ دوبدو متقاطع بیك فاصله باشد .

٢٣ – از نقطهٔ مفروض درصفحه خطی درآن چنان رسم کنید که با افقیه و جبهه‌ای خارج صفحه زوایای متساوی ایجاد کند .

٢٤ – از نقطهٔ مفروض درصفحه خطی درآن چنان رسم کنید که بادو صفحه افقی وجبهی زوایای مساوی ایجاد نماید.

٢٥ – ازنقطه مفروض صفحه‌ای رسم کنید که صفحه افقی وجبهی مفروض رابزوایای متساوی تلاقی نماید .

۲٦ ـ بر خط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که نسبت بین قطعاتی از آثار صفحه که بین آثار خط و خط‌الارض واقع اند یا مجموع یا تفاضل آنها K باشد .

۲۷ ـ بر خط مفروض صفحه ای مرور دهید که فاصلهٔ محل تلاقی آثار آن از این خط برابر مقدار معلومی باشد .

۲۸ ـ خطی رسم کنید که‌از نقطهٔ مفروض A بفاصلهٔ a و از نقاط B و C متساوی‌الفاصله باشد .

۲۹ ـ خطی رسم کنید که از نقاط B و C بفاصلهٔ b و از نقطهٔ A بفاصله a قرار گیرد

۳۰ ـ در صفحهٔ مفروض p نقطه ای تعیین کنید که چون آنرا به سه نقطهٔ خارج صفحه وصل کنیم خطوط واصل متحدالمیل باشند

۳۱ ـ خطی رسم کنید که فاصلهٔ سه‌نقطه A و B و C از آن برابر مقدار معین l باشد

۳۲ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای مرور دهید که با خطی زاویهٔ معین تشکیل داده و از نقطه ای بفاصله معین باشد .

۳۳ ـ ازنقطهٔ مفروض صفحه‌ای بشیب معین مرور دهید که با صفحهٔ دیگر زاویهٔ معین احداث کند .

☼ ۳٤ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای رسم کنید که با صفحه دیگر زاویه معین احداث کرده و از نقطهٔ مفروض بفاصلهٔ معین باشد .

۳۵ ـ صفحه ای رسم کنید که با صفحهٔ دیگر زاویه معین تشکیل داده و فواصل آن از دو نقطه A و B معلوم باشد .

☼ ۳٦ ـ صفحه ای رسم کنید که باخطی زاویه معین تشکیل داده و فواصل دونقطه از آن معلوم باشد .

۳۷ ـ بر دو خط خطی منکی رسم کنید که بموازات صفحه ای بوده و با دوخط زوایای متساوی ایجاد نماید .

☼ ۳۸ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای رسم کنید که کنج سه وجهی مفروضرا در مثلث متساوی الاضلاع تلاقی نماید .

۳۹ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای رسم کنید که کنج سه وجهی مفروضرا در مثلث متشابه با مثلث مفروض تلاقی نماید .

٤۰ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای رسم کنید که کنج سه وجهی را در مثلثی باضلاع معین تلاقی نماید .

٤۱ ـ برخط مفروض صفحه‌مرور دهید که کنج سه‌وجهی را درمثلث متساوی‌الساقین تلاقی کند .

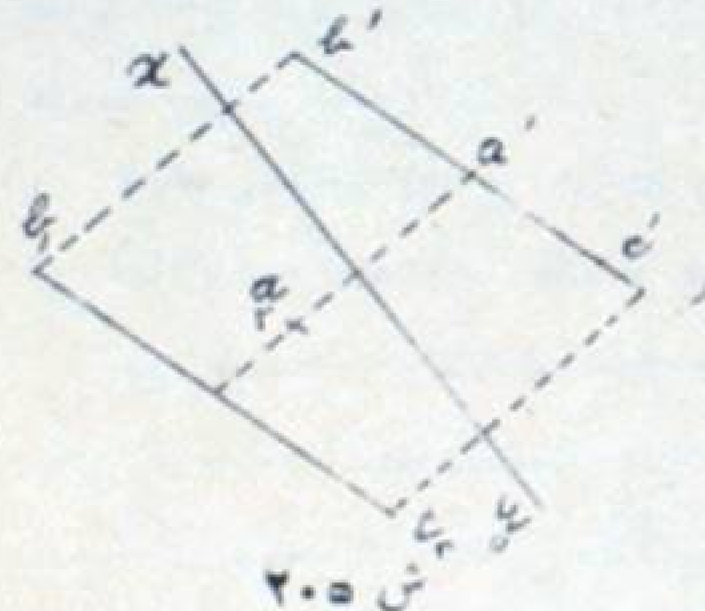
فصل سوم ـ تغییر مکان

۱ ـ تغییر صفحه

مسئله ۲۳٤

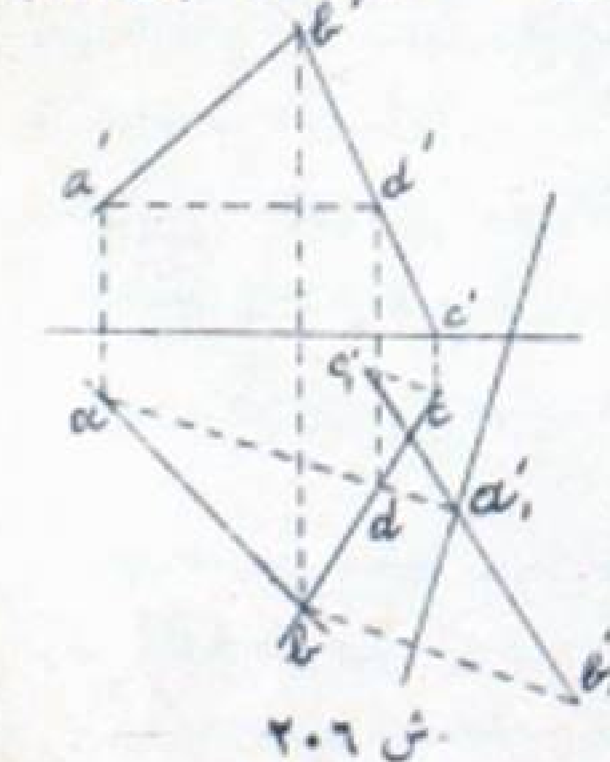
۳٦۸ ـ نقطهٔ A و خط CB مفروض اند ، صفحهٔ قائمی بقسمی انتخاب کنید که تصویر قائم نقطهٔ A بر تصویر قائم BC منطبق شود .

a_2 و b_1c_2 را نقطه و خط مفروض اختیار مینمائیم واضح است وقتی تصویر قائم A بر BC قرار میگیرد که هر دو نسبت بصفحهٔ تصویر بر یك صفحه مصور قرار گیرند بنابراین باید صفحه قائم را بقسمی انتخاب کرد که عمود بر صفحهٔ مار بر a_2 و b_1c_2 باشد اما چون صفحهٔ قائم باید بر صفحهٔ مقایسه نیزعمود باشد پس صفحهٔمزبور فصل مشترك صفحه $a_2b_1c_2$ و صفحهٔ مقایسه عمود خواهد شد و برای تعیین آن یکی از افقیه های صفحه متلاقیهٔ مار بر نقطه a_2 را رسم نموده از نقطه اختیاری عمودی برآن فرود میاوریم xy خط‌الارض است تصاویر قائم نقاط a و b و c را باین ترتیب تعیین مینمائیم که‌ازنقاط مزبور عمود هائی بر خط‌الارض فرود آورده هر یك را برابر ارتفاع نظیرخود امتدادمیدهیم خط $a'b'c'$ که‌اثرقائم‌صفحه‌ماربر نقطه مزبور و خط‌مفروض‌است‌حاصل‌میگردد(ش۲۰۵)



ش ۲۰۵

۳٦۹ ـ نقطهٔ $a'\alpha'$ و خط $bcb'c'$ مفروض اند مقصود تعیین خط الارض جدید است بفرض آنکه‌اگر تغییر صفحهٔ‌قائمی بدهیم تصویرقائم جدیدنقطه‌برتصویر قائم‌جدید خط منطبق گردند



ش ۲۰٦

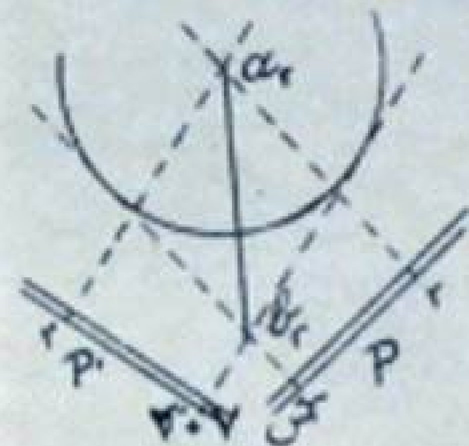
چون باید تصویر قائم نقطه aa' بر تصویر قائم خط $bcb'c'$ منطبق شود پس نقطه و خط دارای یك صفحه‌منتصب مصورقائم‌نسبت‌بخط‌الارض جدید خواهندبوداز اینجامعلوم میشود که‌صفحه قائم جدید را باید عمود بر صفحه $a'b'c'abc$ اختیار نمود برای این منظور کافی‌است

اقیه اختیاری مثلا $ada'd'$ رادرصفحه مزبور رسم کرده‌بر آن خطی عمود نمائیم تا خط‌الارض جدید بدست آید . چون تصاویر قائم جدید نقطه و خط را بدست آوریم a'_1 ، c'_1 ، b'_1 اثرقائم صفحه ایست که‌برنقطه و خط میگذرد . (ش ۲۰۶)

مسئله ۲۳۵

۳۷۰ ـ نقاط A و B مفروض اند صفحهٔ قائمی بقسمی اختیار کنید که‌این نقاط در صفحهٔ منصف‌الزاویه صفحهٔ قائم و صفحه مقایسه قرار گیرد .

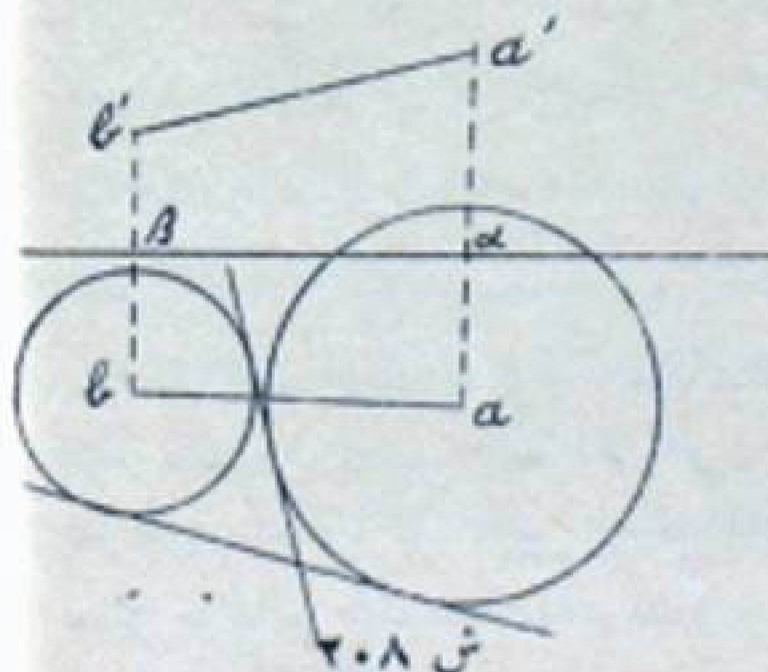
چون باید نقاط a_2 و b_2 در صفحهٔ منصف‌الزاویه صفحه قائم و مقایسه قرار گیرند



ش ۲۰۷

بنابراین‌صفحه‌ای که بر این نقاطمرور مینماید با صفحه‌مقایسه زاویهٔ °۴۵ ایجاد میکند اما چون‌ظل زاویهٔ °۴۵ برابرواحد است پس شیب صفحه‌مار بر نقاط A و B مساوی یك‌خواهد بودپس‌برای تعیین‌صفحه‌قائم کافی است بر خط a_2b_2 صفحه‌ای بشیب معین مرور دهیم (ش ۲۰۷) (مسئله نمره ٤٥ کتاب هندسه رقومی طبع اول) .

۳۷۱ ـ نقاط aa' و bb' مفروض اند صفحهٔ قائمی بقسمی اختیار کنید که این نقاط در صفحه منصف‌الزاویه بین صفحات تصویر جدیدقرار گیرد .



ش ۲۰۸

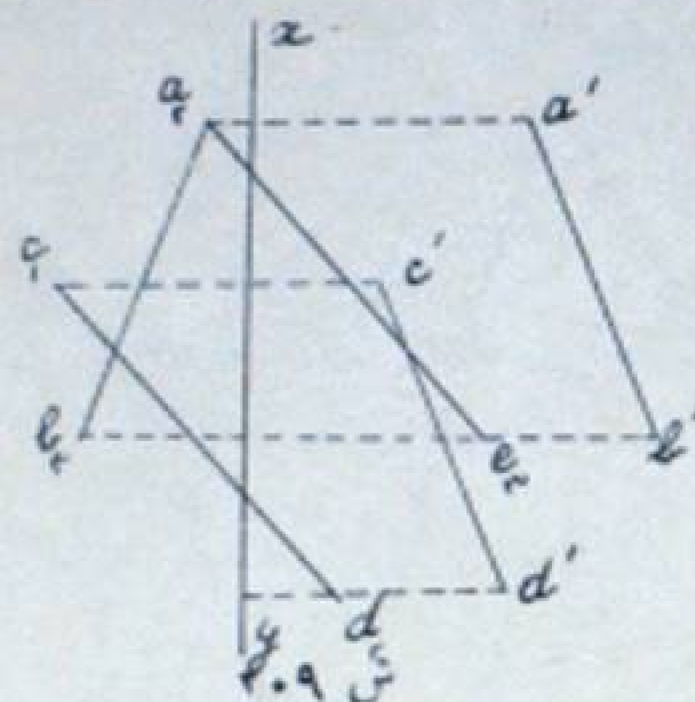
چون‌بایدخط $aba'b'$ درصفحه‌منصف‌الزاویه یکی از نواحی صفحات‌تصویرجدید قرار گیرد پس اگر صفحهٔ قائم تغییر کند چون ارتفاعات ثابت میماند باید ابعاد نقاط A و B با ارتفاعات ثابت $a'\alpha$ و $b'\beta$ مساوی‌شود(خاصیت‌خطوطواقع در صفحات منصف‌الزاویه) بنابراین برای تعیین خط‌الارض جدید کافی است بمراکز a و b و شعاعهای $a'\alpha$ و $b'\beta$ دوائری رسم نمائیم مماس مشترك دوائر مرسوم جواب مسئله است . (ش ۲۰۸)

مسئله ۲۳۶

۳۷۲ ـ دو خط مفروضند صفحهٔ قائم را چنان اختیار کنید که تصاویر قائم آنها متوازی شود

وقتی تصاویر دو خط بر صفحه‌ای متوازی شوند صفحات مصور آنها با یکدیگر متوازی است بنابراین باید صفحه قائم را بقسمی اختیار کرد که بر صفحات مصور قائم

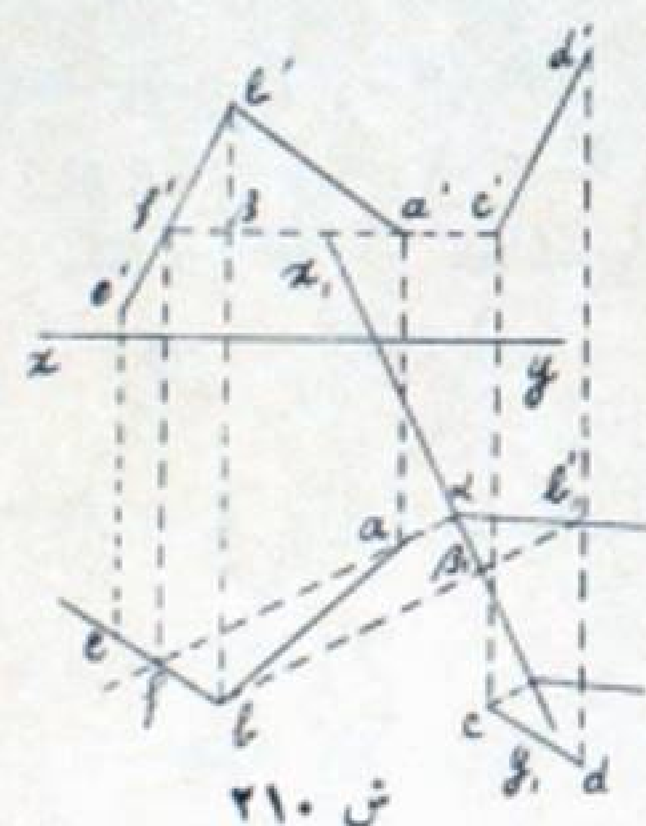
خطوط عمود گردد ، برای این منظور از نقطهٔ a_2 واقع بر خط a_2b_2 خطی مانند a_2 بموازات c_2d_2 رسم مینمائیم . صفحهٔ قائم را طوری‌اختیارمینمائیم. که بر صفحه $a_2b_2e_2$عمود شود یعنی xyراعمودبرافقیه b_2e_2 اختیار مینمائیم دراینصورت تصاویر خطوط AB و CD برصفحه قائم xy بموازات یکدیگرخواهد شد(ش۲۰۹)



ش ۲۰۹

۳۷۳ ـ دو خط $aba'b'$ و $cdc'd'$ مفروض اند صفحه قائم تصویر را چنان تغییر دهید که‌تصاویرقائم‌جدیدخطوط‌متوازی‌شوند.

چون باید تصاویر قائم جدید خطوط متوازی شوند پس صفحات منتصب مصور قائم آنها متوازی میگردند پس برای تعیین خط‌الارض جدید بر یکی از خطوط مثلا بر $aba'b'$ صفحه $abea'b'e'$ را بموازات دیگری مرور میدهیم ، این صفحه رابمنتصب‌تبدیل‌مینمائیم یعنی افقیه اختیاری $afa'f'$ را دراین صفحه‌رسم کرده خط‌الارض x_1y_1 را بر نقطه اختیاری af عمود مینمائیم . حال اگر خط الارض قدیم را خط $a'f'$ یعنی‌تصویرقائم افقیه مزبور اختیارنمائیم af اثر افقی صفحه مزبور خواهد بود بنابراین تصویر قائم‌آن برنقطه a منطبق میباشد پس‌برای تعیین اثرقائم صفحه کافی‌است‌از نقطهٔ b بموازات af رسم نموده طول $\beta_1b'_1$ را برابر $\beta b'$ جدا نمائیم $\alpha b'_1$ اثر قائم صفحه است چون تصویر قائم خط $cac'd'$ نیز بموازات اثر قائم جدید مزبور است پس تعیین یك نقطه آن کفایت میکند (ش ۲۱۰)



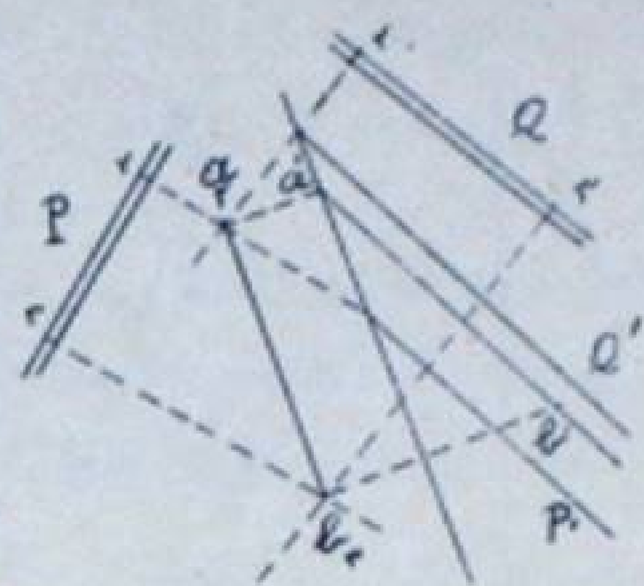
ش ۲۱۰

مسئله ۲۳۷

۳۷۴ ـ دو صفحهٔ P و Q مفروض اند مطلوب است تعیین صفحهٔ قائمی بقسمی که آثار قائم صفحات با یکدیگر متوازی شوند

چون آثار قائم دو صفحه P و Q فصل‌مشترکهای این صفحات‌با صفحه قائم‌مطلوب اند و بنا بفرض باید این دو خط با هم متوازی شوند لازم میاید فصل مشترك صفحات

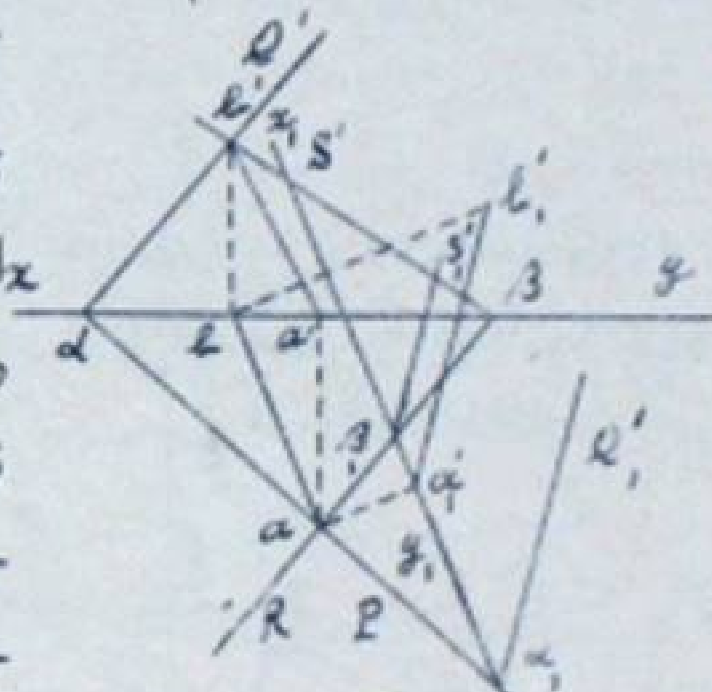
P و Q نیز با این دوائر متوازی شوند (هندسه) و در نتیجه فصل مشترك مزبور با صفحه قائم مطلوب متوازی میگردد از اینجا معلوم میشود که باید اثر صفحه قائم را بموازات فصل مشترك صفحات P و Q اختیار کردوچون صفحه قائم باثرش نموده میشودلازم میابد که xy بموازات a_2b_2 یعنی فصل مشترك صفحات باشد چون آنرا رسم نمائیم آثار قائم صفحات با هم متوازی میگردند(ش ۲۰۱)



ش ۲۰۱

۳۷۵ ـ صفحات $P\alpha Q'$ و $R\beta S'$ مفروض اند،صفحه قائم تصویر را چنان‌تغییر دهید که آثارقائم‌صفحات متوازی شود:

نظربانیکه اگر آثار قائم دوصفحه متوازی شود فصل مشترك صفحات‌نیزبموازات آثار قائم مزبور خواهد بود لازم میاید پس از تغییرصفحه فصل مشترك صفحات جبهه گردد از اینجاچنین‌نتیجه میشود که باید خط الارض‌جدید را طوری‌اختیار کرد که‌فصل مشترك‌فعلی‌صفحات نسبت به آن جبهه باشد ولی چون تصویرافقی جبهه بموازات‌خط‌الارض است معلوم میشود که خط الارض جدید را باید بموازات تصویرافقی فصل‌مشترك یعنی ab اختیار نموده آثار قائم‌تعیین



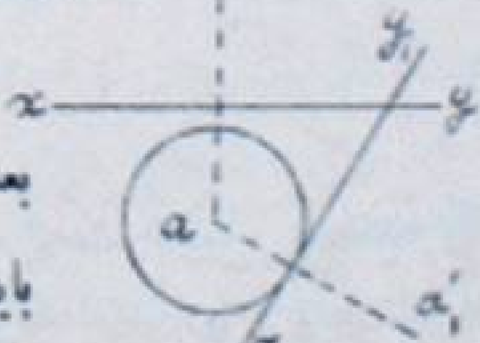
ش ۲۱۲

کرد تا خطوط $\alpha_1Q'_1$ و $\beta_1S'_1$ بدست آید (ش ۱۱۲)

مسئله ۲۳۸

۳۷۶ ـ صفحهٔ قائم را بقسمی تغییر دهد که نقطهٔ مفروض aa' دارای‌بعد معین گردد .

چون تصویر افقی نقطه معین a باید ثابت بماند وازطرفی بعد این نقطه برابر مقدار معینی است پس خط‌الارض جدید باید از نقطه a بفاصله مزبور قرار گیردپس‌مماس‌بر دائره‌ای خواهد بود که بمرکز a و شعاع این فاصله رسم گردد اما



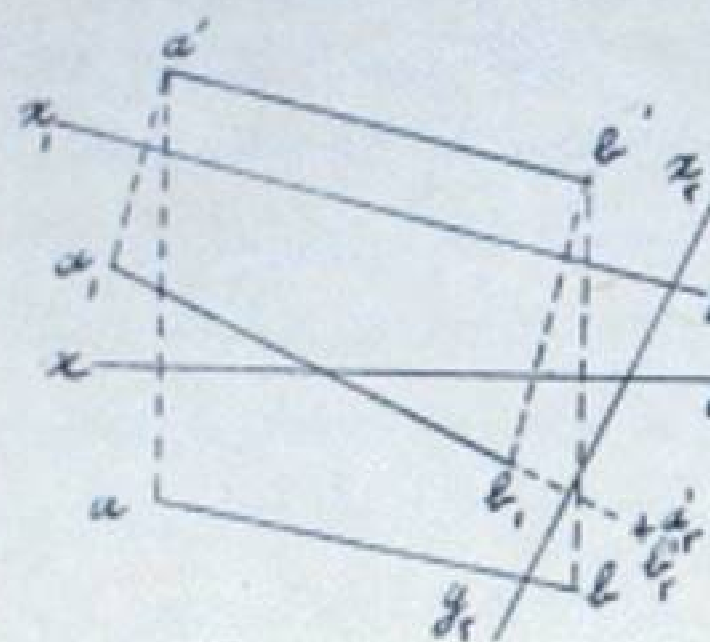
ش ۲۱۳

چون بر ایندائره میتوان بینهایت خط مماس کرد جواب مسئله بیشمار است (ش ۲۱۳)

مسئله ۲۳۹

۳۷۷ ـ صفحهٔ افقی جدیدی بموازات خط مفروض اختیار کرده مقدار حقیقی طول خط و زاویهٔ آنرا با صفحهٔ قائم‌تعیین کنید

چون باید صفحه افقی جدید بموازات خط مفروض باشد پس خط افقیه خواهدشد یعنی تصویر قائم آن بموازات خط الارض جدید میگردد و چون این خط رارسم نمائیم وازنقاط a' و b' خطوطی عمود بر آن رسم کرده‌ابعاد این نقاط را مساوی ابعادقدیمشان‌جدا کنیم‌تصویر افقی جدیدافقیه خط a_1b_1 بدست میاید که‌زاویه آن با خط‌الارض جدید میل آنرا با صفحه قائم تعیین میکند (ش ۲۱۴)



ش ۲۱٤

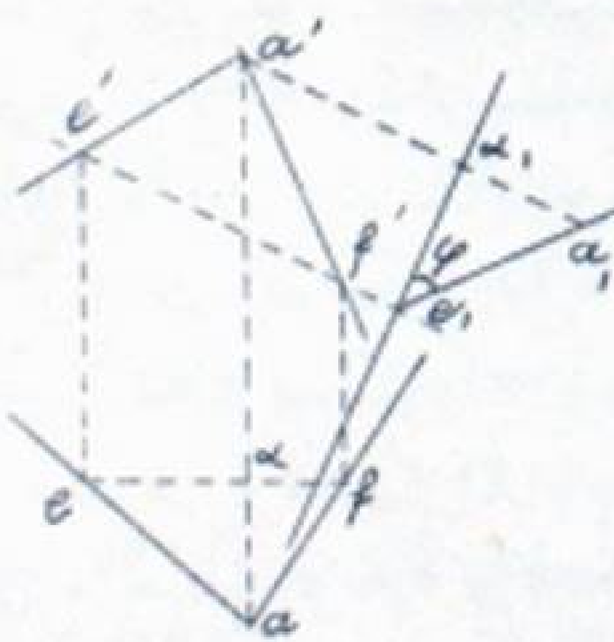
۳۷۸ ـ صفحهٔ قائم‌جدیدی عمودبر خط مفروض تعیین کنید .

چون باید خط مفروض بر صفحهٔ قائم جدید عمود گرددپس بدوا لازم است‌صفحه افقی جدیدی بموازات خط اختیار نموده خط را مانند فوق بافقیه بدل ساخت و پس‌از آن خط‌الارض دیگری عمود بر تصویر افقی جدید اینخط یعنی a_1b_1 اختیار نمود تا خطمزبور بمنتصب تبدیل گردد (ش ۲۱٤)

مسئلهٔ ۲۴۲

۳۷۹ ـ صفحهٔ افقی جدیدی عمود بر صفحهٔ مفروض اختیار کرده زاویه آنرا با صفحهٔ قائم تعیین نمائید

چنانچه صفحه‌ای بر صفحه افقی عمود باشد اثر قائم آن عمود بر خط‌الارض‌بوده و اثر افقیش با خط الارض زاویه آنرا با صفحه قائم معین میسازد پس‌برای تعیین خط‌الارض‌جدید یکی از جبهه های صفحه مثلا $efe'f'$ را رسم نموده بر نقطه اختیاری از آن مثلا e_1 عمودی‌بر آن اخراج میکنیم تصاویر افقی جدید نقاط ee' و ff' همین نقطهٔ e_1 است بنابر آنکه‌خط‌الارض قدیم را ef فرض نمائیم و برای تعیین تصویر افقی جدید aa' کافی است از نقطه a' عمودی



ش ۲۱۵

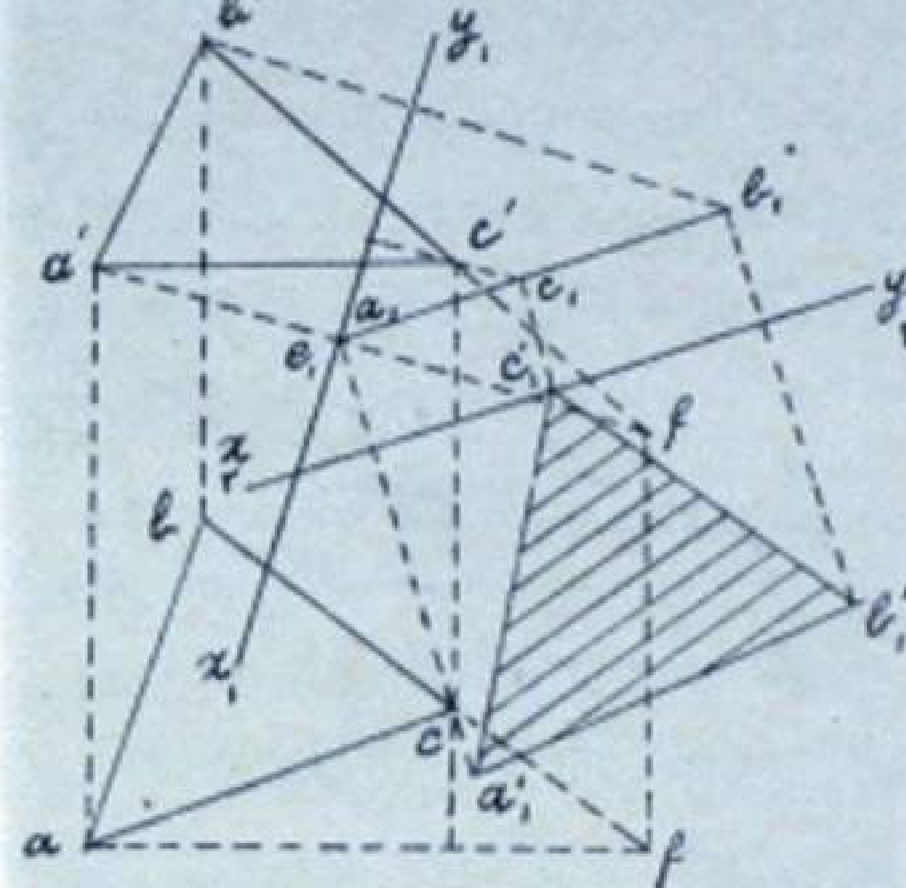
بر خط‌الارض جدید فرود آورده طول $a_1\alpha_1$ را برابر $a\alpha$ جدا نمائیم e_1a_1 اثرافقی

صفحه پس از تغییر صفحه است بنا بر این φ زاویهٔ صفحهٔ مفروض و صفحه قائم تصویر خواهد بود . (ش ۲۱۵)

مسئله ۳۴۱

۳۸۰ ـ صفحهٔ قائم جدیدی بموازات صفحهٔ مثلثی اختیار کرده وسعت حقیقی مثلث را تعیین کنید

ابتدا صفحه افقی را تغییر میدهیم تا عمود بر صفحه مثلث مزبور گردد باین ترتیب که جبهه اختیاری $afa'f'$ را رسم کرده خط‌الارض جدید را بر نقطه اختیاری آن مثلا e_1 عمود مینمائیم اثر افقی صفحهٔ مثلث را مانند مسئله فوق تعیین مینمائیم تصاویر جدید رؤس مثلث a_1 و b_1 و c_1 بر اثر افقی مزبور منطبق اند حال اگر خط‌الارض دیگر بموازات b_1c_1 یعنی اثر افقی صفحه مثلث اختیار نمائیم تصویر قائم جدید مثلث $a'_1 b'_1 c'_1$ بوسعت حقیقی است (ش ۲۱۶ .)

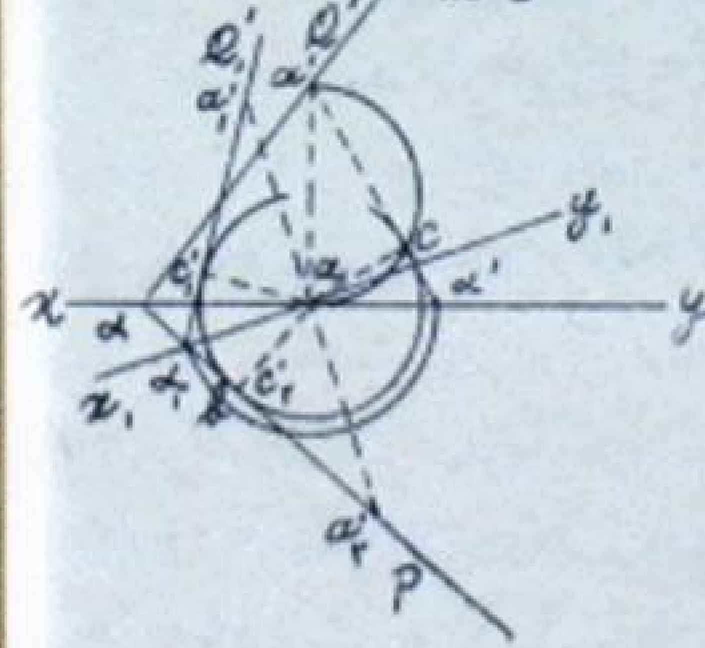


ش ۲۱۶

مسئلهٔ ۳۴۲

۳۸۱ ـ آثار صفحه ای مفروض است صفحهٔ تصویر را چنان تغییر دهید که صفحهٔ مفروض عمود بر یکی از صفحات منصف‌الزاویه شود

فرض کنیم بخواهیم صفحه قائم تصویر را تغییر دهیم تا صفحهٔ $P\alpha Q'$ عمود بر صفحه منصف‌الزاویهٔ ناحیه اول گردد، چنانچه خط‌الارض جدید x_1y_1 بوده و اثر قائم جدید صفحه $\alpha_1 Q'_1$ فرض شود چنانچه از نقطهٔ a عمودی بر xy وعمود دیگری بر x_1y_1 اخراج نمائیم تا آثار قائم نظیرخودرا تلاقی نمایند طولهای aa' و $\alpha\alpha'$ با یکدیگر مساوی خواهند بود (ارتفاعات نقاط مختلفه صفحه در ضمن تغییر صفحه قائم ثابت میماند) از طرف دیگر چون آثار صفحهٔ عمود بر صفحه

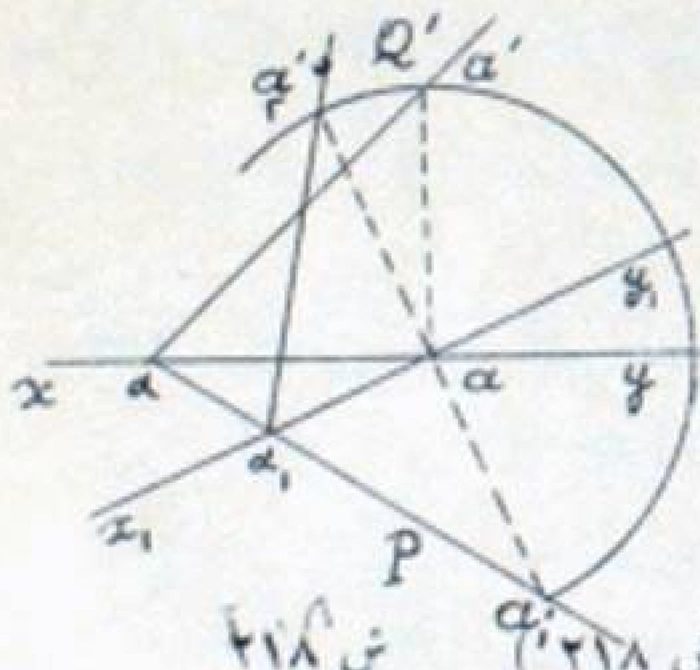


ش ۲۱۷

منصف‌الزاویهٔ ناحیهٔ اول نسبت بخط‌الارض متقارن اند (مسئله نمره ۴۲) پس نقطهٔ a از آثار جدید صفحه متساوی البعد میباشد یعنی اگر از نقطهٔ a دو عمود بر آثار مزبور فرود آوریم این دوعمود بیك طول خواهند بود بنابراین از مثلث قائم الزاویه $ac'_1 a'_1$ وتر (aa') ویك ضلع (ab)معین است میتوان این مثلثرا رسم نمود باین ترتیب که بقطر aa' دائره‌ای رسم مینمائیم وبمرکز a وشعاع ab قوسی رسم‌میکنیم تامحیط دائره را در نقطهٔ c تلاقی نماید ، چون $a'c$ را امتداد دهیم خط الارض را در نقطهٔ α' تلاقی میکند مثلث $aa'\alpha'$ مساوی $aa'_1\alpha_1$ خواهدبود یعنی $a\alpha_1$ باین ترتیب بدست‌میاید حال اگر بمرکز a و شعاع $a\alpha'$ دائره‌ای‌رسم نمائیم اثر افقی صفحه $P\alpha Q'$ رادرنقطهٔ α_1 تلاقی مینماید بنا بر این $a\alpha_1$ خط الارض جدید باین‌ترتیب بدست میاید (ش۲۱۷)

۳۸۲ ـ چنانچه بخواهیم تغییر صفحه بقسمی باشدکه صفحه $P\alpha Q'$ عمود بر صفحه منصف الزاویهٔ ناحیه دوم باشد ، چون باید آثار صفحه در این‌صورت بر یك استقامت قرار گیرد مانند فوق عمل میکنیم وخط‌الارض‌جدید همان $a\alpha_1$ است تصویر قائم جدید a' را در طرف مقابل aa'_1 بدست میاوریم . (ش ۲۱۷)

علاوه بر طریقه فوق میتوان‌بطریقهٔ ساده تر دیگر نیز خط‌الارض جدیدرا بدست آورد باین ترتیب که بمرکز a مفروض بر خط الارض و شعاع ارتفاع این نقطه یعنی aa' دائرای‌رسم‌مینمائیم تااثرافقی‌صفحه‌را درنقطهٔ a'_1 تلاقی نماید ازنقطهٔ a خطی‌بر aa'_1 عمود مینمائیم این خط همان خط الارض جدید است‌منتها اگرصفحه‌عمود برصفحه منصف‌الزاویه دوم‌است اثرقائم‌جدیدصفحه‌همان $\alpha_1 a'_1$ است وهرگاه صفحه عمود بر صفحه منصف الز اویه ناحیه اول است کافی است قرینهٔ a'_1 را نسبت بـه $a\alpha_1$ تعیین نموده a'_1 را به α_1 وصل نمائیم خط $\alpha'_1\alpha_1$ اثر قائم صفحه پس از تغییر صفحه میشود یعنی آثارش نسبت به‌خط‌الارض جدید متقارن‌میگردد(ش ۲۱۸)

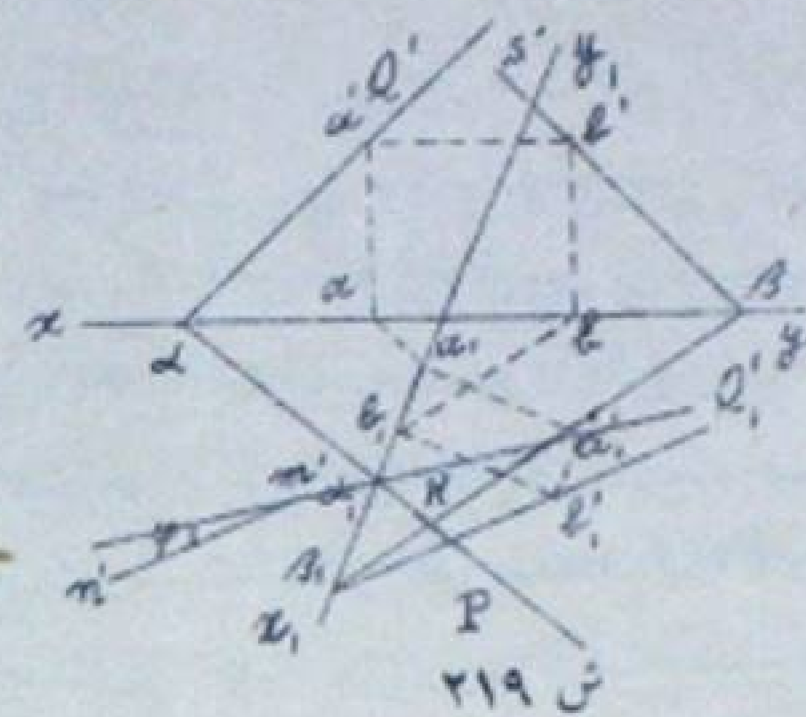


ش ۲۱۸

مسئله ۳۴۳

۳۸۳ ـ صفحهٔ $P\alpha Q'$ و βR اثر افقی صفحهٔ دیگری مفروض‌اند مقصود تعیین اثر قائم این صفحه است بفرض آنکه اگر تغییر صفحه قائم معینی بدهیم زاویه بین دو اثر قائم صفحات برابر φ شود

ابتدا اثر قائم جدید صفحهٔ $P\alpha Q$ را تعیین مینمائیم باین ترتیب که از نقطه aa' مفروض بر اثر قائم صفحه مزبور بموازات اثر افقی همین صفحه رسم مینمائیم تا خط الارض جدید را در نقطهٔ Q_1 تلاقی کند از این نقطه عمود $a_1a'_1$ را بر این خط الارض برابر aa' اخراج مینمائیم نقطهٔ a'_1 متعلق باثر قائم صفحه پس از تغییر صفحه است این نقطه را به α_1 یعنی محل تلاقی اثر افقی صفحه و خط الارض جدیـد وصل مینمائیم $\alpha_1 Q'_1$ اثر قائم جدید صفحه معین میگردد، حال از نقطهٔ اختیاری m' واقع بر این اثر قائم خط $m'n'$ را چنان رسم مینمائیم که با آن زاویهٔ φ را احداث کند و از نقطهٔ β_1 که محل تلاقی $R\beta$ و خط الارض جدید است خطی بموازات $m'n'$ رسم میکنیم این خط اثر قائم جدید صفحه است و برای تعیین اثر قائم این صفحه قبل از تغییر صفحه افقیه مار بر a'_1 را در دستگاه جدید رسم مینمائیم تا اثر $\beta_1 s'_1$ را در نقطهٔ b'_1 تلاقی نماید تصویر افقی b'_1 را برخط الارض جدید تعیین مینمائیم b_1 حاصل میشود از این نقطهٔ بموازات βR رسم میکنیم تا خط الارض قدیم را در نقطه b تلاقی نماید عمود bb' را بر اینخط بطول $b\,b'_1$ اخراج میکنیم نقطهٔ b' متعلق باثر قائم صفحه است یعنی بالاخره $\beta s'$ که از وصل β به b' حاصل میشود اثر قائم صفحه است (ش ۲۱۹)

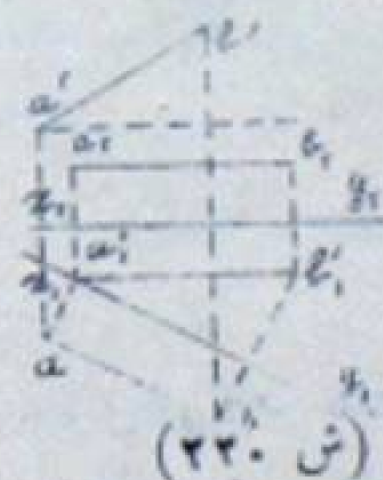


ش ۲۱۹

مسئله ۲۴۴

۳۸۴ ـ خطی را به تغییر صفحه به مواجه تبدیل کند.

چون تصاویر مواجه بموازات خط الارض پس ابتدا خط الارض جدیدی بموازات یکی از تصاویر خط مثلا بموازات ab اختیار نموده $a'_1\,b'_1$ را به تغییر صفحهٔ قائم تعیین مینمائیم $ab\,a'_1\,b'_1$ جبیه است حال چون خط الارض دیگری مانند x_2y_2 بموازات $a'_1\,b'_1$ اختیار نمائیم و تصویـر افقی جدید خط را بـه تغییر صفحه افق معین سازیم خط $a_2\,b_2\,a'_1\,b'_1$ مواجه مطلوب است (۰۲۰)

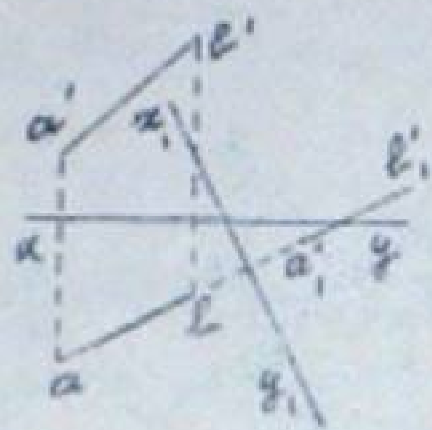


(ش ۲۲۰)

مسئله ۲۴۵

۳۸۵ ـ خطی را به تغییر صفحه و به نیمرخ بدل کنید

چون تصاویر نیمرخ باید بر خط الارض عمود باشد پس کافی است خط الارض را طوری اختیار کنیم که عمود بر یکی از تصاویر نیمرخ باشد مثلا بر امتداد ab عمودی اخراج مینمائیم طولهای $\gamma a'_1$ و $\gamma b'_1$ را برابر $\alpha a'$ و $\beta b'$ جدا مینمائیم $a'_1\,b'_1$ تصویر قائم جدید نیمرخ است .(ش ۲۲۰)

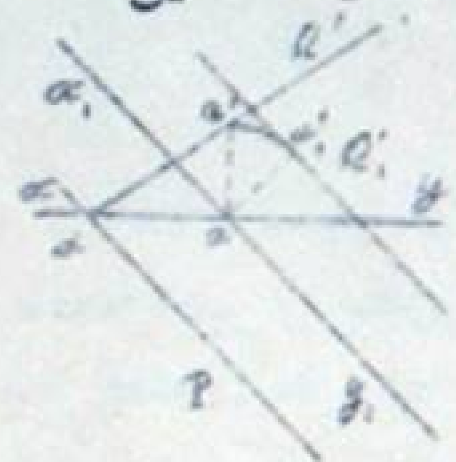


ش ۲۲۱

مسئله ۲۴۶

۳۸۶ ـ صفحهٔ $P\alpha Q'$ مفروض است مقصود تغییر صفحه ایست که این صفحه مواجه شود

چون آثار صفحه مواجه بموازات خط الارض میباشد پس کافی است خط الارض جدید یعنی x_1y_1 را بموازات یکی از دو اثر صفحه مثلا موازی با $P\alpha$ اختیار نمائیم و اثر قائم جدید صفحه را تعیین کنیم باین ترتیب PQ'_1 آثار صفحه مواجه مطلوب میگردند (ش ۲۲)

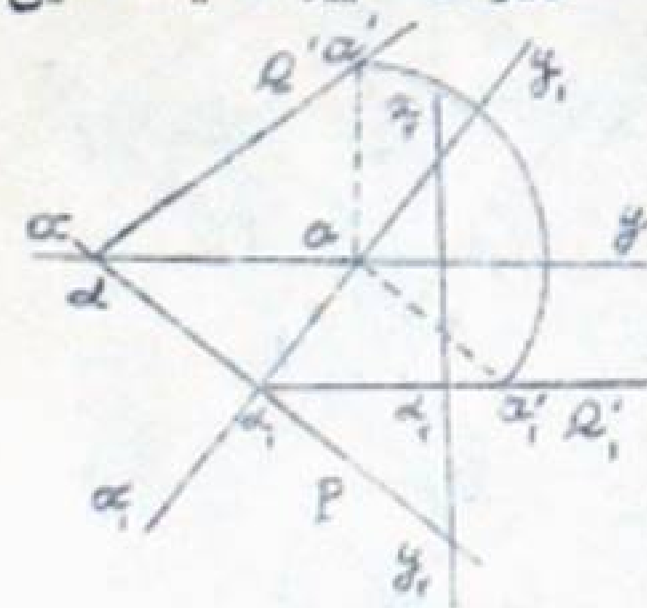


ش ۲۲۲

مسئلهٔ ۲۴۷

۳۸۷ ـ صفحه $P\alpha Q'$ مفروض است صفحات تصویر را تغییر دهید تا این صفحه نیمرخ شود

چون آثار صفحهٔ نیمرخ برخط الارض عمود اند بنابراین ابتدا خط الارض را عمود بر یکی از دو اثر مثلا عمود بر اثر افقی صفحه اختیار مینمائیم اثر قائم جدید صفحه را پس از این تغییر صفحه معین میکنیم صفحه منتصب $p\alpha_1Q'_1$ حاصل میگردد حال اگر خط الارض دیگری مانند $x_2\,y_2$ عمود بر این اثر قائم رسم نمائیم صفحه مزبور به نیمرخ بدل میگردد (ش ۲۲۳) .

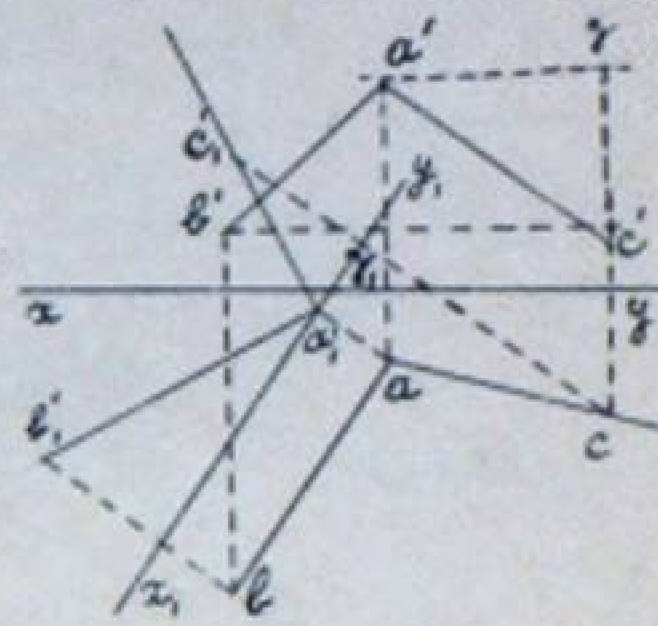


ش ۲۲۳

مسئله ۲۴۸

۳۸۸ ـ تصویر افقی زاویهٔ قائمه و تصویر قائم یك ضلعش معین است بوسیله تغییر صفحه تصویر قائم ضلع دیگر آنرا معین سازید :

چنانکه میدانیم اگر یك ضلع زاویه قائمه بموازات صفحه‌تصویر باشد ، تصویر آن نیز قائمه میگردد ، بنابراین برای تعیین ضلع دیگر زاویه مزبور ضلع معلوم‌اینزاویه یعنی $aba'b'$ رابجهیه تبدیل مینمائیم‌خط $aba'_1 b'_1$ حاصل میگردد حال اگر از نقطه a'_1 عمودی بر $a'_1 b'_1$ اخراج نمائیم این خط ضلع دیگر زاویه قائمه پس از این تغییر صفحه است حال اگر از نقطهٔ اختیاری c'_1 مفروض بر اینخط عمودی بر ab فرود آورده و از نظیر آن c رابطی رسم نمائیم‌و طول $\gamma c'$ را برابر $\gamma_1 c'_1$ جدا کنیم تصویر قائم ضلع زاویه قائمه معین میگردد (ش ٢٢٤)

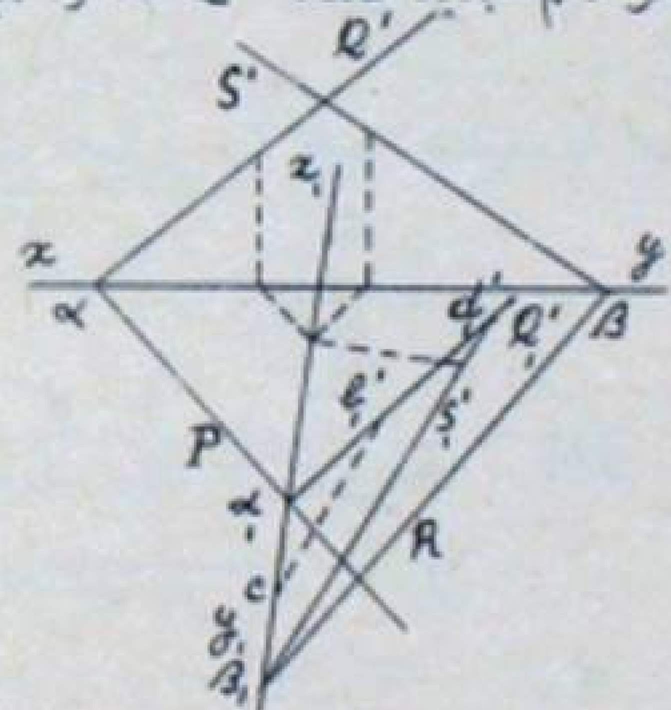


ش ٢٢٤

مسئله ٣٤٩

٣٨٩ ـ صفحه $P\alpha Q'$ و βR اثر افقی صفحهٔ دیگر مفروض است ، اثر قائم صفحه اخیر را بطوری تعیین کنید که اگر تغییر صفحه قائم‌معینی بدهیم نسبت بین قطعات مفروزه بوسیلهٔ خط الارض جدید از آثار قائم بنابر آنکه مبدء قطعات را محل تلاقی آثار قائم جدید فرض کنیم برابر K باشد

اثر قائم جدید صفحهٔ $P\alpha Q'$ را تعیین مینمائیم $\alpha Q'_1$ است حال باید از نقطه β_1 یعنی محل تلاقی اثر افقی βR و خط الارض جدید خطی رسم کنیم که $\beta_1 Q'_1$ را تلاقی کرده و نسبت بین قطعات آثار برابر K باشد ، برای این منظور از نقطهٔ α_1 طول $\alpha_1 b'_1$ را برابر K جدا کرده بمرکز b'_1 وشعاع واحد قوسی رسم مینمائیم تا خط الارض جدیدرا درنقطهٔ c تلاقی کند خط cb'_1 راوصل مینمائیم ازنقطهٔ β_1 بموازات این خط رسم میکنیم اینخط اثرقائم جدید صفحهٔ مطلوب است زیرا از



ش ٢٢٥

تشابه مثلثات $\alpha_1 b'_1 c$ و $\alpha d'_1 \beta_1$ حاصل میشود $K = \frac{\alpha_1 d'_1}{\alpha'_1 \beta_1} = \frac{\alpha_1 b'_1}{b'_1 c}$ چون افقیهٔ تابرنقطهٔ a'_1 را رسم نموده وضع اولیه آنرا قبل ازتغییر صفحه معین سازیم‌صفحه $R\beta S'$ مشخص میگرد . (ش ٢٢٥)

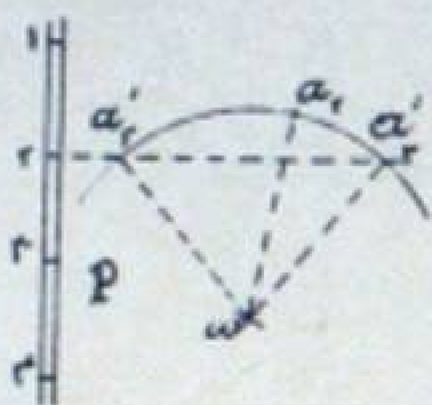
٢ ـ دوران

الف ـــ دوران نقطه

مسئله ٣٥٠

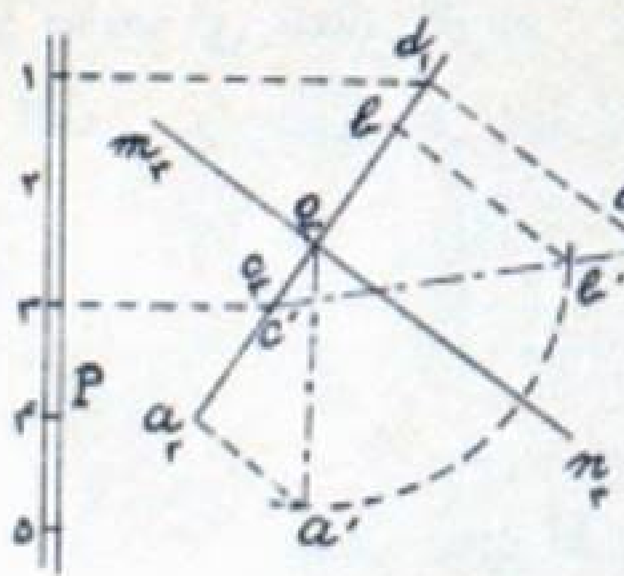
٣٩٠ ـ نقطه‌ایرا حول محوری قائم ، افقی یا غیر مشخص دوران دهید تا بر صفحه‌ای منطبق گردد .

الف ـ چنانچه نقطهٔ a_2 حول محور قائم ω دوران نماید تصویر افقیش بر محیط دائره‌ای‌سیر خواهد کرد که مرکزش ω و شعاع آن ωa_2 است از طرف دیگر چون ارتفاع نقطه ضمن دوران ثابت میماند پس‌بعداز انطباق برصفحه نیز رقوم آن‌برابر دوخواهد بودبنابراین‌برای‌تعیین وضع‌نقطه برصفحه افقیهٔ رقوم ٢ صفحه P را رسم مینمائیم تامحیط دائره را درنقطهٔ مطلوب a'_2 تلاقی کند (ش ٢٢٦).



ش ٢٢٦

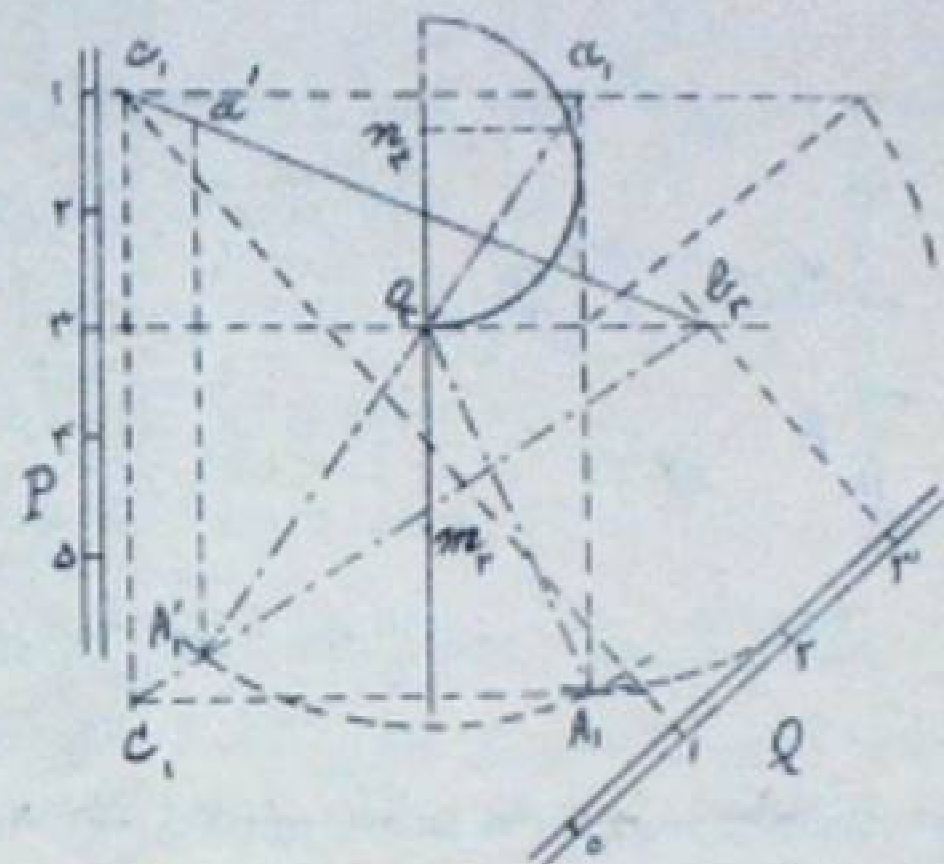
ب ـ اگر محور دوران افقیه $m_2 n_2$ باشد چون نقطه a_2 در ضمن دوران حول محور افقی مزبور بر صفحه‌ای سیر مینماید که عمودبراین محور است بعلاوه همواره نقطه A_2 بر محیط دائره‌ای خواهد بود که مرکزش محل‌تلاقی صفحه مزبورومحور بوده و شعاعش فاصلهٔ نقطهٔ A ازاینخط میباشد . ازطرف دیگر چون باید نقطهٔ A پس ازدوران‌برصفحه Pمنطبق گردد بنابراین‌برفصل مشترك این صفحه و صفحه ای واقع خواهدشد که از A برمحور عمود نموده باشیم واز اینجا طریقه‌ترسیمی ذیل‌نتیجه‌میشود ازنقطهٔ a_2 صفحه قائم ao را برمحورافقی mn عمودمینمائیم فصل مشترك این‌صفحه‌قائم باصفحه P خط $c_2 d_1$ است چون‌این خط ونقطهٔ a_2 را درصفحه قائم مزبور حول افقیه ٣ همین صفحه‌تسطیح نمائیم نقطه a' وخط $d'c'$ تصاویرقائم نقطه و خط مزبور حاصل میشودحال‌اگر بمرکز o وشعاع oa' دائره ای رسم نمائیم (دائره دوران) این‌دائره خط $d'c'$ را درنقطه b' که تصویر قائم نقطهٔ مطلوب است تلاقی مینماید چون‌تصویر افقی نقطه b' را بوسیله رسم عمود bb' بر



ش ٢٢٧

cd تعیین کنیم b وضع جدید نقطه a_2 پس از دوران حول افقیه $m_2 n_2$ و انطباق بر صفحه P است (ش ۲۲۷)

ج ـ اگر محور دوران غیر مشخص و مثلا خط $m_2 n_2$ باشد ، باید از نقطهٔ a_1 صفحه‌ای براین محور مانند Q عمود نموده محل تلاقی این صفحه را بامحور وصفحه مفروض P تعیین نمود تا نقطهٔ O_2 و خط $b_2 c_1$ حاصل گردد نقطه a_1 را به O_2 وصل مینمائیم خط $a_1 o_2$ تصویر شعاع دائرهٔ دوران است . چون خطوط $a_1 o_2$ و $c_1 b_2$ را حول لولای رقوم - صفحه Q تسطیح کنیم تسطیح دائرهٔ دوران بمرکز o_2 و شعاع $A_1 o_2$ رسم میگردد این دائره تسطیح $c_1 b_2$ رادر نقطهٔ A'_1 تلاقی مینماید که چون این نقطه را

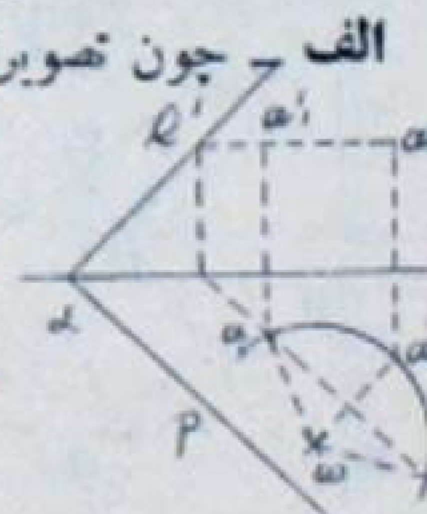


ش ۲۲۸

ترفیع نمائیم a' وضع جدید نقطهٔ a_1 پس از انطباق بر صفحه P است (ش ۲۲۸)

۳۹۱ ـ نقطهٔ aa' را حول محور قائم ، فقی یا غیر مشخص دوران دهید تا بر صفحه ای منطبق گردد

الف ـ چون تصویر قائم نقطهٔ a' همواره بر تصویر قائم افقیه مار برهمین نقطه قرار دارد پس این خط را رسم نموده فصل مشترک صفحه $P\alpha Q'$ را باصفحه افقی مزبور تعیین مینمائیم تصویر افقی این فصل مشترک خط H است چون بمرکز ω وشعاع ωa دائره‌ای رسم نمائیم H را در نقطهٔ a_1 که تصویر افقی نقطهٔ مطلوب است تلاقی مینماید واضح است تصویر قائم این نقطه بر H' بوسیلهٔ رسم رابط معین میگردد.



ش ۲۲۹

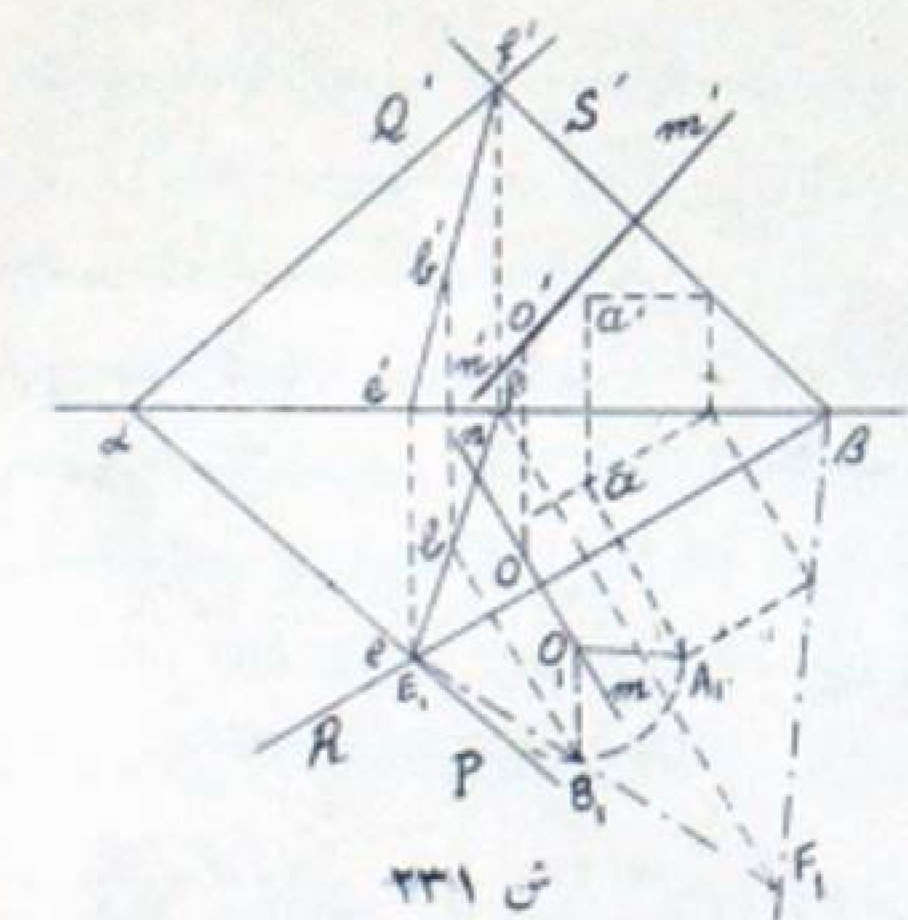
ب ـ چون صفحه دوران باید بر محور افقی HH' عمود باشد پس اثر افقی آن بر H و اثر قائمش بر خط‌الارض عمود است ، حال از نقطه a عمودی بر H فرود

میاوریم واضح است اگر تغییر صفحه قائمی دهیم که خط‌الارض آن همین عمود باشد محور افقی بمنتصب تبدیل میگردد چون اثر قائم جدید صفحه راپس از این تغییر صفحه تعیین نمائیم باید نقطه aa'_1 را حول محور منتصب H دوران داد تا بر صفحه $P\alpha Q'_1$ منطبق گردد برای این منظور بمرکز o' و شعاع $o'a'_1$ دائرهٔ دوران را رسم مینمائیم تا بر تصویر قائم جبهیه مار بر a مرور نماید یعنی بعبارهٔ اخری بر اثر قائم صفحه $P\alpha Q'_1$ منطبق گردد بدین ترتیب نقطه b'_1 حاصل میگردد چون تصویر افقی آنرا بر خط‌الارض جدید تعیین نموده از نقطه b رابطی رسم کرده طول $\beta b'$ را برابر $\beta_1 b'_1$ جدا نمائیم bb' وضع جدید نقطه aa' پس از دوران حول محور افقی و انطباق بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ است (ش ۲۳۰)

ش ۲۳۰

ج ـ وقتی محور دوران غیر مشخص باشد میتوان به تغییر صفحه آنرا به افقیه بدل نموده مانند فوق عمل کرد اما مستقیما نیز ممکن است این عمل را انجام داد :

از نقطهٔ aa' صفحهٔ $R\beta S'$ را بر محور $mnm'n'$ عمود مینمائیم محل تلاقی محور را با این صفحه و همچنین فصل مشترک صفحات $P\alpha Q'$ و $R\beta S'$ را تعیین مینمائیم نقطه oo' و خط $efe'f'$ حاصل میگردد . خطوط $oao'a'$ و $efe'f'$ را حول اثر افقی صفحه $R\beta S'$ تسطیح مینمائیم (بقسمت تسطیح رجوع شود) بمرکز O_1 و شعاع O_1A_1 تسطیح $oao'a'$ دائره‌ای رسم مینمائیم تا تسطیح خط $efe'f'$ یعنی E_1F_1 را در نقطهٔ B_1 تلاقی نماید ترفیع نقطهٔ B_1 یعنی bb' وضع جدید نقطهٔ aa' پس از انطباق بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ است (ش ۲۳۱).

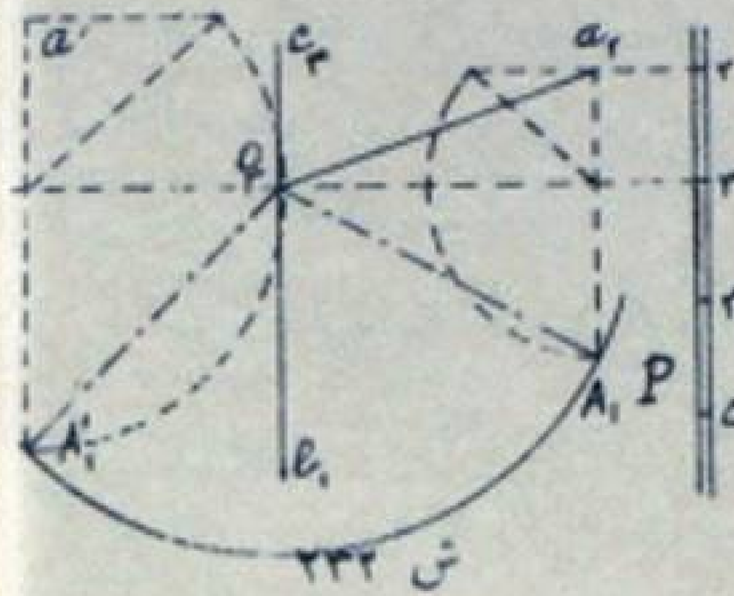


ش ۲۳۱

مسئله ۳۵۱

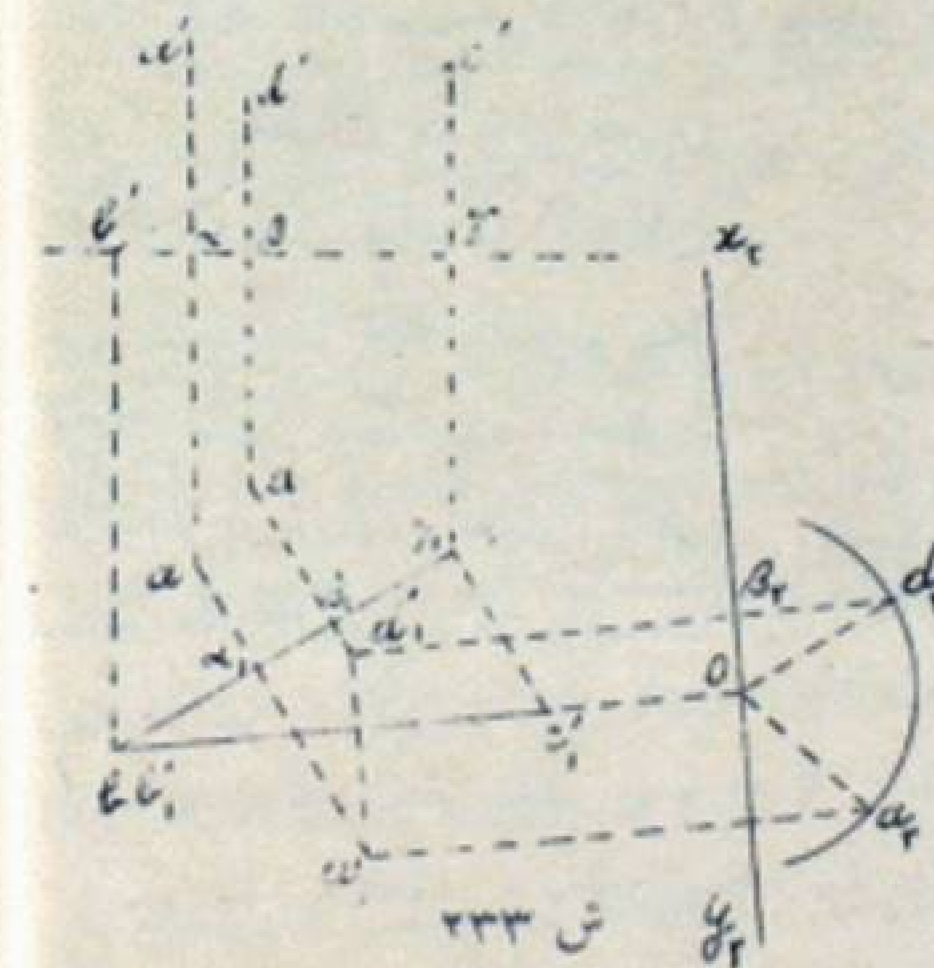
۳۹۲ ـ نقطه a_2 را بزاویهٔ معین در جهت معلوم حول محور b_1c_1 دوران دهید

از نقطه a_2 صفحه P را برمحور b_1c_1 عمود مینمائیم و موقع عمود را تعیین میکنیم نقطهٔ o_2 حاصل میگردد. خط o_2a_2 را حول لولای رقوم ۳ صفحه P تسطیح مینمائیم بمرکز o_2 و شعاع o_2A_1 دائره‌ای رسم میکنیم و بر محیط آن قوس $A_1A'_1$ را برابر مقدار زاویه دوران در جهت مفروض جدا میکنیم ، A'_1 را ترفیع مینمائیم نقطهٔ a' که باین ترتیب بدست میاید وضع جدید نقطهٔ a_2 پس از دوران است


ش ۲۳۲

۳۹۳ ـ نقطهٔ aa' را حول محور $bcb'c'$ در جهت معین بزاویه مفروض دوران دهید .

بوسیلهٔ تغییر صفحه محور دورانرا به جبهه تبدیل مینمائیم باین ترتیب کـه bc را خط‌الارض جدید اختیار کرده اختلاف ارتفاعات را نسبت به نقطهٔ b مراعات مینمائیم ، یعنی $\gamma_1c'_1$ را عمود بر $b'c$ و بطول $\gamma c'$ جدا کرده نقطهٔ b را که بر نظیر خود b'_1 منطبق است به نقطه c'_1 وصل مینمائیم خط $b'_1c'_1$ تصویر قائم جدید محور دوران است ، بهمین ترتیب تصویر جدید نقطهٔ aa' نقطهٔ aa'_1 $(a'_1\alpha_1 = a'\alpha)$ میباشد حال مجدداً خط‌الارض دیگری عمود بر $b'_1c'_1$ اختیار مینمائیم تا اینخط بقائم تبدیل گردد دراینصورت تصویر افقی جدید محور دوران نقطه o و تصویر افقی جدید نقطهٔ aa'_1 نقطه a_2 است بنابراین اگر بمرکز o و شعاع oa_2 دائره‌ای رسم نمائیم و زاویه دوران رادر جهت مناسب جدا کنیم d_2 وضع جدید نقطه a_2 پس ازدوران است ، چون عمود β_2d_2 را برابر خط‌الارض جدید فرود آوردهٔ از نقطه a'_1 بموازات همین خط‌الارض رسم کنیم تا آنرا تلاقی کند

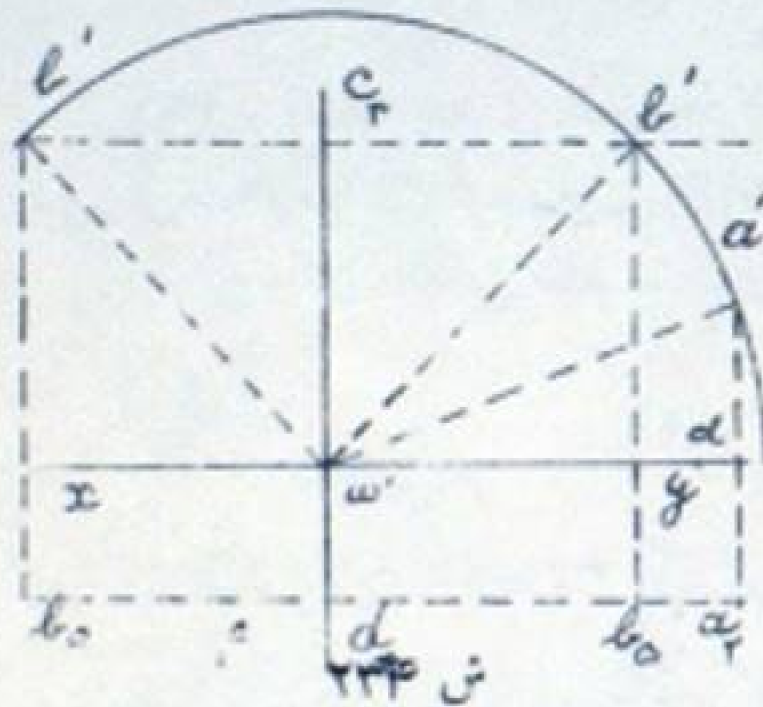

ش ۲۳۳

نقطه d'_1 تصویر قائم نقطه d_2 بدست میاید و چنانچه d'_1d را بر bc عمود کرده طول β_1d را برابر β_2d_2 جدا نمائیم نقطه d تعیین شده و بالاخره چون رابط نقطه d را رسم کرده طول $\beta d'$ را مساوی $\beta_1d'_1$ جدا نمائیم نقطه dd' وضع جدید نقطه aa' پس از دوران حول محور $bcb'c'$ بدست میاید (ش ۲۳۳)

مسئله ۳۵۲

۳۹۴ ـ نقطهٔ a_2 راحول محور افقی c_2d_2 دوران دهید تارقومش مساوی مقدار معین گردد

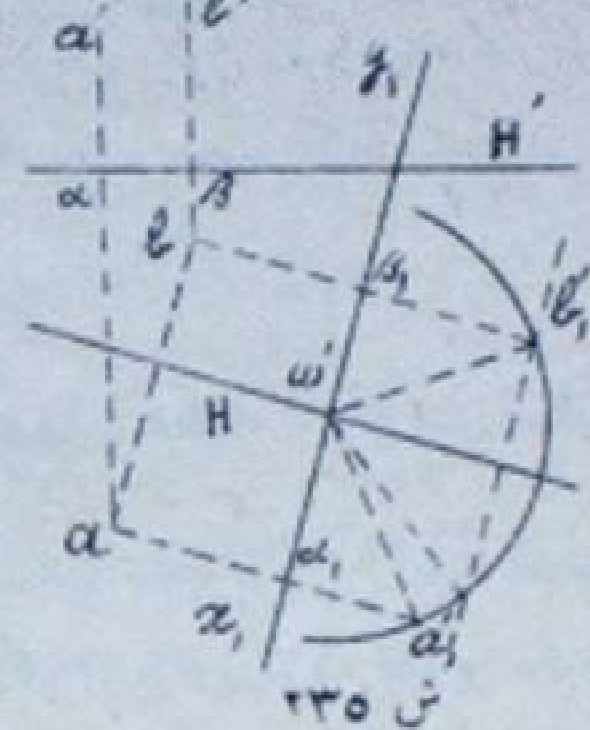
چون صفحه قائم را عمود بر افقیه c_2d_2 اختیار نمائیم تصویرقائم این افقیه یك نقطهٔ یعنی مثلاً ω نقطه‌ای میشود که صفحه قائم مزبور افقیه‌را تلاقی کرده تصویر قائم نقطه a_2 نقطه a' باین ترتیب حاصل میگردد که از نقطهٔ a_2 بموازات افقیه c_2d_2 رسم نموده طول $\alpha a'$ را برابر اختلاف ارتفاع a و این افقیه‌یعنی یك واحد مقیاس جدا نمائیم . فاصله‌حقیقی نقطه a_2 از افقیه مفروض‌برابر طول $\omega'a'$ است که از وصل a' به محل تلاقی افقیه واثر صفحه قائم حاصل میگردد ، چون طول این خط رابامقیاس اندازه بگیریم و مثلا فرض کنیم این‌طول برابر سه واحد مقیاس باشد نتیجه میشود که رقوم نقطه a_2 ضمن دوران حول لولای c_2d_2 بین ۳ - ۳ و ۳+۳ یعنی ۰ و ۶ تغییر مینماید پس اگر بخواهیم رقوم نقطه پس از دوران حول افقیه مساوی ۵ گردد کافی است خطی‌بموازات xy و بفاصله ۳ - ۵ یعنی ۲ رسم نمائیم تادائره‌ایرا که بمرکز ω و شعاع $\omega a'$ رسم میشوددر نقطهٔ b' که‌تصویر قائم نقطه است تلاقی کند ، تصویر افقی این نقطه را باین ترتیب معین‌مینمائیم که ازنقطه b' عمودی بر xy فرود آورده و از نقطهٔ a_1 خطی بموازات آن رسم مینمائیم محل تلاقی این دو خط نقطه مطلوب b_5 است (ش ۲۳٤)


ش ۲۳٤

۳۹۵ ـ نقطه aa' را حول محور افقی HH' دوران‌دهید تا ارتفاعش‌برابر مقداری معین گردد

تغییر صفحهٔ قائم‌بقسمی میدهیم که خط HH' منتصب شود یعنی خط‌الارض راعمود بر H اختیار میکنیم ، ω تصویر قائم افقیهٔ مزبور است بنا بر آنکه‌ارتفاعات را نسبت‌به H' ملاحظه نمائیم تصویر قائم a نقطه a'_1 است($\alpha a' = \alpha_1a'_1$) چون خطی‌بموازات

$x_1 y_1$ وبفاصله ارتفاع مفروض رسم نموده ودائر $\omega a'_1 a'$ را رسم کنیم این خط را در

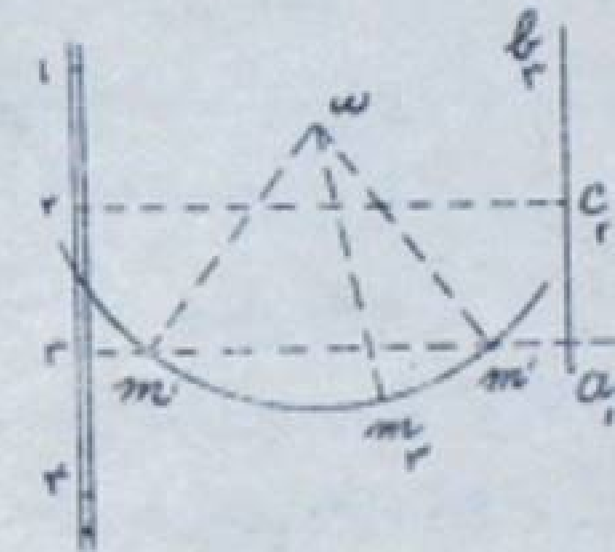

ش ۲۳۵

نقطهٔ b'_1 تلاقی مینماید تصویر افقی b'_1 از طرفی بر رابط $b'_1 \beta_1$ و از طرف دیگر بر خطی واقع است که بموازات $x_1 y_1$ رسم گردد محل تلاقی این دو خط تصویر افقی نقطه aa' پس ازدوران است حال چون رابط b را رسم کرده طول $\beta b'$ را مساوی $\beta_1 b'_1$ جدا کنیم bb' تصاویر جدید نقطه aa' پس از دوران است (ش ۲۳۵)

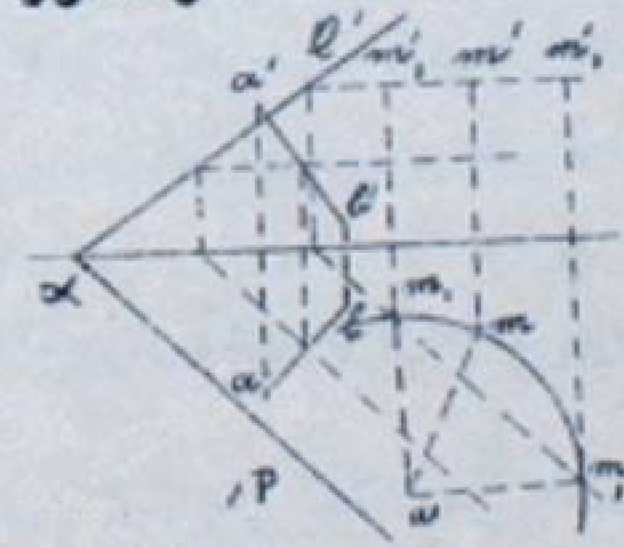
مسئلهٔ ۳۵۳

۳۹۶ - نقطه m_2 و خط $a_1 b_2$ مفروض اند ، نقطه را حول محور قائم ω دوران دهیدتا MC مساوی MB شود .

میدانیم مکان هندسی نقاط متساوی‌البعد از دو نقطهٔ فضائی بر صفحه‌ای واقع است که بر وسط خط واصل بین این نقاط عمود باشد، پس بر وسط خط $a_1 b_2$ یعنی نقطه C_2 صفحهٔ P را با شرائط لازم عمود مینمائیم پس از آن نقطهٔ m_2 را حول محور قائم ω آنقدر دوران میدهیم تا بر صفحه P منطبق گردد باین ترتیب که دائره ωm_2 را رسم مینمائیم تا افقیهٔ رقوم ۳ این صفحه را در نقطه مطلوب m'_2 تلاقی نماید (ش ۲۳۶)


ش ۲۳۶

۳۹۷ - نقطهٔ mm' و محور قائم ω مفروض اند ، نقطه را انقدر دوران دهید تا از دوسر خط مفروض $aba'b'$ بیك فاصله قرارگیرد .

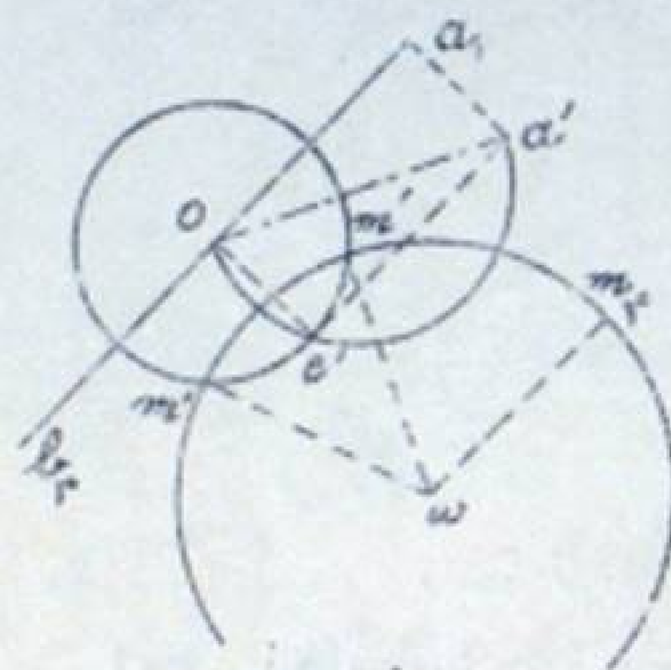

ش ۲۳۷

صفحه $P\alpha Q'$ را بر وسط خط $aba'b'$ عمود مینمائیم افقیهٔ بارتفاع m' را در این صفحه رسم میکنیم بمرکز ω و شعاع ωm دائره‌ای مرور میدهیم تا تصویر افقی این افقیه را در نقطهٔ m_1 تلاقی کند تصویر قائم نقطهٔ را تعیین مینمائیم $m_1 m'_1$ جواب مسئله است (ش ۲۳۷)

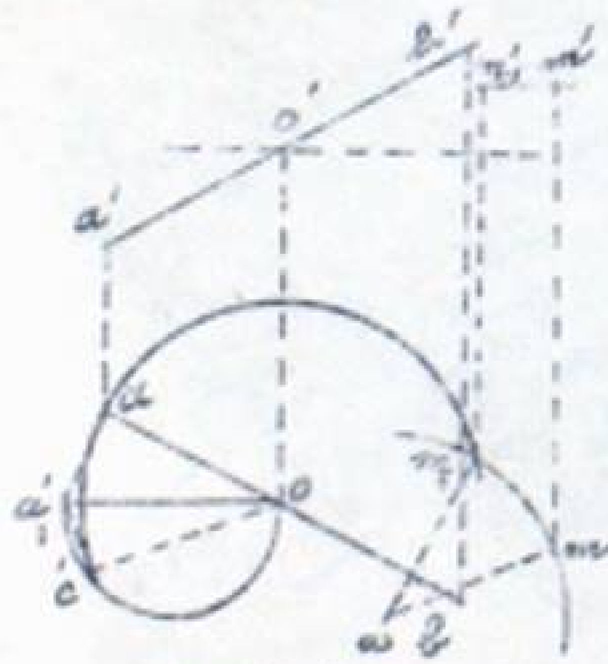
مسئله ۳۵۴

۳۹۸ - نقطهٔ m_4 خط $a_1 b_2$ مفروض اند. نقطه را حول محور قائم ω دوران دهید تا زاویهٔ AM_1B قائمه شود (M_1 وضع جدید M پس ازدوران است)

قاطی که از آنها خط AB بزاویهٔ قائمه رؤیت میگردد بر سطح کره‌ای واقع اند که قطرش AB میباشد بنا براین باید نقطه m_4 را اقدر دوران داد تا بر سطح کرهٔ مزبور منطبق گردد ولی چون رقوم نقطهٔ m در ضمن دوران حول محور مساوی ٤ باقی میماند پس باید در سطح کرهٔ مزبور دائره‌ای رسم نمود که بر صفحه افقی رقوم ٤ منطبق باشد اما چون این دائره در صفحه افقی است پس مرکزش بامرکز کره در تصویر منطبق بوده و شعاعش نیز بطول حقیقی تصویر میشود از طرف دیگر شعاع مزبور ضلع مثلث قائم الزاویه ایست که وتر و یك ضلعش بترتیب نصف طول حقیقی $a_1 b_2$ و اختلاف بین ارتفاع مرکز کره و نقطه m_4 یعنی دو می باشد این مثلث را رسم مینمائیم $a'oc'$ حاصل میگردد ، بمرکز o و شعاع oc' دائره صغیره‌ای که درصفحهٔ افقی رقوم ٤ واقع است رسم مینمائیم دائره بمرکز ω و شعاع ωm_4 را رسم میکنیم ایندو دائره در نقطهٔ m' مشترك اند و این همان نقطهٔ جواب مسئله است . (ش ۲۳۸)


ش ۲۳۸

۳۹۹ - نقطه mm' را حول محور قائم ω دوران دهید تا خط $ba'b'$ از آن به زاویهٔ قائمه رویت شود .

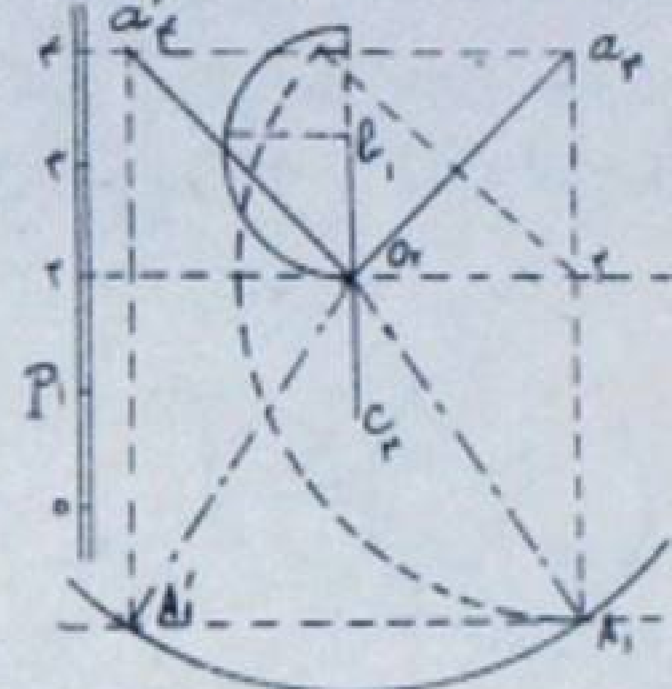

ش ۲۳۹

چون مانند مسئله قبل استدلال کنیم معلوم میشود که نقطهٔ مطلوب از طرفی بر محیط دائره ωm وازطرف دیگر بر محیط دائرهٔ دیگری واقع است کـه شعاعش ضلع مثلث قائم‌الزاویه ایست که وتر آن نصف طول حقیقی $aba'b'$ و یک ضلعش اختلاف ارتفاع بین وسط خط $aba'b'$ و نقطهٔ mm' میباشد ، چون این دائره را نیز رسم نمائیم نقطهٔ تلاقی آنها یعنی نقطه $m_1 m'_1$ جواب است(ش ۲۳۹)

مسئله ۳۵۵

۴۰۰ ـ نقطهٔ a_4 حول محور $b_1 c_2$ دوران کرد . و رقومش ثابت مانده
مقصود تعیین زاویهٔ دوران است

چون نقطهٔ a_4 در موقع دوران بر صفحه عمود بر محور $b_1 c_2$ سیر مینماید پس از نقطهٔ مزبور صفحه P را بر این محورعمود مینمائیم موقع عمود یعنی مرکز دوران

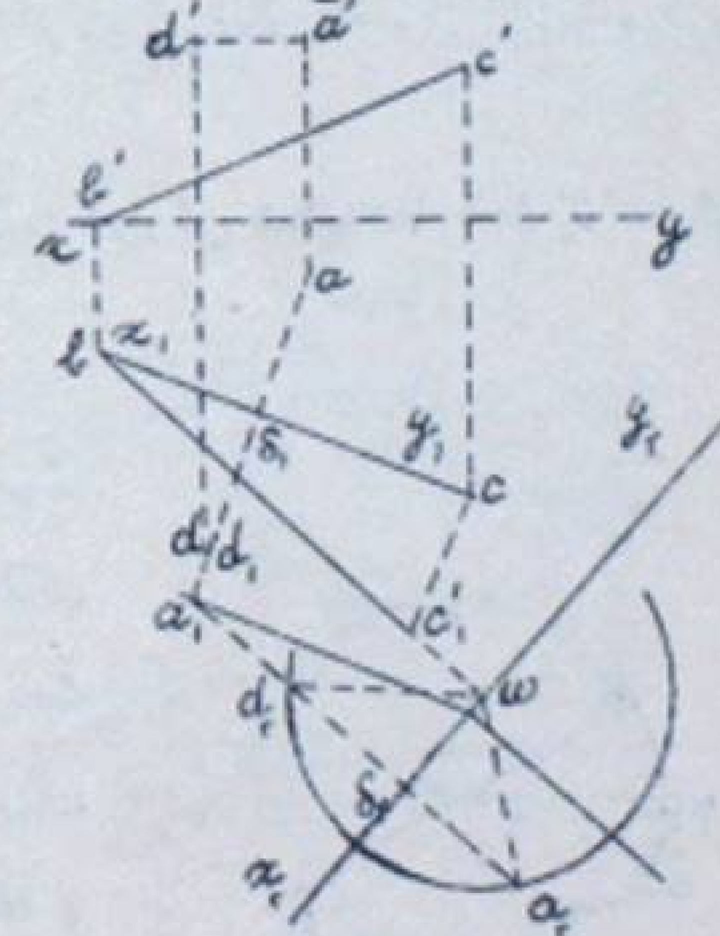


ش ۲٤۰

را تعیین میکنیم o_2 حاصل میگردد خط $o_2 a_4$ را حول لولای رقوم۲ صفحه P تسطیح مینمائیم $o_2 A_1$ بدست میاید بمرکز o_2 و شعاع $o_2 A_1$ دائره ای رسم کرده از نقطهٔ A_1 بموازات لولا رسم میکنیم تا اینداثره را در نقطهٔ A'_1 که قرینه A_1 نسبت بتصویر محور دوران است تلاقی نماید $A_1 o_2 A'_1$ برابر زاویه دوران است واضح است تصویر جدید نقطه بعداز دوران نیز قرینه نقطهٔ a_4 نسبت بتصویر محور دوران خواهد بود (ش ۲۴۰)

۴۰۱ ـ نقطهٔ aa' حول محور $bcb'c'$ دوران کرده وارتفاعش ثابت‌مانده زاویهٔ دوران و وضع جدید نقطه را پس از دوران تعیین نمائید

چون بایدارتفاع نقطه ثابت بماند پس تصویر قائم آن بر خط $a'b'$ که ازنقطهٔ



ش ۲٤۱

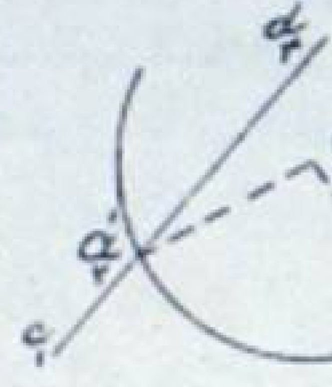
a' موازی با خط‌الارض رسم‌میشود واقع‌خواهد بود حال اگر به تغییرصفحه قائم ابتدا محور دوران را به جبهه و پس از آن بـه تغییر صفحه افق آنرا بقائم بدل نمائیم صفحه افقی $a'd'$ ابتدا به صفحهٔ افقی $a_1 d_1$ و پس ازآن بصفحه منتصب $a'_1 d'_1 c$ تبدیل میکردد حال‌نقطه $a'_1 a_1$ را حول محور قائم ω دوران میدهیم تا مجددا بر صفحه منتصب مزبور منطبق گردد باین ترتیب که بمرکز ω و شعاع ωa_2 قوسی رسم مینمائیم تامنتصب‌مار برنقطهٔ a_2 را درنقطهٔ d_2 تلاقی نماید واضح است تصویر قائم جدید این نقطه همان a'_1 ، چون از نقطهٔ

d'_1 عمودی بر bc فرود آورده طول $\delta_1 d_1$ را مساوی $\delta_2 d_2$ جدا نمائیم تصویر افقی نقطه معلوم شده و پس از آن اگر از نقطهٔ d رابطی رسم کرده طول $\delta d'$ را برابر $\delta_1 d'_1$ جدا کنیم dd' وضع جدید نقطه aa' پس از دوران است و زاویهٔ دوران برابر زاویهٔ $d_2 \omega a_2$ میباشد و چنانکه ملاحظه میشود خط bc یعنی محور دوران بر وسط ab یعنی خط واصل بین دو وضع نقطه‌عمود میباشد (ش ۲۴۱)

مسئله ۳۵٦

۴۰۲ ـ نقطهٔ غیر مدرج a پس از دوران حول محور قائم مفروض ω بر خط معین $c_1 d_4$ منطبق میگردد ، رقوم این نقطه را تعیین کنید .

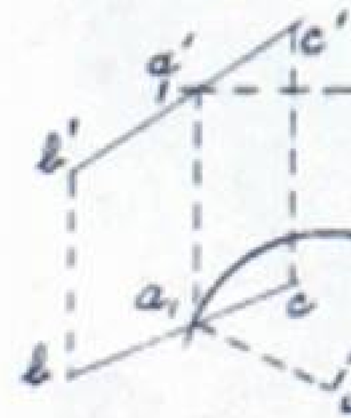
چون نقطه پس‌ازدوران‌باید بر خط $c_1 d_4$ منطبق گردد پس ω را مـرکز قرار داده دائرهٔ ωa را رسم مینمائیم تا خط $c_1 d_4$ را در نقطهٔ a'_2 تلاقی کند ولی‌نظر باینکه ارتفاع نقطه‌در ضمن دوران‌تغییر نمیکند رقوم نقطه a برابر رقـوم نقطه a' یعنی مساوی ۲ است (ش ۲٤۲)



ش ۲۴۲

۴۰۳ ـ تصویرافقی‌نقطه‌ای a و محورقائم‌دوران ω مفروض اند مقصود تعیین تصویر قائم نقطه است بفرض آنکـه پس‌از دوران بـر خط $bcb'c'$ منطبق‌گردد .

چون بمرکز ω و شعاع ωa دائرهٔ دوران را رسم نمائیم خط bc را در نقطهٔ a_1 که تصویر افقی جدیدنقطه پس از دوران است‌تلاقی مینماید حال اگر تصویر قائم این نقطه را بر $b'c'$ تعیین کرده از نقطه a'_1 بموازات خط‌الارض رسم نمائـیم اینخط اثر افقی صفحه ایست که نقطه aa' برآن سیر مینمایدپس تصویر قائم نقطه محل تلاقی این‌صفحه ورابط نقطه a یعنی a' است (ش ۲٤۳)



ش ۲۴۳

۴۰۴ ـ تصویرقائم نقطه‌ای a' و محورقائم دوران ω مفروض اند مقصود تعیین تصویر افقی نقطه است بفرض آنکه پس‌ازدوران‌برخط‌معین $bcb'c'$ منطبق گردد.

چون از تصویر قائم مفروض نقطهٔ یعنی a' بمـوازات خط‌الارض رسم نمائیم این‌خط اثر قائم صفحه افقی است که نقطه در ضمن دوران‌بر آن سیر میکند ،این صفحه خط مفروض را درنقطهٔ

ش ۲۴٤

$a_1 a'_1$ که وضع جدید نقطه پس از دوران است تلاقی مینماید پس دائره دوران بمرکز ω و شعاع ωa_1 رسم میگردد محل تلاقی ایندائره با رابط نقطه a' تصویر افقی مطلوب است (ش ۲۴۴)

مسئله ۳۵۷

۴۰۵ ـ خطی را مدرج کنید که تصویر و رقوم یك نقطه آن معین بوده بعلاوه نقطهٔ مفروض پس از دوران حول محور قائم معین بر آن واقع گردد.

کافی است بمرکز ω و شعاع ωa_2 (ش ۲۴۲) دائره‌ای رسم کنیم تا خط $c_1 d$ را در نقطه a_2 تلاقی کند اینخط را با اساس $c_1 a'_2$ مدرج مینمائیم

۴۰۶ ـ تصویر افقی خطی و یك نقطه از تصویر قائم آن معین است بعلاوه میدانیم نقطه‌ای پس از دوران حول محور قائم معین بر این خط منطبق میگردد تصویر قائم خط مطلوب است

بمرکز ω و شعاع ωa دائره‌ای رسم مینمائیم تا تصویر افقی خط را در نقطه a_1 تلاقی نماید (ش ۲۴۳) از این نقطه رابطی رسم مینمایم تا صفحه افقی مار بر a' را قطع کند $b' a'_1$ تصویر قائم مطلوب خط است.

۴۰۷ـ تصویر قائم خطی و یك نقطه از تصویر افقی آن معین است مقصود تعیین تصویر افقی خط است بفرض آنکه اگر نقطه ایرا حول محور قائم ω دوران دهیم بر خط منطبق گردد.

از نقطهٔ a' بموازات خط‌الارض رسم مینمائیم تا تصویر قائم مفروض را در نقطه a'_1 قطع کند نظیر a'_1 بر محیط دائره‌ای واقع است که بمرکز ω و شعاع ωa رسم شود محل تلاقی ایندائره با رابط نقطهٔ a'_1 تصویر افقی نقطه دیگری از خط مطلوب است بنابراین ba_1 تصویر افقی مطلوب است (ش ۲۴۴)

مسئله ۳۵۸

۴۰۸ ـ نقطه ای را حول محور قائمی دوران دهید که اولا تصویر افقیش بر خط واقع در صفحه افق بگذرد ثانیا تصویر قائمش بر خطی واقع در صفحه قائم قرار گیرد.

اولا بمرکز ω و شعاع ωa دائره‌ای رسم مینمائیم تا امتداد Δ را در نقطهٔ a_1 قطع کند تصویر قائم این نقطهٔ را بر صفحه افقی مار بر نقطه a' معین مینمائیم (ش ۲۴۵) $a_1 a'_1$ جواب مسئله است.

ش ۲۴۵

ثانیا از نقطه a' صفحه افقی مرور میدهیم تا D' را در نقطه a'_2 قطع کند نظیر این نقطه را بر محیط دائرهٔ ωa معین میسازیم نقطه $a_2 a'_2$ جواب است (ش ۲۴۵)

مسئله ۳۵۹

۴۰۹ ـ نقطه ایرا حول محور غیر مشخص °۱۸۰ دوران دهید

از نقطه aa' (a_1) صفحه‌ای بر محور دوران $bcb'c'$ $(b_1 c_1)$ عمود مینمائیم موقع عمود را تعیین کرده نقطه oo' (o_2) بدست میاید خط $oao'a'$ $(o_2 a_2)$ را از طرف مقابل بطولی مساوی خود امتداد میدهیم نقطه dd' (d_4) جواب مسئله است (ش ۲۴۶)

ش ۲۴۶

مسئله ۳۶۰

۴۱۰ ـ نقطه‌ای را حول محور افقی مفروض دوران دهید تا نسبت بین بعد و ارتفاعش برابر K شود.

جمیع نقاطی که نسبت بین بعد و ارتفاع آنها مساوی مقدار معین K است در صفحه ای واقع اند که برخط الارض و یکی از این نقاط مثلا aa' مرور مینماید. خط الارض جدید را بقسمی اختیار مینمائیم که عمود بر H باشد بعبارهٔ اخری افقیه مفروض را بمنتصب بدل مینمائیم تصویر قائم جدید این محور ω' است و آثار جدید صفحه مار بر aa' و خط الارض باین ترتیب بدست میاید که تصویر قائم جدید aa' را بدست آورده از نقطهٔ a'_1 بموازات خط الارض جدید رسم مینمائیم این خط تصویر قائم افقیه جدید صفحهٔ مزبور میباشد چون اثر قائم این افقیه را بمحل تلاقی دو خط الارض یعنی α وصل نمائیم این خط اثر قائم صفحه، خط‌الارض اثر افقی آن میباشد.

ش ۲۴۷

تصویر قائم جدید نقطه mm' را بدست میاوریم m'_1 است. جبهه‌ای به بعد m رادر

صفحه $P\alpha Q'$ رسم میکنیم بمرکز ω و شعاع $\omega m'_1$ دائره ای رسم میکنیم تاتصویر قائم جبهه مزبور را در نقطه n'_1 تلاقی کند تصویر افقی این نقطه را بر تصویر افقی جبهه مزبور معین مینمائیم n بدست میاید تصویر قائم این نقطه‌را بوسیله‌رسم رابط و جدا کردن طول $\mu n'$ برابر $\mu_1 n'_1$ حاصل میشود بنابراین نقطه nn' وضع جدید نقطه mm' پس از دوران است (ش ۲۴۷)

مسئله ۳۶۱

۴۱۱ ـ مقصود تعیین محور قائم دوران است بقسمی که اگر نقطهٔ m_2 را حول آن دوران دهیم برخط مفروض $a\,b_2$ منطبق گردد بنا بر آنکه‌اقصر فاصله بین محور دوران و خط مفروض نیز معلوم باشد .

چون رقوم نقطهٔ M در ضمن دوران ثابت میماند پس نقطهٔ m'_2 واقع برخط a_1b_2 وضع جدید نقطهٔ m_2 پس از دوران حول محور نا معلوم است ، ولیٰ چون اقصر فاصله بین محور وخط ab معین است پس محور مزبور بر خطی واقع است که بموازات ab و بفاصله مذکور رسم گردد ، از طرف دیگر محور دوران برعمود منصف $m_2m'_2$ و در نتیجه بر محل تلاقی این دو خط قرار دارد (ش ۲۴۸)

ش ۲۴۸

۴۱۲ ـ نقطهٔ aa' حول محور قائم نا معلومی دوران کرده‌و بر خط مفروض $aba'b'$ منطبق شده اقصر فاصلهٔ محور دوران وخط مزبور نیز معین است محور قائم دوران را تعیین کنید .

چون تصویر قائم نقطهٔ mm' همواره بر خطی واقع است که از نقطهٔ n' بموازات خط الارض رسم شود پس بوسیلهٔ رسم این خط میتوان $m\,m'_1$ یعنی وضع‌جدید نقطهٔ mm' را پس ازدوران حول محور نا معلوم معین ساخت بنابراین محور دوران از طرفی بر عمود منصف m_1m واقع بوده و ازطرف دیگر بر خطی واقع است که بموازات ab بفاصلهٔ اقصر فاصله رسم گردد ودرنتیجه محل تلاقی ایندوخط محور قائم مطلوب است(ش۲۴۹)

ش ۲۴۹

مسئله ۳۶۲

۴۱۳ ـ نقطهٔ a_1 و صفحهٔ P مفروض اند مقصود تعیین نزدیکترین محور قائم دوران است که اگر نقطه حول آن دوران کند بر صفحه منطبق شود بنابر آنکه اقصر فاصلهٔ بین محور واثر صفحهٔ P معین باشد .

نقطه پس از دوران باید بر افقیه رقوم ۲ صفحه P منطبق گرددضمنا چون‌اقصر فاصله بین محور دوران و اثر صفحه معین است پس این محور بر خطی واقع است که بموازات اثر صفحهٔو بفاصله‌اقصرفاصله رسم گردد چون این خط را رسم نمائیم باید بر این خط نقطه ای تعیین کنیم که نسبت به a_2 نزدیکترین فاصله را دارا بوده و اگر a را حول آن دوران دهیم بر افقیه رقوم۲ صفحه P منطبق شود برای این‌منظور از نقطه a_2 عمودی بر افقیه‌های صفحه P فرودآورده فرض میکنیم افقیه ۲ را در نقطه p و خطی که بموازات اثر رسم‌شده در نقطه q تلاقی نماید دو حالت تشخیص میدهیم:اگر $pq < a_2 b$ محور دوران نقطه q میباشد و اگر $pq > a_2 q$ محور دوران محل تلاقی xy است با دائره ای که بمرکز a_2 و شعاع pq رسم شود (ش ۲۵۰)

ش ۲۵۰

۴۱۴ ـ نقطه aa' و صفحه $P\alpha Q'$ مفروض اند مطلوب‌تعیین نزدیکترین محور قائم دوران است به نقطه تا اگرحول آن دوران‌نماید بر صفحه‌منطبق شودبنابر آنکه‌اقصر فاصله بین محوردوران و اثر افقی صفحه‌نیزمعین‌باشد .

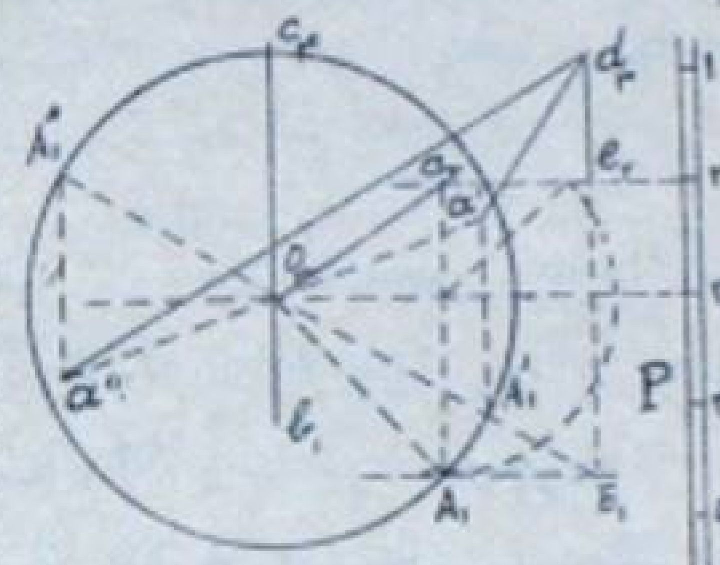
در صفحهٔ $P\alpha Q'$ افقیه‌ای بارتفاع a' رسم مینمائیم نقط: aa' باید پس ازدوران حول محور نا معلوم بر این افقیه منطبق گردد اما محور دوران بر خطی که بموازات اثر افقی صفحه‌است وبفاصله اقصرفاصله‌محوردوران واین خطر سم‌میگردد واقع‌است فرض‌میکنیم xy این خط باشد ، باید بر این خطمرکز دوران را تعیین کنیم که نسبت به نقطهٔ aa' نزدیکترین فاصله را داراشود برای‌این‌مقصود از نقطهٔ a عمودی بر اثر افقی صفحه فرود میاوریم تا xy و افقیهٔ بارتفاع a' را در نقاط q و p تلاقی نماید حال اگر $aq > pq$ $pq < aq$ نقطهٔ q مرکز دوران است و اگر $pq > aq$ محور دوران محل تلاقی xy است‌با دائره ای که بمرکز a و شعاع pq رسم گردد (ش ۲۵۱)

ش ۲۵۱

مسئله ۳۶۳

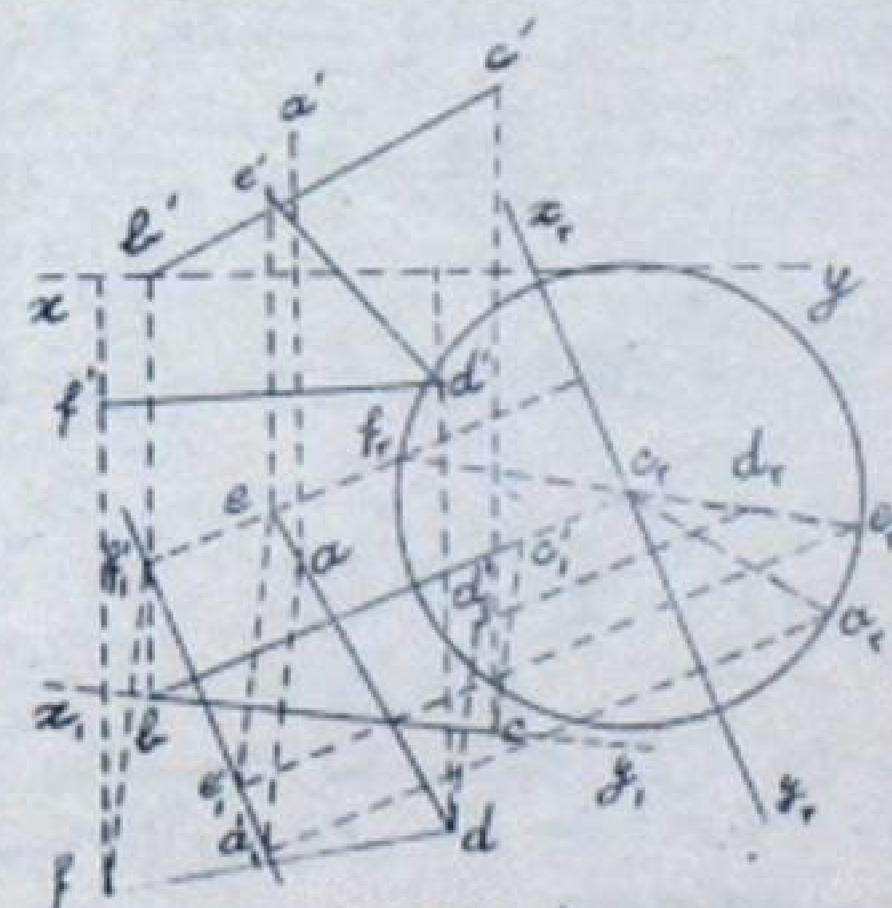
۴۱۵ ـ نقطه مفروض a_2 را حول محور معین b_1c_1 دوران دهید تافاصله آن از نقطهٔ معین d_2 حدّ اقل یا حدّ اکثر فاصله خودرا داراگردد. (هورفر)

چون نقطه a_2 ضمن دوران حول محور b_1c_1 بر محیط دائره ثابتی سیرمینماید که صفحهٔ آن بر این خط عمود بوده و شعاعش فاصلهٔ این نقطه و خط است پس باید بین مولد های مخروطی که راسش d_2 و هادیش دائرهٔ مزبور است آنرا که دارای کوچکترین یا بزرگترین طول است انتخاب نمود تا وضع جدید نقطه پس‌از دوران بدست آید. اماچون مولد های مزبور نسبت به صفحه هادی مختلف‌المیل اند پس مولدی که میلش زیاد تر یا کمتر است متناظر با جوابهای مسئله میباشد و ایندو خط باین ترتیب‌حاصل میگردند: از نقطهٔ a_2 صفحه ای بر محور b_1c_1 عمود کرده‌موقع آنرا تعیین مینمائیم o_2 بدست میاید از نقطهٔ d_2 بموازات محور رسم میکنیم تاصفحه عمود P رادرنقطه e_2 تلاقی نماید. خط o_2a_2 و نقطه e_2 راحول افقیه رقوم ۳ صفحه P تسطیح مینمائیم. بمرکز



ش ۲۵۲

o_2 و شعاع o_2A_1 که تسطیح خط oa_2 است دائره ای رسم میکنیم از نقطه E_1 تسطیح e_2 بمرکزایندائره وصل‌میکنیم این خط محیط دائره را درنقاط A_1' و A_1'' تلاقی میکند ترفیع نقاط اخیر یعنی a' و a'' اوضاع جدید نقطه a_2 پس ازدوران حول‌محور و درآمدن باوضاع فرض مسئله است بقسمی که خطوط d_2a' و d_2a'' تصاویر مولدهای مخروط در وضع اقل فاصله و اقصر فاصله نقطهٔ a_2 میباشند (ش۲۵۲)



ش ۲۵۳

۴۱۶ ـ نقطهٔ aa' را حول محورمعین $bcb'c'$ دوران دهید تافاصله‌آن ازنقطه‌معلوم dd' حدّاقل‌یاحدّ اکثرفاصلهٔ‌خودرا دارا گردد(هورفر)

بدوا محور $bcb'c'$ را بتغییر صفحه قائم به‌جبهه وپس ازآن بتغییر صفحه‌افق آنرا بقائم بدل مینمائیم تا دائرهٔ دوران نقطهٔ aa' حول محور قائم برصفحهٔ افقی قرار گیرد تصاویر جدید نقطهٔ dd' را دراین دوتغییر صفحه‌تعیین مینمائیم نقطه $d_1'd_2$ حاصل میگردد همچنین تصاویر جدید aa' نقطه a_2a_1' است حال بمرکز c_2 که تصویرافقی قائم یعنی محوردوران فرض شده بشعاع $c_1'a_2$ دائره‌ای رسم مینمائیم‌و نقطهٔ d_2 را بمرکزآن وصل میکنیم، دائره را درنقاط e_2 و f_2 که نظیر اقصروابعد فاصلهٔ نقطهٔ A از D میباشند تلاقی‌نماید نظائر این نقاط را قبل از تغییر صفحه تعیین مینمائیم ee' و ff' حاصل میگردد (ش ۲۵۰)

مسئله ۳۶۴

۴۱۷ ـ نقطهٔ a_2 را حول محور مفروض دوران دهید تااز صفحه‌ای معین اقصر فاصله یااطول خود را دارا شود. (هورفر)

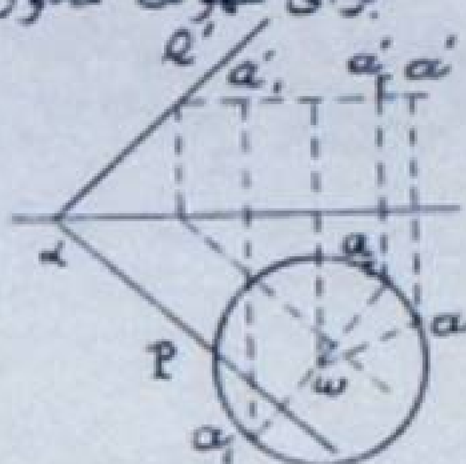
حل هندسی ـ اگر A نقطه و BC محور فرض شود چون دائره دوران نقطهٔ A را رسم نمائیم نقطه A ضمن دوران حول محور در وضع اقل فاصله یا اکثر فاصله خود باید باصفحه‌ئی که از این اوضاع بموازات صفحه P رسم میگردد یك نقطهٔ مشترك بیشتر نداشته باشد برای تعیین وضع این صفحات فصل مشترك صفحه دوران را باصفحه P تعیین مینمائیم خط MN است ازمرکز دائره دوران یعنی نقطهٔ O خطی بر MN عمود مینمائیم تا محیط دائره را در نقاط A′ و A″ که نقاط مطلوب‌اند تلاقی نماید (ش ۲۵٤)، در ملخص از نقطهٔ a_2 صفحه ای بر محور b_2c_2 عمود نموده موقع عمود راکه مرکز دائره دوران است تعیین میکنیم نقطه o_1 بدست میاید، فصل مشترك صفحه P را با صفحهٔ دوران تعیین میکنیم‌خط m_2n_1 است این خط را حول افقیهٔ رقوم‌یك صفحه Q تسطیح مینمائیم n_1M_1 بدست میاید، نقطه a_2 را نیز حول لولای رقوم یك صفحه P تسطیح میکنیم A_1 نتیجه میشود بمرکز o_1 و شعاع o_1A_1 دائره ای رسم مینمائیم از نقطهٔ o_1 عمودی بر n_1M_1 فرود میاوریم تا دائره مرسوم را در نقاط A_1' و A_1'' که‌تسطح نقاط مطلوب اند تلاقی نماید ترفیع

ش ۲۵۴

این نقاطرا تعیین میکنیم a' و a'' اوضاع نقطهٔ A در موقع اول و اکثر فاصله از صفحه p خواهد بود (ش ۲۵٤)

۴۱۸ ـ نقطهٔ aa' راحول محور مفروض‌دوران دهید تا از صفحه‌معین $P\alpha Q'$ اقصر فاصله یا اقل فاصلهٔ خود را داراگردد .

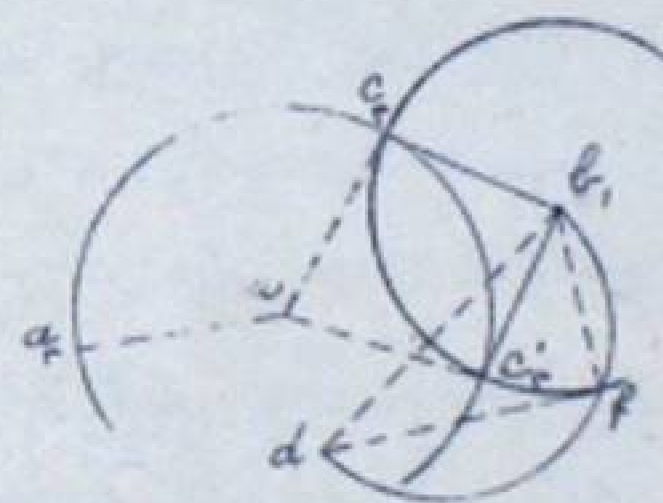
برای سهولت محور دوران را قائم اختیار مینمائیم چه‌درغیر این صورت‌همواره ممکن است بوسیله دو تغییر صفحه محور را بقائم مبدل ساخت بنابراین بمرکز ω و شعاع ωa دائرهٔ دوران را رسم مینمائیم در صفحهٔ $P\alpha Q'$ افقیهٔ بـارتفاع a' را رسم میکنیم ازنقطهٔ ω عمودی براثر افقی صفحه $P\alpha Q'$ فرود میاوریم تادائرهٔ دوران‌را درنقاط a_1 و a_2 یعنی نقاط مطلوب تلاقی نماید رابط این نقاط را رسم مینمائیم تا تصاویر قائم نقاط بدست آید $a_1a'_1$ و $a_2a'_2$ جوابهای مسئله اند (ش ۲۵۵)


ش ۲۵۵

مسئله ۳٦۵

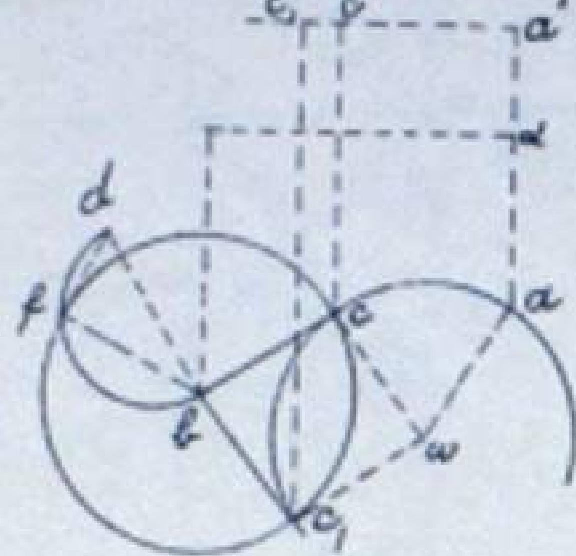
۴۱۹ ـ نقطهٔ a_2 را حول محور قائم ω آنقدر دوران دهید تا فاصله آن از نقطه مفروض b_1 برابر مقدار معین l شود .

بمرکز ω و شعاع ωa_2 دائره دوران نقطهٔ a_2 را رسم مینمائیم باید بر محیط ایندائره نقطه ای تعیین نمود کـه فاصلهٔ حقیقی آن از نقطهٔ b_1 برابر مقدار معین l باشد بـرای این منظور ملاحظه میکنیم کـه اختلاف ارتفاع بین نقطهٔ b_1 ونقطهٔ مطلوب واقع برمحیط دائره که برابر دو است عبارت از ضلع مثلث قائم‌الزاویه ایست که وترش l وضلع دیگرش طول تصویر خط واصل بین b_1 و نقطهٔ مطلوب است بنابراین اگر خط اختیاری b_1d را بطول l رسم کرده بقطر آن نیمدائره ای رسم نمائیم و بمرکز d و شعاع دو واحد مقیاس قوسی رسم کنیم تا محیط نیمدائره را درنقطهٔ f تلاقی کند bf برابر طول تصویر قطعهٔ محصور بین b_1 و نقطهٔ مطلوب است ، حال چون بمرکز b_1 و شعاع b_1f دائره‌ای رسم کنیم دائره دوران‌را درنقاط c_2 و c'_2 که جوابهای‌مسئله‌اند تلاقی میکند (ش ۲۵٦)


ش ۲۵٦

۴۲۰ ـ نقطهٔ aa' را حول محور قائم ω دوران دهید تافاصلهٔ آن‌از نقطهٔ مفروض bb' برابر مقدار معین l گردد

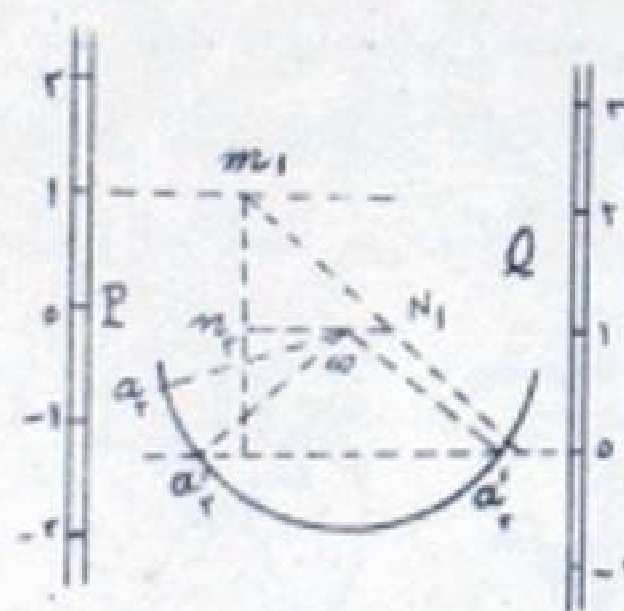
دائره ωa را رسم مینمائیم برمحیط آن باید نقطه‌ای تعیین کرد که فاصلهٔ‌حقیقی آن از bb' برابر مقدار معین l باشد برای این منظور ملاحظه میکنیم که طول‌تصویر خط‌واصل بین bb' و نقطهٔ مطلوب واقع بـر محیط دائره دوران، ضلع مثلث قائم الزاویه ایست که وترش l و ضلع دیگرش اختلاف ارتفاع نقاط aa' و bb' یعنی‌طول $a'\alpha$ باشد پس‌ازرسم مثلث dbf بمرکز b و شعاع bf دائره ای رسم مینمائیم تا دائرهٔ دوران‌را در نقاط مطلوب cc' و $c_1c'_1$ تلاقی کند (ش ۲۵۷)


ش ۲۵۷

مسئله ۳٦٦

۴۲۱ ـ نقطهٔ a_1 را حول‌محور قائم ω دوران دهیدتا فاصلهٔ آن‌ازصفحهٔ مفروض P مساوی مقدار l شود .

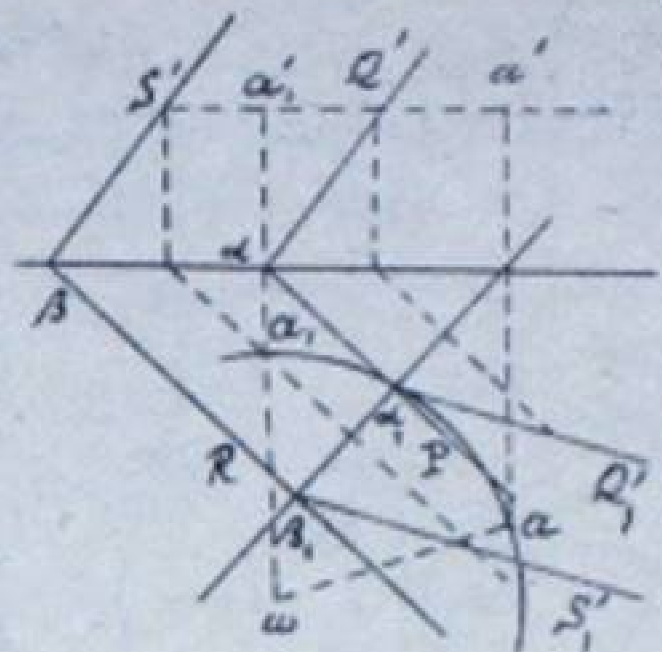
صفحه Q را بموازات صفحه P و بفاصله l از آن رسم مینمائیم باین ترتیب که از نقطهٔ‌اختیاری m_1 مفروض‌برصفحه P عمودی بر آن اخراج کرده آنرا در صفحه قائم‌مصور خط تسطیح مینمائیم طول l را بر این خط از نقطهٔ m_1 نقل میکنیم m_1N_1 حاصل‌میشود نقطه N_1 را ترفیع‌میکنیم m_1n_2 عمودی است که‌بر صفحه P اخراج شده و طولش مساوی l است حال از نقطه n_2 صفحه Q را بموازات صفحه P رسم مینمائیم و نقطهٔ a_2 را حول محور ω دوران میدهیم تا بر صفحه Q منطبق شده بوضع a'_2 در آید (ش ۲۵۸)


ش ۲۵۸

چنانچه محور دوران افقیه یا غیر مشخص باشد باز باید صفحه Q را بموازات صفحه P وبفاصله l مانند فوق رسم‌نموده‌نقطهٔ a_2 را مانند مسائل نمره(۳۹۰، ب‌وج) دوران داد تا بر این صفحه منطبق گردد .

۴۲۲ ـ نقطهٔ aa' را حول محور قائم ω دوران دهید تا فاصلهٔ آن از صفحه $P\alpha Q'$ برابر مقدار معین l شود .

بدوا صفحه ای بموازات $P\alpha Q'$ و بفاصله l رسم مینمائیم باین ترتیب که بوسیله تغییر صفحه $P\alpha Q'$ را بصفحه منتصب $P\alpha_1 Q'_1$ تبدیل مینمائیم بعد $\beta_1 S'_1$ را بموازات $\alpha_1 Q'_1$ و بفاصلهٔ l رسم نموده ازنقطهٔ β_1 بموازات $P\alpha$ رسم میکنیم و از نقطه تلاقی این خط باخطالارض قدیم یعنی β بموازات اثر قائم صفحهٔ $P\alpha Q'$ رسم میکنیم حال نقطهٔ aa' را حول محورقائم ω آنقدر دوران میدهیم تابرصفحه $R\beta S'$ منطبق شده بوضع $a_1 a'_1$ در آید (ش ۲۵۹)

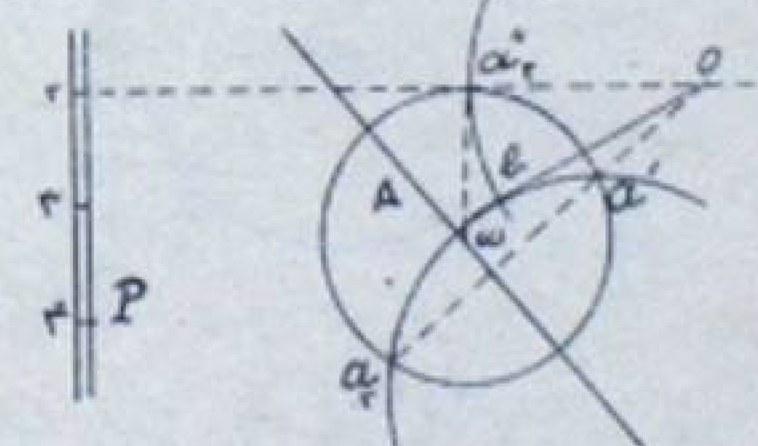

(ش ۲۵۹)

در اینجا نیز اگر محور قائم نبوده بلکه افقی یا غیر مشخص باشدباید صفحه $R\beta S'$ را بموازات $P\alpha Q'$ و بفاصله l رسم کرده پس از آن نقطهٔ aa' را مانندمسائل نمره (۳۹۰، ب وج) دوران داد تا بر این صفحه منطبق گردد.

مسئله ۳۶۷

۴۲۳ ـ نقطه a_1 حول محور قائم نا معلوم دوران کرده و بر صفحه P منطبق شده مقصود تعیین نزدیکترین محور قائم دوران است بنقطه بفرض آنکه این محوربر امتداد △ منطبق باشد. (هورفر)

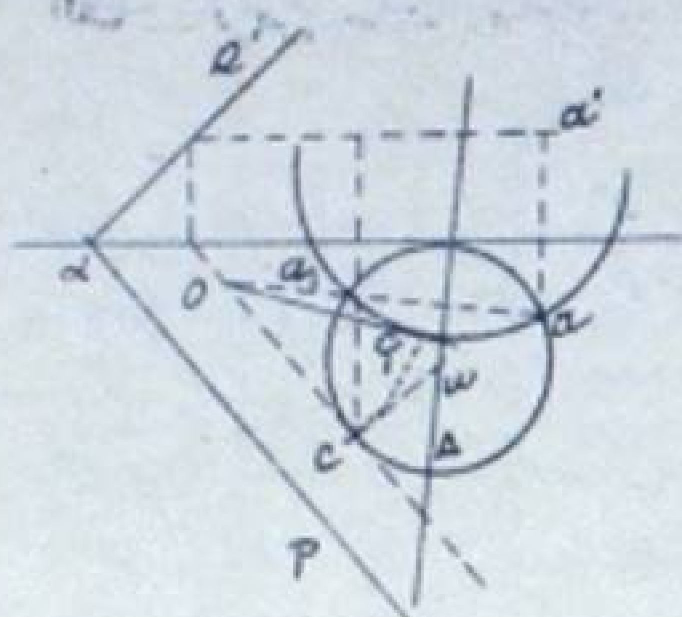
باید نقطهٔ ω را بر △ بقسمی تعیین کنیم که چون بمرکز آن و شعاع ωa_1 دائره ای رسم نمائیم بر افقیهٔ رقوم ۲ صفحه مماس گردد ولی چون مرکزدائره بر △ واقع است پس دائرهٔ مرسومه برنقطهٔ a' قرینه a_2 نسبت به △ نیزمیگذرد


ش ۲۶۰

اما چون باید این دائره بر افقیه ۲ صفحهٔ P مماس شود اگر aa' را امتداد دهیم این افقیهٔ را در نقطهٔ o قطع مینمایدو چون مماس واسطهٔ هندسی بین oa و oa' است پس دائرهٔ اختیاری بر aa' مرور داده از نقطهٔ o بر آن مماس ob را رسم مینمائیم پس از آن قطعه ob را از نقطه o بر افقیه ۲ صفحه P نقل مینمائیم a''_2 نقطهٔ تماس است چون از این نقطه عمودی بر افقیه اخراج کنیم △ را در نقطه مطلوب ω یعنی محور دوران تلاقی مینماید (ش ۲۶۰)

۴۲۴ ـ نقطه aa' حول محور قائم نا معلومی دوران کرده و بر صفحه $P\alpha Q'$ منطبق‌شده مقصود تعیین نزدیکترین محور قائم دوران است بقسمیکه اگر نقطه را حول آن دوران دهیم بر صفحه منطبق شود بنا بر آنکه تصویر افقی محور مزبور بر خط △ منطبق باشد.

چون باید نزدیکترین محور را به aa' اختیار کرد پس محور باید بقسمی باشد که اگر بمرکز آن و بفاصلهٔ ωa دائره‌ای‌رسم نمائیم‌بر افقیه بارتفاع a' از صفحه $P\alpha Q'$ مماس شود ولی چون باید محور بر خط △ نیز واقع باشد دائره مرسومه برقرینهٔ نقطه a نسبت به △ یعنی a_1 نیز میگذرد پس aa_1 را امتداد میدهیم تا افقیه بارتفاع a' را درنقطهٔ o تلاقی کندبردونقطهٔ a و a_1 دائره‌ای اختیاری‌مرورمیدهیم از o مماس oc_1 رابردائره رسم مینمائیم بمرکز o و شعاع oc_1 قوسی رسم میکنیم تا افقیه بارتفاع a' را در نقطه c تلاقی کند از این نقطه عمودی بر اثر افقی صفحه اخراج مینمائیم تا △ را در نقطهٔ مطلوب ω تلاقی کند (ش ۲۶۱)

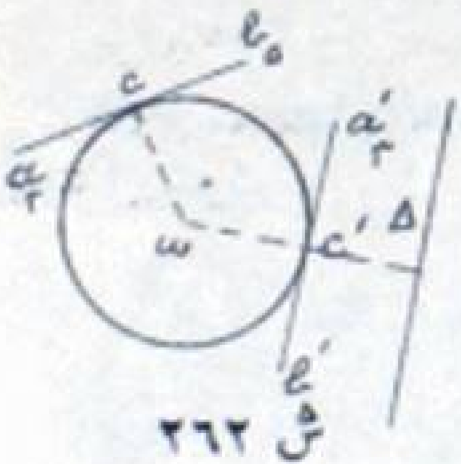

ش ۲۶۱

ب ـ دوران خط

مسئله ۳۶۸

۴۲۵ ـ خط $a_2 b_0$ را حول محور قائم دوران دهید تاتصویرش موازی امتدادی واقع در صفحهٔ مقایسه‌شود

از نقطهٔ ω عمود ωc را بر $a_2 b_0$ فرود آورده‌بمرکز ω و شعاع ωc دائره ای رسم مینمائیم ازمرکز ω عمودی بر امتداد △ فرود میاوریم‌تا دائره‌دوران را درنقطه c' تلاقی نماید از این نقطه بموازات △ رسم‌میکنیم وضع جدید خط $a_2 b_0$ بدست میاید. (ش ۲۶۲).


ش ۲۶۲

۴۲۶ ـ خط $aba'b'$ را حول محور قائم ω دوران دهید تا تصویر افقیش بموازات امتدادی واقع در صفحهٔ افق شود.

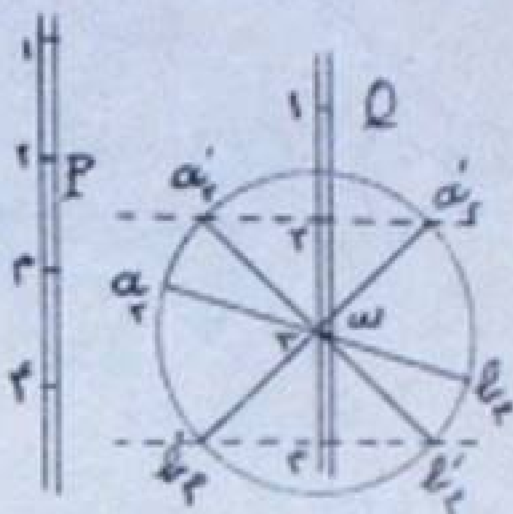
بمرکز ω دائره ای رسم مینمائیم که مماس بر تصویر افقی خط شود از ω عمودی بر △ فرودمیاوریم دائره‌رادر نقطهٔ c تلاقی مینماید از این نقطه بموازات △ رسم‌میکنیم وضع جدید خط پس از دوران تعیین میگردد، تصویر قائم خط را معلوم مینمائیم (ش ۲۶۳)


ش ۲۶۳

مسئله ۳٦۹

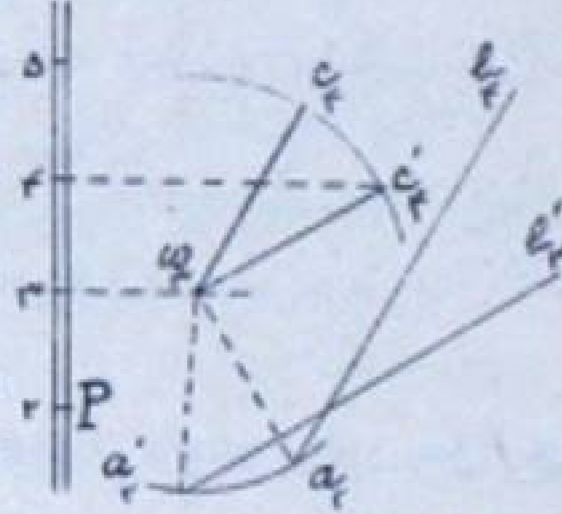
۴۳۷ـ خط a_2b_1 را حول‌محور قائم متلاقی یامتنافر باآن دوران دهید تابموازات صفحه معین P شود

الف ـ فرض میکنیم محور در نقطه ω خط $a_2\ b_1$ را تلاقی کرده باشد ازاین نقطه صفحه ای بموازات P رسم مینمائیم خط $a_2\ b_1$ را حول محور ω دوران میدهیم تا بر صفحه Q منطبق گردد باین ترتیب که چون نقطه ω_2 بر همین صفحه منطبق است نقطه b_1 را دوران میدهیم تا بر صفحه Q منطبق گردد یعنی بمرکز ω و شعاع ωb دائره‌ای رسم مینمائیم تا افقیه رقوم ٤ صفحه Q را تلاقی نماید خط $a'_2\ b'_1$ بموازات صفحه P خواهد بود . (ش ۲٦۴)



ش ۲٦۴

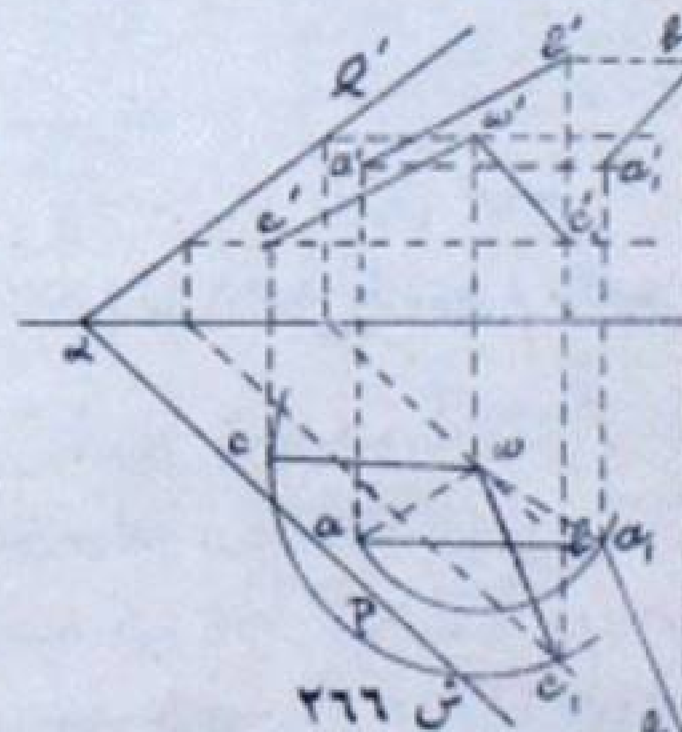
ب ـ وقتی محور ω خط $a_2\ b_1$ را تلاقی نکرده باشد از محل تلاقی محور مزبور باصفحه P خط $\omega_2\ c_1$ را بموازات $a_2\ b_1$ رسم مینمائیم این خط را مانند فوق دوران میدهیم تابر صفحه P منطبق گردد $\omega_2\ c'_1$ نتیجه میشود خط $a_2\ b_1$ را برابر زاویه $c'\omega c$ دوران میدهیم باین ترتیب که بمرکز ω و شعاع ωa دائره ای رسم کرده زاویهٔ $a'\omega a$ را برابر $c'\omega c$ جدا مینمائیم و ازنقطه a'_2 بموازت $\omega c'$ رسم میکنیم $a'_2\ b'_1$ وضع جدید خط پس از دوران است (ش۲٦٥) .



ش ۳٦٥

۴۳۸ ـ خط $abab'$ را حول محور قائم ω دوران دهید تابموازات صفحهٔ $P\alpha Q'$ شود .

محل تلاقی محور ω را باصفحهٔ $P\alpha Q'$ تعیین مینمائیم $\omega\omega'$ بدست میاید از این نقطه خط $\omega c\omega' c'$ رابموازات $aba'b'$ رسم میکنیم اینخط را حول محور قائم دوران میدهیم تا بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ منطبق گردد چون نقطهٔ $\omega\omega'$ از اینخط بر صفحه واقع است کافی است نقطهٔ دیگر cc' از این خط را دوران دهیم تا در صفحه واقع شود باین ترتیب کـه افقیهٔ بارتفاع c' رادرصفحه رسم کرده بمرکز ω وشعاع ωc دائره‌ای رسم مینمائیم تاتصویر



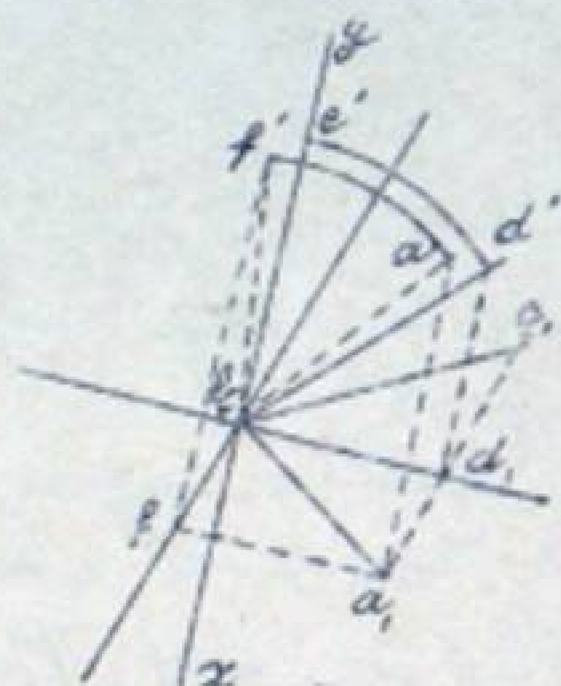
ش ۲٦٦

افقی این افقیه را در نقطهٔ c_1 تلاقی کند $\omega,c\omega' c'_1$ وضع جدید خط پس از دوران است حال نقطهٔ aa' راحول ω بزاویه‌ای برابر $c_1\omega c$ دوران میدهیم تا $a_2\ a'_1$ معلوم شود از این نقطه بموازات $\omega c_1\ \omega' c'_1$ رسم میکنیم‌وضع جدید خط پس از دوران معین میگردد (ش ۲٦٦)

مسئلهٔ ۳۷۰

۴۲۹ ـ دو خط متقاطع و محورافقی دوران مار بر محل تلاقی آنها مفروض است خطوط‌را حول این محور دوران دهید تاتصاویر جدیدشان منطبق شود .

چون وقتی تصاویر دو خط بر هم منطبق باشند صفحهٔ مار بر ایندو خط قائم است پس باید خطوط را حول محور افقی دوران‌داد تا بر قائمی که برمحل تلاقی‌خطوط میگذرد مرور نماید و در نتیجه صفحه مار بر دو خط قائم گردد ، خطوط را $a_1\ b_2$ و $c_1\ b_2$ و محور افقی را xy اختیار مینمائیم ، قائمی که از نقطه تلاقی محور افقی با صفحهٔ مزبور میگذرد عبارت است از b ، حال باید صفحه را دوران داد تا بر این قائم مرور نماید

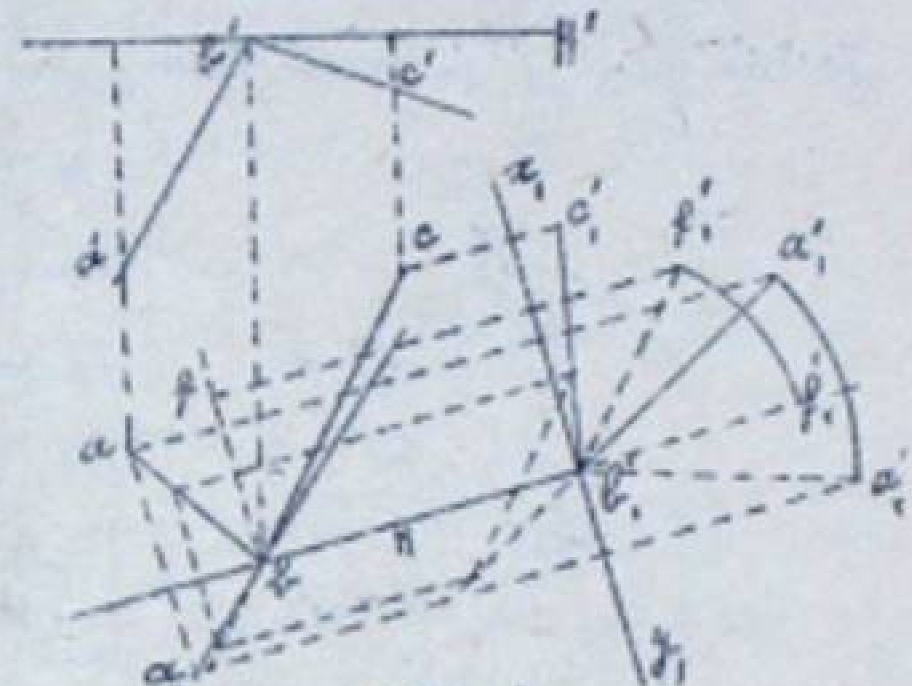

ش ۲٦۷

برای‌این منظور چون باید یکی ازخطوط معین صفحه براین قائم مرور نماید پس‌آنرا معلوم مینمائیم باین معنی که صفحه دوران قائم مزبور را رسم مینمائیم یعنی از نقطهٔ b عمودی بر محور افقی xy اخراج میکنیم فصل مشترك این صفحه با صفحه مار بر دو خط مزبور خط $b_2\ d_1$ است حال اگر صفحهٔ قائمی اختیار کنیم که اثرش‌خط bd باشد تصویرقائم این خط bd' را بوسیله رسم $d_2\ d'$ بطول یك واحد مقیاس وعمود بر bd میتوان تعیین نمود . محور افقی به تغییر صفحه تبدیل به نقطهٔ b_2 میشودپس باید bd' را دوران داد تانظیر قائم b پس ازتغییر صفحه یعنی بر xy منطبق گردد پس زاویه دوران صفحه برابر $d'b'e$ است اما تصویـر نقطهٔ d' پس از دوران نقطهٔ e' میشود وتصویر افقی آن همان نقطه b_2 خواهد بود حال نقطهٔ دیگری از صفحه مثلا a_2 را پس ازتغییر صفحه معین مینمائیم نقطهٔ a' را حول محور b_2 بزاویهٔ $d'be'$

دوران میدهیم بوضع f' در میاید ولی چون تصویر افقی آن برخطی است که بموازات bd رسم شود پس از نقطهٔ a_1 خطی موازی با bd رسم کرده از نقطهٔ f' عمود بر bd فرود میاوریم تا این خط را درنقطهٔ f تلاقی نماید b_2f اثر صفحهٔ قائم مطلوب است بعبارهٔ آخری خطوط ba و cd پس ازدوران تصاویرشان بر bf منطبق است (ش ۲۶۷)

۴۳۰ ـ صفحه $abca'b'c'$ و محور افقی HH' مار برمحل تلاقی خطوط مفروض است مقصوددوران این صفحه‌است حول افقیه مزبور تا تصاویر افقی جدیدشان بر یکدیگر منطبق گردد

واضح است باید صفحهٔ مزبور را دوران داد تا بر قائمیکه از نقطه تلاقی افقیه و صفحه مزبور مرور نموده بگذرد . برای این منظور خط الارض جدیدی عمود بر محور افقی اختیار مینمائیم تا این خط منتصب شود تصویر قائم جدید صفحه را پس از تغییر صفحه تعیین مینمائیم $e'_1a'_1b'_1$ حاصل میگردد این صفحه را حول محور منتصب b'_1 دوران میدهیم تا قائم شود باینمعنی



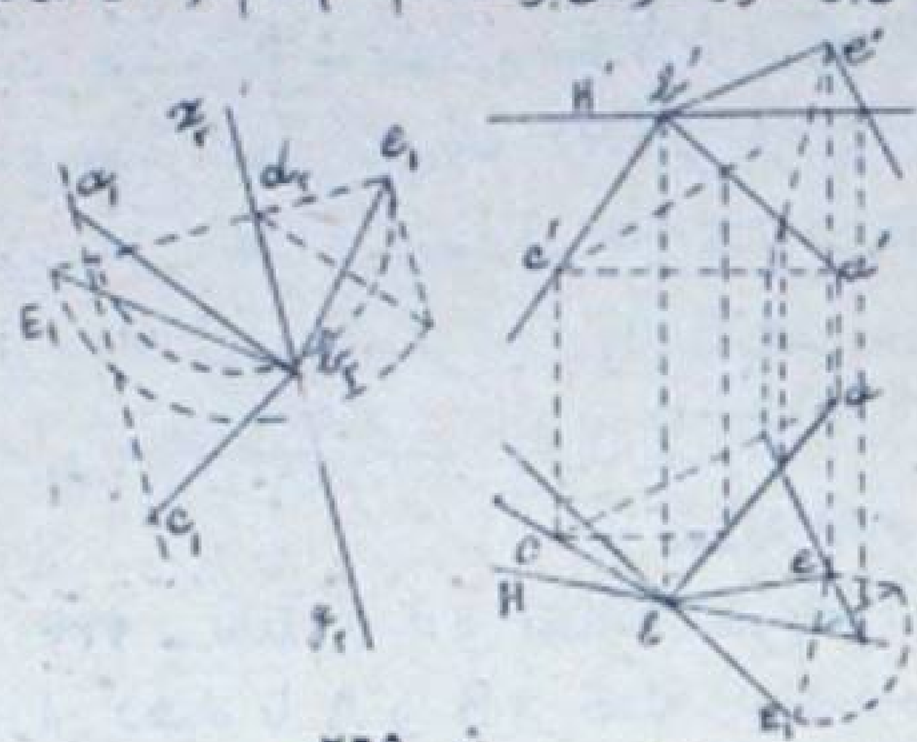
ش ۲۶۸

که جیهه $f'_1b'_1bf$ را در آن رسم کرده آنرا دوران میدهیم تا بصورت $f'_2b'_1b$ در آید زاویهٔ دوران برابر $f'b'_1f'_2$ است حال چون یك نقطهٔ دیگر از این صفحه مثلا aa'_1 را بزاویه‌ای برابر زاویه مزبور دوران دهیم بصورت $a_2a'_2$ در میاید بنابراین اثر افقی صفحه مزبور پس ازدوران حول افقیه $H'H$ خط a_2b است بعبارهٔ اخری خطوط $a'b'ab$ و $bcb'c'$ پس ازدوران تصاویرشان بر خط a_2b منطبق خواهد بود . (ش ۲۶۸)

۴۳۱ ـ ممکن است بطریقهٔ سهلتری نیز مسئله فوق را حل نمود ازاینقرار:

چون زاویهٔ صفحهٔ مفروض در ضمن دوران حول محور با این خط تغییر نمی نماید پس تصویر قطعهٔ ای از محور نیز بر صفحه مزبور همواره برابر خود باقی خواهد ماند . چنانچه از نقطه ای مفروض بر محور عمودی بر صفحه مزبور فرود آوریم و تصویر محور را بر صفحه تعیین نمائیم هنگامیکه صفحه بحالت قائم درمیاید تصویر محور در صفحه افقی قرار خواهد گرفت که محور در آن واقع است پس برای رسم ملخص شکل طریقه ذیل را بکار میبریم :

از نقطهٔ اختیاری d_2 (dd') مفروض برمحور عمودی برصفحه c_1 b_2 a_1 ($abca'b'c'$) فرود آورده موقع عمود را تعیین مینمائیم نقطهٔ e (ee') نتیجهٔ میگردد این نقطه را به b_2 (bb') یعنی محل تلاقی محور و صفحهٔ مفروض وصل مینمائیم خط اخیر تصویر محور برصفحه است حال اگر این خط را حول محور افقی مزبور دوران دهیم تا بر صفحهٔ افقی که محور در آن واقع است قرار گیرد یعنی بعبارهٔ اخری آنرا حول لولای x_2y_2 (HH') تسطیح مینمائیم . تسطیح حاصل که عبارت ازخط b_2E_1 است وضع جدید صفحه پس از دوران و تبدیل شدن بقائم است (ش ۲۶۹)



ش ۲۶۹

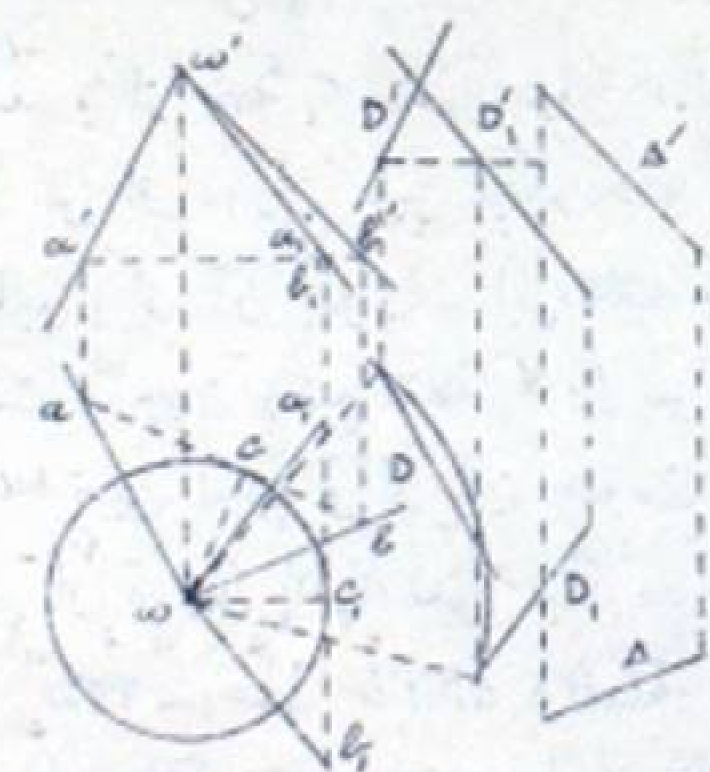
مسئله ۲۷۱

۴۳۲ ـ دوخط متنافر ومحور افقی دوران مفروض است مقصوددوران این خطوط است حول محور مزبور تا تصاویر افقی شان متوازی شود .

از نقطه ای واقع بر محور افقی دو خط بموازات خطوط مزبور رسم مینمائیم این خطوط را مانند مسئله قبل دوران میدهیم تا تصاویر افقیشان منطبق گردد پس از آن خطوط مفروض رابزاویهٔ که این خطوط دوران کرده‌اند دوران میدهیم چون تصاویر افقیشان بموازات یك خط واقع درصفحه‌افق (اثر افقی صفحه قائم پس‌از دوران) میاشند با یکدیگر متوازی خواهند شد .

مسئله ۲۷۲

۴۳۳ ـ دوخط متنافر DD' و $\triangle\triangle'$ ومحور قائم دوران مفروض اند خطوط را حول محور دوران دهید تا تصاویر قائمشان متوازی شود.



ش ۲۷۰

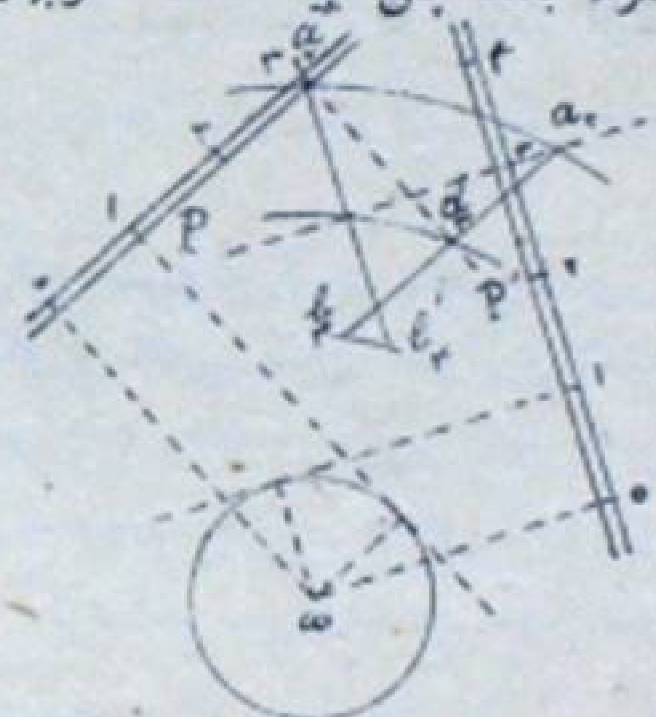
چون باید تصاویر قائم خطوط متوازی گردد پس صفحات قائم مصور آنها پس از دوران متوازی خواهد شد بنابراین برای حل مسئله از نقطهٔ ($\omega\omega$) دوخط بموازات امتدادهای مزبور رسم مینمائیم صفحهٔ مار براین دوخط را حول محور قائم ω دوران میدهیم تا منتصب شود باین

ترتیب که در این صفحه افقیهٔ $aba'b'$ را رسم نموده آنرا دوران میدهیم تا تصویر افقیش بوضع $a_1 b_1$ عمود برخط‌الارض‌درآید اثرقائم صفحه راتعیین مینمائیم D'_1 یعنی وضع جدید تصویر قائم خط DD' پس ازدوران حاصل‌میشود ولی‌چون وضع‌جدید تصویر افقی خط باید بموازات ωa_1 باشد پس‌کافی است یك نقطه از D رابزاویه‌ای برابر $c\omega c_1$ دوران‌داده ازآن بموازات ωa_1 رسم نمائیم تا $D_1 D'_1$ باین ترتیب‌بدست آید و موافق‌همین ترتیب میتوان $\triangle_1 \triangle'_1$ را بدست آورد (ش ۲۷۰)

مسئله ۲۷۳

۴۳۴ ـ خط $a_2 b_1$ و نقطهٔ c_1 مفروض اند ، خط را حول محور قائم ω دوران دهید تا A و B از نقطهٔ C بیك فاصله قرارگیرند .

چون نقاط متساوی‌البعد از A و B بر صفحه ای واقع اند که بر وسط AB عمود باشد پس باید صفحه مزبور را وسم کرده آنرا دوران داد تا بر نقطهٔ c بگذرد از اینقرار .



ش ۲۷۱

صفحه P را از نقطهٔ d_2 وسط $a_2 b_1$ بر اینخط عمود مینمائیم باید این صفحه را دوران داد تابر نقطهٔ c_1 مرور نماید برای‌این منظور ملاحظه میکنیم برای اینکه صفحه P شامل نقطهٔ c_1 شود باید افقیهٔ یك این صفحه ازنقطهٔ c_1 مرور نماید پس چون بمرکز ω دائره‌ای رسم نمائیم که مماس بر افقیه یك صفحه P باشد و از نقطهٔ c_1 مماسی براین دائره رسم کنیم وضع افقیه رقوم یك از صفحهٔ P پس از دوران معین میگردد و چون محل تلاقی قائم ω را با صفحه تعیین نمائیم و از آن بموازات این افقیه رسم کنیم P' مقیاس شیب صفحه پس ازدوران است و چون وضع نقطهٔ d_2 را پس از دوران بر افقیه ۳ صفحه P' برسم دائرهٔ ωd_2 تعیین نمائیم و از آن عمودی بر صفحه P' اخراج کنیم وضع خط $a_2 b_1$ پس از دوران $a'_2 b'_1$ معین میگردد (ش ۲۷۱)

۴۳۵ ـ خط $aba'b'$ ونقطهٔ $c_1 c'$ ومحور قائم ω مفروض‌اند مقصود دوران خط حول محور است تاطولهای AC و BC مساوی شوند .

چون مکان هندسی نقاط متساوی البعد اند دو نقطهٔ A و B برصفحه‌ای واقع

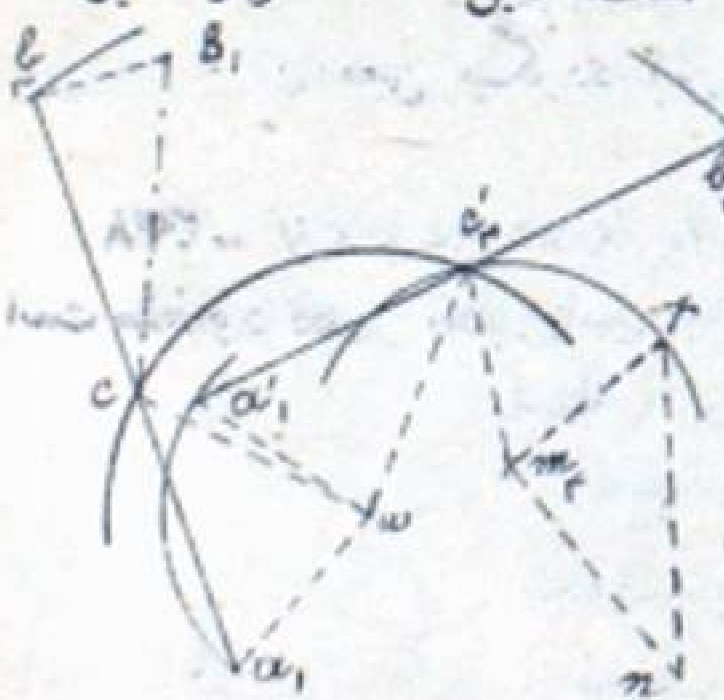
است که بر وسط AB عمود کنیم پس‌کافی است صفحهٔ مزبور را رسم نموده آنرا دوران دهیم تا بر نقطه c بگذرد از اینقرار صفحه $P\alpha Q'$ رابروسط $aba'b'$ عمودمینمائیم در این صفحه افقیه ای بارتفاع c' رسم‌میکنیم بمرکز ω دائره ای مماس بر تصویر افقی افقیهٔ مزبور رسم مینمائیم از نقطهٔ c مماسی بر این‌دائره رسم میکنیم تصویر افقیه‌ای ازصفحه بدست میاید وچون نقطهٔ ω ثابت میماند پس‌بر نقطهٔ $\omega\omega'$ نیز افقیه ازصفحه جدید را مرور داده آثار صفحه‌را پس از دوران تعیین میکنیم $P_1\alpha_1 Q'_1$ حاصل میگردد ، حال افقیه بارتفاع d' را در وضع جدید صفحه رسم نموده بمرکز ω و شعاع ωd دائره ای رسم مینمائیم تا این افقیه را تلاقی نماید نقطه $d_1 d'_1$ وضع جدید dd' پس از دوران است . چون از این نقطه عمود $a_1 b_1 a'_1 b'_1$ را بر صفحه اخراج کنیم وضع جدید خط $aba'b'$ پس از دوران معین میگردد (ش ۲۷۲) .

ش ۲۷۲

مسئله ۲۷۴

۴۳۶ ـ نقطهٔ m_1 و خط $a_1 b_2$ و محور قائم دوران معین اند خط را حول محور دوران دهید تا زاویهٔ A_1MB_1 قائمه شود.

چون وقتی زاویهٔ A_1MB_1 قائمه باشد نقطه وسط خط A_1B_1 فاصله اش از M برابر طول نصف قطعه خط A_1B_1 است پس حل مسئله منجر باین میشود که‌وسط خط AB را دوران دهیم تا از نقطهٔ M بفاصله نصف معین خط قرار گیرد ، برای این منظور طریقه ای که در حل مسئله (نمره ۴۱۸) بکار بردیم استعمال مینمائیم و وضع جدید خط را پس از دوران تعیین مینمائیم ، فرض میکنیم c_2 وسط خط $a_1 b_2$ باشد بمرکز ω و شعاع ωc_2 دائرهٔ دوران‌را رسم مینمائیم باید بر محیط‌این دائره نقطه‌ای تعیین کنیم که‌از نقطهٔ m_1 بفاصله معین cB_1 یعنی طول حقیقی نصف قطعه $a_1 b_2$ باشد پس‌مثلث قائم الزاویه nmp را با معلومات وتر (cB_1)و یك ضلع (اختلاف‌ارتفاع نقطه

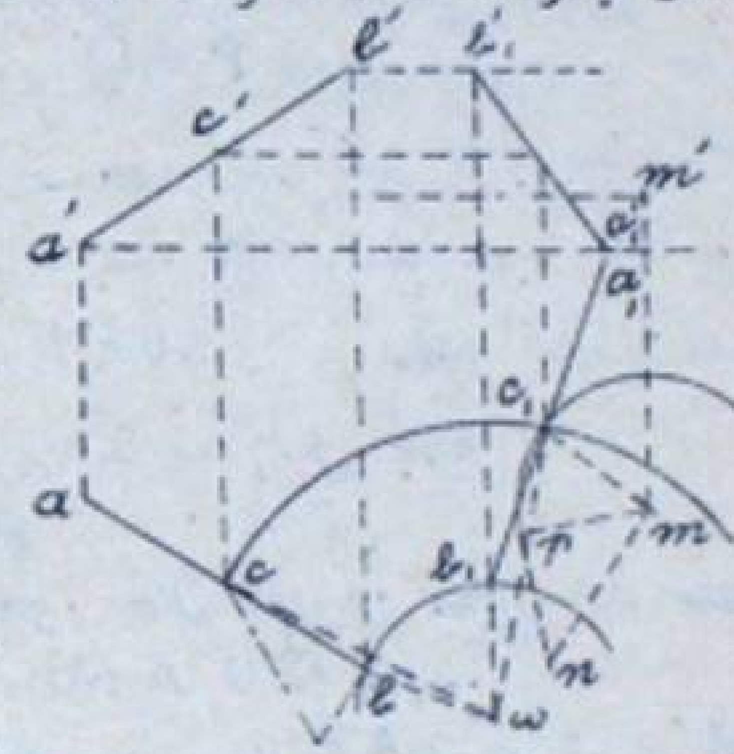


ش ۲۷۳

m_4 و c_2 یعنی ۲ واحد مقیاس)بنا مینمائیم بمرکز m_4 وشعاع m_4p که ضلع دیگر این مثلث است دائره‌ای رسم میکنیم تادائره دوران ۲ c_2 را در نقطهٔ c'_2 تلاقی کند. حال نقطهٔ b_2 از خط b_2 a_2 را حول ω بزاویه ای برابر $c\omega c'$ دوران داده. وضع جدید خط را بس از دوران تعیین مینمائیم $a'_1b'_2$ حاصل میگردد (ش ۲۷۳)

۴۴۷ ـ خط $aba'b'$ ونقطهٔ mm' و محور قائم دوران مفروض اندخط را حول محور دوران دهید تا زاویهٔ A_1MB_1 قائمه شود .

وقتی زاویهٔ A_1MB_1 قائمه باشد چون بمرکز وسط قطعهٔ A_1B_1 و شعاع نصف این خط دائره ای رسم نمائیم به نقطه M نیز مرور خواهدنمود پس مسئله بدین ترتیب حل میشود که نقطهٔ C وسط قطعه AB را آنقدر دوران دهیم تا فاصلهٔ آن ازنقطهٔ ثابت M برابر نصف قطعهٔ AB شود برای این مقصود بطریقهٔ ذیل عمل مینمائیم :

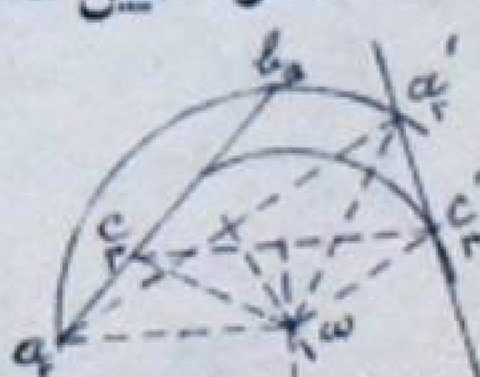


ش ۲۷۵

دائرهٔ ωc را رسم مینمائیم بر نقطه m مثلث قائم الزاویه طرح میکنیم که وترش cA_1 یعنی طول حقیقی نصف AB بوده و یك ضلعش $c'\gamma'$ یعنی اختلاف ارتفاع m' و c' باشد بمرکز m و شعاع ضلع دیگر این مثلث دائره ای رسم میکنیم تا دائرهٔ ωc را در نقطه c_1 تلاقی نماید ، حال نقطهٔ a ازخط ab راحول ω باندازهٔ زاویهٔ $c\omega c_1$ دوران میدهیم $a_1 c_1$ تصویر افقی و در نتیجه $a'_1 c'_1$ تصویر قائم خط بس از دوران معین میگردد (ش ۲۷٤)

مسئله ۲۷۵

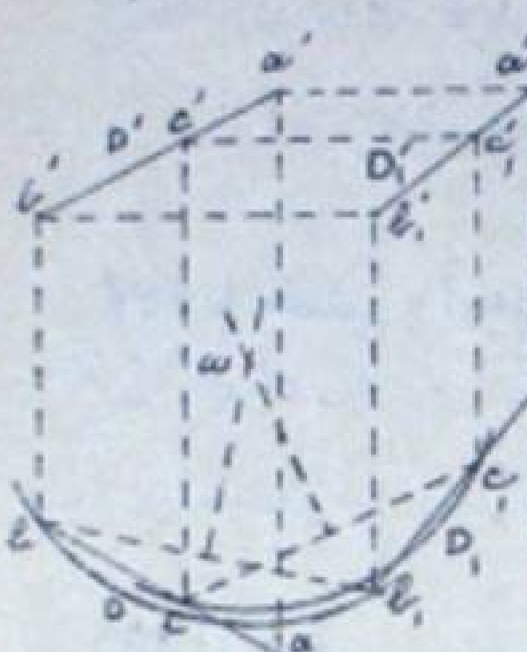
۴۳۸ ـ $x'y'$ وضع جدید $a_1 b_0$ پس از دوران حول محور قائم نامعلومی است مقصود تعیین محوراست بنابر آنکه نقطهٔ c' مفروض بر $x'y'$ وضع جدید نقطه c_2 واقع بر خط a_2b_0 باشد .



ش ۲۷۵

واضح است چون محور دوران بایدقائم باشد رقوم نقطه c' نیز برابر سه است. بنابراین محور دوران برعمود منصف خط c'_2 c_2 قرارداد از طرف دیگرچون بر $x'y'$ از نقطه c'_2 طول c'_2 a'_2 را برابر نظیرش c_2 a_2 جدا نمائیم محوردوران برعمودمنصف a_2 a' نیزقرارداشته ودرنتیجه برمحل تلاقی دوعمودمزبوریعنی ω واقع میباشد.(ش ۲۷۵)

۴۳۹ ـ D_1 وضع جدید خط DD' پس از دوران حول محور قائم نا معلومی است نقطهٔ c_1 c'_1 واقع بر $D_1D'_1$ پس از دوران معین است مقصود تعیین تصویر قائم خط پس ازدوران است .



ش ۲۷۶

محور دوران از طرفی بر عمودمنصف cc_1 قراردارد ($C'C$ را میتوان بر امتداد DD' تعیین نمود) وازطرف دیگر چون قطعه $c_1 b_1$ را بر D برابر نظیرش cb جدا نمائیم محور دوران بر عمود منصف خط bb_1 نیز قرار دارد چون این دو خط را رسم کنیم ω معین میگردد(ش ۲۷٦)

مسئله ۲۷٦

۴۴۰ ـ خط DD' را حول محور قائم ω دوران دهید تا فاصلهٔ نقطهٔ مفروض aa' ازصفحه قائم مصور خط برابرمقدار معلوم l شود

دائره‌ای بمرکز ω و مماس بر D رسم مینمائیم دائره‌ای بمرکز a وشعاع l رسم میکنیم مماس مشترك دو دائره تصویر افقی خط بس از دوران است ، تصویرقائم آنرا تعیین میکنیم جواب مسئله معلوم میشود .

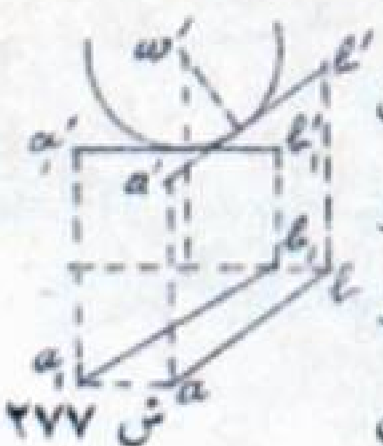
مسئله ۲۷۷

۴۴۱ ـ دو خط قائمی را در یك نقطه تلاقی کرده اند خطوط رادوران دهید تا تصاویر قائم جدیدشان منطبق شود

مانند مسئله نمره (۳۲۳) حل میشود .

مسئله ۲۷۸

۴۴۲ ـ بوسیله دوران خطی را بافقیه تبدیل کرده طول حقیقی و زاویهٔ آنرا با صفحه قائم معلوم کنید



ش ۲۷۷

کافی است محور دورانرا منتصب اختیار کرده دائرهٔ دوران را مماس بر تصویر قائم خط اختیار نمائیم بس از آن بر این دائره مماسی بموازات خط الارض رسم مینمائیم این خط تصویر قائم جدید خط بس از دوران است تصویر افقی آنرا تعیین مینمائیم زاویه خط اخیر با خط الارض برابر میل خط مفروض با صفحهٔ قائم است (ش ۲۷۷)

مسئله ۲۷۹

۴۴۳ ـ خطی را دوران دهید تا منتصب شود .

ابتدا مانند مسئله فوق خط را حول محور منتصب دوران میدهیم تا افقیه کردد پس از آن آنرا حول محور قائم دوران میدهیم تا منتصب شود .

مسئله ۲۸۰

۴۴۴ ـ خطی را حول محور قائم دوران دهید تا نیمرخ شود .

بمرکز ω دائره‌ای مماس بر تصویر افقی خط رسم مینمائیم برایندائره مماسی عمود بر خطالارض رسم کرده‌تصویر قائم خط را بوسیله رسم‌صفحات‌افقی‌معین‌مینمائیم

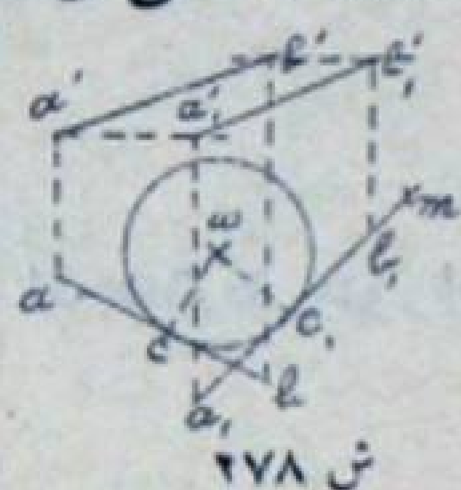
مسئله ۲۸۱

۴۴۵ ـ خطی را دوران دهید تا مواجه شود .

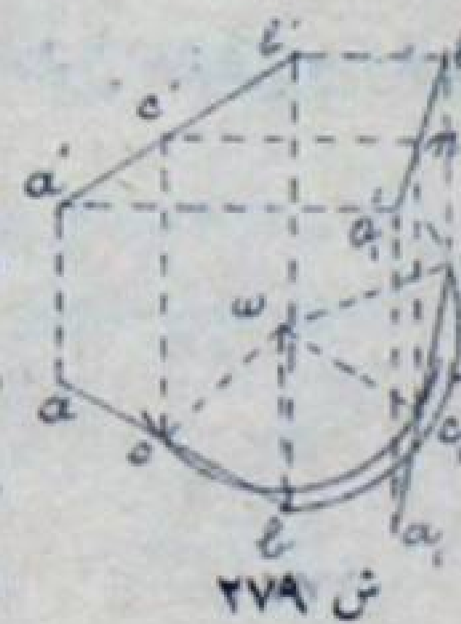
ابتدا مانند مسئله (۴۴۲) خط را حول محورمنتصب دوران میدهیم تا افقیه شود بعد آنرا حول محور قائم دوران میدهیم تا جبهه گردد و درنتیجه بمواجه تبدیل‌شود.

مسئله ۲۸۲

۴۴۶ ـ خطی را حول محور قائم دوران‌دهیدکه قائم یا منتصبی را تلاقی نماید .


ش ۲۷۸

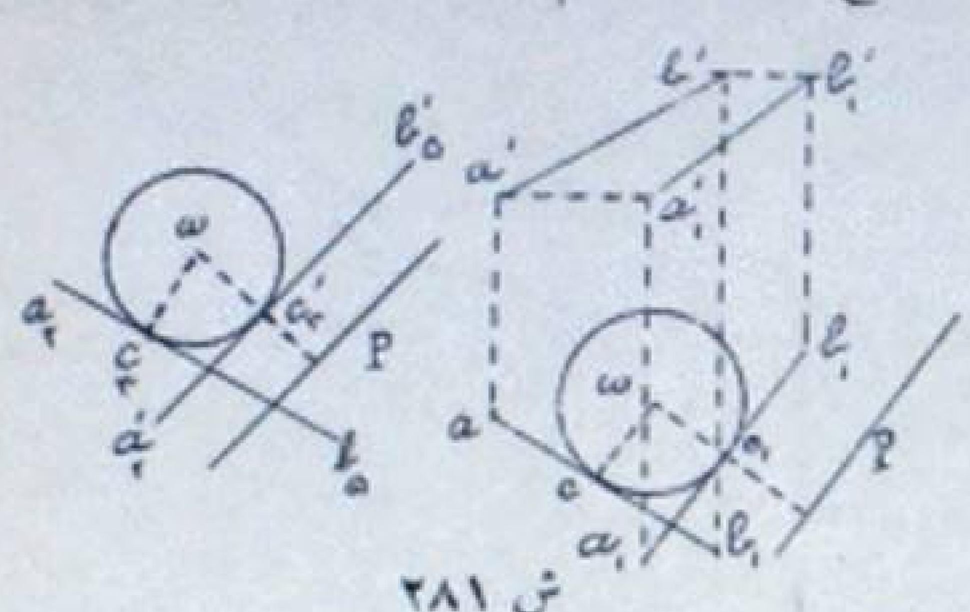
جون باید خط $aba'b'$ را دوران کرده‌قائم m راقطع کند پس باید تصویر افقی خط بر m میگذرد بنا بر این دائرهٔ ω را مماس‌بر ab رسم کرده از m مماسی‌برایندائره مرور میدهیم اینخط تصویر افقی $aba'b'$ پس‌از دوران‌است. تصویر قائمش را بسهولت میتوان تعیین کرد . همچنین اگر خط‌را بخواهیم‌دوران دهیم تا منتصب n' را تلاقی نماید ابتداء نظیر n' را بر $a'b'$ بوسیله‌رسم صفحه افقی مار بر n' تعیین میکنیم بمرکز ω و شعاع ωc دائره ای رسم مینمائیم تاتصویر افقی‌منتصب را در نقطه c_1 تلاقی کند نقطهٔ a از خط را بزاویه $c\omega c_1$ دوران میدهیم تصویر افقی خط بصورت $a_1 c_1$ بدست میاید و تصویر قائمش بسهولت رسم میشود (ش ۲۷۹)


ش ۲۷۹

مسئله ۲۸۳

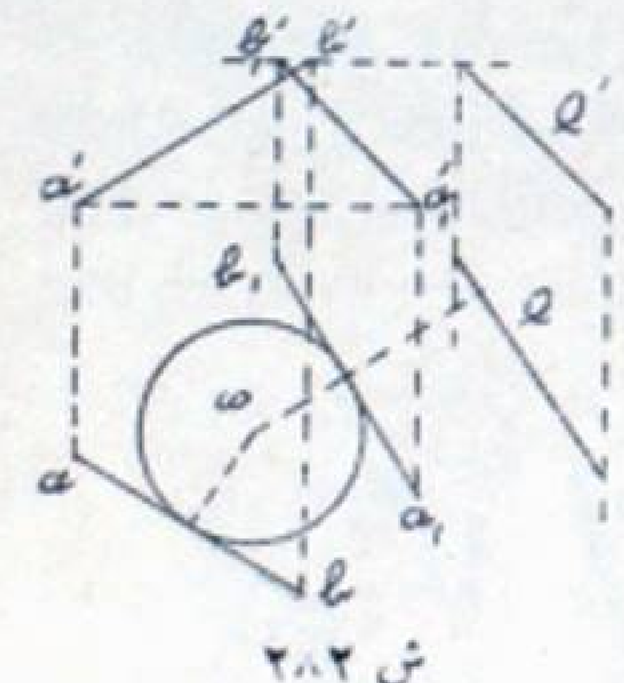
۴۴۷ ـ خطی‌را حول‌محور قائمی دوران دهید تابموازات‌صفحه‌ای قائم یا صفحه‌ای منتصب‌گردد .

چون تصاویر افقی جمیع خطوط واقع برصفحهٔ قائم بر اثر افقی صفحه منطبق است پس کافی است خط $aba'b'$ ($a_2 b_0$) را آنقدر دوران دهیم تاتصویرافقیش (تصویرش) بموازات اثر افقی صفحه قائم (اثر صفحه قائم) گردد برای این منظور از نقطهٔ ω عمودی بر ab ($a_2 b_0$) و عمودی بر P فرود میاوریم طول ωc_1 (ωc_2) رابرابر ωc جدا نموده از نقطهٔ c (c'_2) بموازات P رسم‌میکنیم‌وتصویر قائم‌خط رامعین مینمائیم (خط رامدرج‌میکنیم).


ش ۲۸۱

۴۴۸ ـ حال اگر مقصود دوران خط باشد تا بموازات صفحه‌منتصب $P\alpha Q'$ شود

دائره دوران بمرکز ω و مماس بر ab را رسم‌مینمائیم‌بر دو نقطهٔ از خط مثلا cc' و aa' صفحات افقی‌مرور میدهیم قطعه خط $a'_2 c'_2$ را محصوربین‌دوصفحه‌افقی‌مزبوروموازی با اثر قائم صفحهٔ منتصب رسم مینمائیم از نقاط a'_2 و c'_2 دو رابط رسم کرده بین آنهـا قطعه $a_2 c_2$ را بطول ac محصورمینمائیم بر دائره ωc مماسی‌بموازات $a_2 c_2$ مانند $a_1 c_1$ رسم کرده تصویر قائم اینخط را تعیین مینمائیم $a_1 c_1 a'_1 c'_1$ وضع جدید خط است (ش ۲۸۲)


ش ۲۸۲

مسئله ۲۸۴

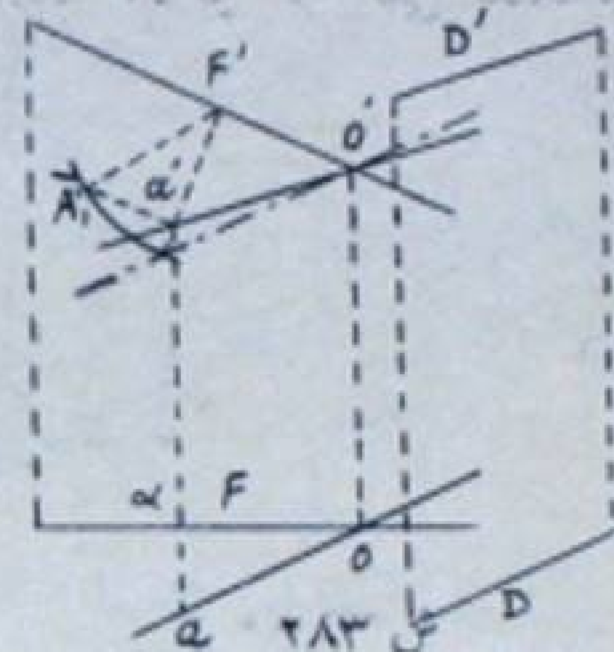
۴۴۹ ـ خطی را حول محور قائم دوران دهید تا تصاویرش خطالارض را بیك زاویه تلاقی کند (خط موازی صفحه منصف‌الزاویه شود) .

کافی‌است‌خط مزبوررا دوران دهیم تابموازات‌یکی ازصفحات‌منصف‌الزاویه کردد. (مسئله نمره ۴۲۷)

مسئله ۲۸۵

۴۵۰ ـ بوسیلهٔ دوران حول محور جبهی زاویهٔ خطی را با این محور تعیین نمائید .

کافی است از نقطه‌ای مفروض بر جبههٔ $F'F$ خطی بموازات امتداد DD' که مقصود تعیین زاویه آن باجبهه است رسم نموده خط مرسوم را حول جبهه دوران دهیم تا برصفحه جبهی که جبهه FF' در آن واقع است قرار گیرد . (تسطیح بر صفحه جبهی) برای این منظور از نقطهٔ اختیاری واقع بر این خط مانند a' عمودی بر جبههٔ F' (لولا) فرود آورده از همین نقطه خطی بموازات F' و بطول $a\alpha$ (اختلاف بعد نقطه و جبهه) رسم مینمائیم بمرکز o' و شعاع $o'a_1$ دائره‌ای رسم میکنیم تا امتداد عمود ao را در نقطهٔ A'_1 که تسطیح نقطهٔ aa' حول جبهه است تلاقی نماید . زاویه $A'_1b'o'$ مقدار حقیقی زاویه خط DD' و محور جبهی است (ش ۲۸۳) .

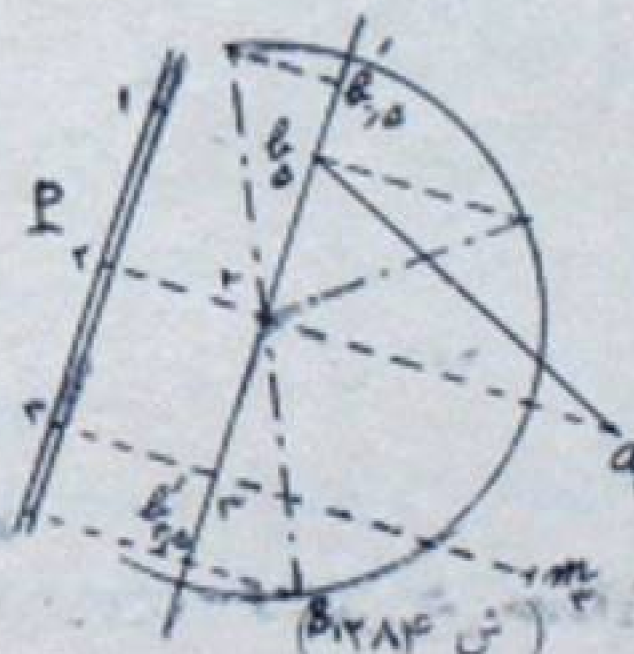


ش ۲۸۳

مسئله ۲۸٦

۴۵۱ ـ خط a_1b_0 حول افقیه رقوم ۲ که با آن متلاقی است دوران میکند مقصود تعیین وضعی از خط است که فاصله‌اش از نقطهٔ معین m_2 حد اقل یا حدّ اکثر خود را داراشود .(هورفر)

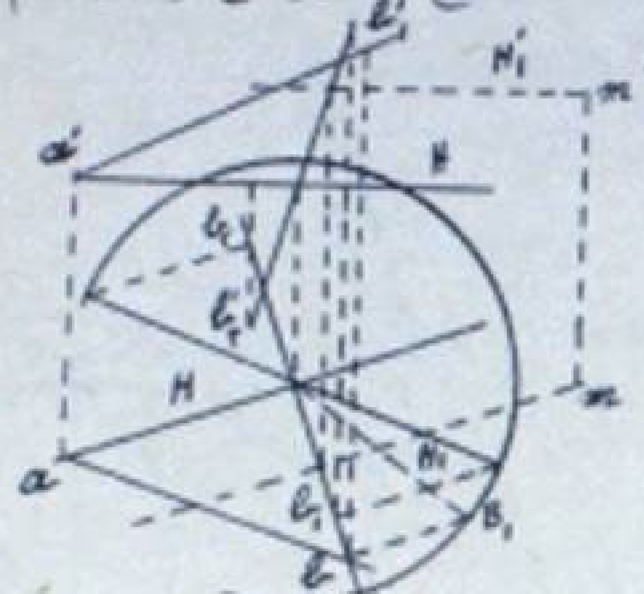
چون خط $a_2 b_0$ ضمن دوران حول افقیه ۲ مخروط دواری رسم مینماید که مولدش همین خط و محورش افقیه مزبور است و قائم بر سطح دوار در صفحهٔ نصف‌النهاری همین نقطه واقع است و ضمنا خط $a_2 b_0$ درموقع اقل یا اکثر فاصله از نقطهٔ m_3 باید درصفحهٔ نصف‌النهاری مار بر نقطه m_3 قرار گیرد پس بر نقطهٔ m_3 و محور افقی صفحه ای مرور داده خط $a_2 b_0$ را حول آن دوران میدهیم تا بر صفحهٔ مزبور قرار گیرد ولی‌چون یك نقطه از این خط یعنی a_2 برصفحه منطبق است پس کافی است نقطهٔ دیگر آن مانند b_0 رادوران دهیم تا بر این صفحه قرار گیرد(مسئلهٔ نمره ۳۹۰) (ش ۲۸٤).


ش ۲۸۴

۴۵۲ ـ خط $aba'b'$ ومحور افقی HH' ماربر aa' مفروض‌اند خط حول

محور دوران میکند مقصود تعیین وضعی از خط است که در آن فاصلهٔ نقطهٔ mm' از خط حد اقل یا حد اکثر خودرا داراگردد . (هورفر)

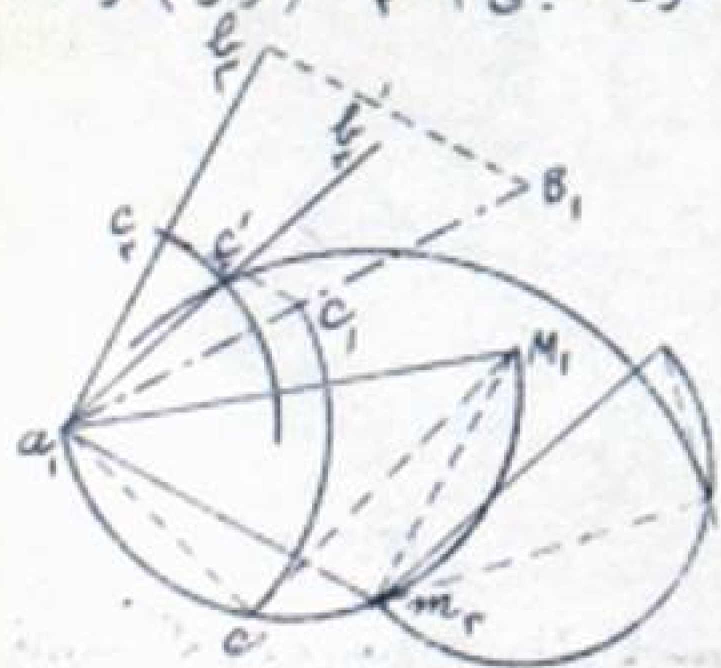
چون خط در ضمن دوران حول محور متلاقی با آن سطح مخروطی دواری رسم مینماید ودر موقع اقل یا اکثر فاصلهٔ خط از نقطهٔ mm' عمود مرسوم از نقطه بر خط بر سطح مخروطی مزبور قائم است و بنابراحکام هندسه قائم بر سطح دوار درصفحه نصف‌النهاری این نقطه واقع است پس برای تعیین وضع خط کافی است بر نقطه mm' و افقیه HH' صفحه‌ای مرور داده خط $aba'b'$ را حول محور HH' دوران دهیم تابر این صفحه منطبق شود ولی‌چون یك نقطهٔ آن aa' برصفحه مزبور منطبق است پس نقطهٔ دیگر آن مثلا bb' را دوران میدهیم تا بر صفحهٔ منطبق گردد(مسئله نمره ۳۹۱) (ش ۲۸۵)


ش ۲۸۵

مسئله ۲۸۷

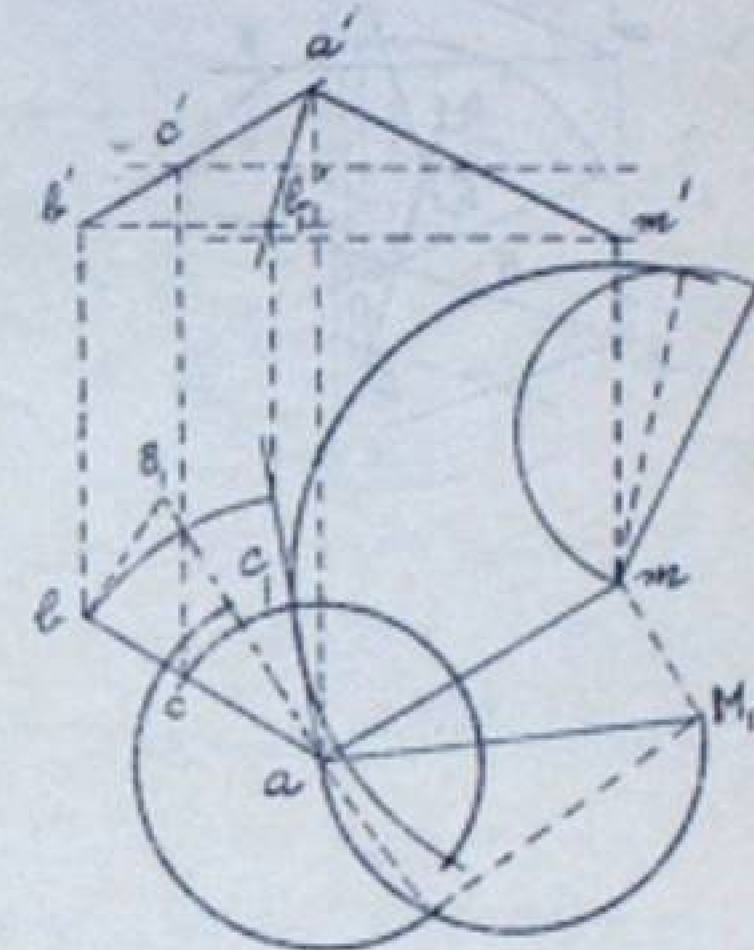
۴۵۳ ـ خط a_1b_2 حول محور قائمی که آنرا در نقطهٔ a_1 تلاقی کرده دوران مینماید مقصود تعیین وضعی از خط است که در آن فاصلهٔ نقطهٔ مفروض m_2 از این خط برابر طول معلوم l باشد(هورفر)

چون فاصلهٔ نقطهٔ m_3 از قائم a تغییر نمیکند و از طرفی فاصلهٔ این نقطه از خط $a_1 b_3$ باید برابر l شود بنابر این اگر با معلومات طول حقیقی $m_2 a_1$ (وتر) و l (ضلع) مثلثی قائم‌الزاویه مانند a_1M_1c' بنانمائیم $a_1 c'$ برابرطول‌حقیقی تصویر am_3 بر $a_1 b_3$ است جون‌این‌طول را ازنقطهٔ a_1 برخط $a_1 b_3$ نقل نمائیم (هندسه رقومی طبع اول نمره ۵۷) $a_1 c_2$ معین میگردد ، حال اگر نقطه c_2 را حول قائم a دوران دهیم تا فاصلهٔ اش از نقطهٔ m_3 برابر مقدار معین l شود(مسئله‌نمره۴۱۹) وضع جدید خط پس از دوران یعنی $a_1 b'_2$ مشخص میگردد (ش ۲۸٦) .


ش ۲۸٦

۴۵۴ ـ خط $aba'b'$ و محور قائم a متلاقی با آن مفروض اند. مقصود تعیین وضعی از این خط است که در آن فاصلهٔ نقطهٔ مفروض mm' از خط مزبور برابر طول معین l شود . (هورفر)

نظر باینکه فاصلهٔ نقطهٔ mm' از قائم a ضمن دوران خط ثابت میماند و از طرف دیگر فاصلهٔ همین نقطه از خط پس از دوران باید مساوی l شود؛ پس اگر با معلومات طول حقیقی $mam'a'$ و l مثلث قائم الزاویه ای بنا نمائیم ضلع دیگر این مثلث مساوی طول تصویر خط $mam'a'$ بر $aba'b'$ است ، چون این مثلث را با معلومات مزبور رسم کرده و طول ضلع ac_1 از این مثلث را بر خط $aba'b'$ نقل نمائیم (هندسه ترسیمی طبع اول نمره ٦٤) نقطهٔ cc' بدست میاید حال این نقطه را (مانند مسئله نمره ۴۲۰) دوران میدهیم تا از نقطهٔ mm'



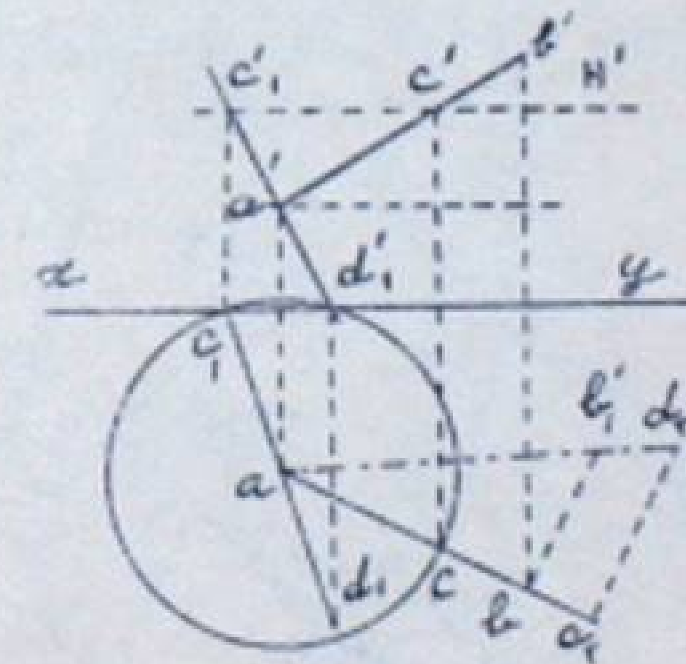
ش ۲۸۷

بفاصله معین l قرار گیرد (ش ۲۸۷) $ab_1\ a'b'_1$ جواب مسئله است .

مسئله ۲۸۸

۴۵۵ ـ خط $aba'b'$ و محور قائم a متلاقی با اینخط مفروض اند . خط را حول محور دوران دوران دهید تا طول قطعه‌ای از خط که محصور بین صفحات تصویر است مساوی مقدار معین K شود .

چون زاویهٔ خط مفروض ضمن دوران حول محور قائم با صفحه افقی تغییر نمیکند پس هنگامیکه طول حقیقی قطعه خط محصور مساوی مقدار معین K بشود طول تصویر افقی وهمچنین ارتفاع اثر قائم خط اضلاع مثلث قائم الزاویه ای



ش ۲۸۸

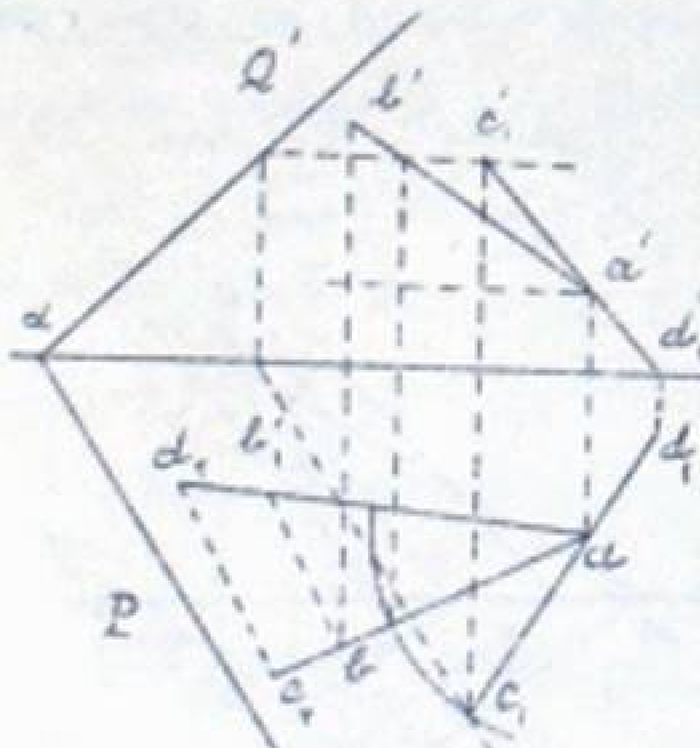
میباشند که وترش K وزاویه‌اش میل خط $aba'b'$ نسبت بصفحهٔ افق است بنابراین ابتدا میل خط را بوسیله تغییر صفحهٔ قائم معین مینمائیم (کتاب هندسه ترسیمی نمره ۷۰۰)

نتیجه میشود مثلث قائم الزاویهٔ $ac_2\ d_2$ را با معلومات K (وتر) و α بنا مینمائیم ac_1 برابر تصویر افقی خط و $c_2\ d_2$ مساوی ارتفاع نقطه تلاقی خط و صفحه قائم پس از دوران اند . پس خط H' را بموازات خط الارض و بفاصلهٔ $d_2\ c_2$ رسم مینمائیم تا $a'b'$ را در نقطهٔ c' تلاقی نماید نظیر c' را بر ab تعیین میکنیم نقطهٔ c معلوم میشود و چون این نقطه باید دوران کرده بر صفحهٔ قائم منطبق گردد پس دائره ac را رسم میکنیم خط الارض را در نقطهٔ c_2 قطع میکند نظیر این نقطه را بر H' تعیین میکنیم $c_1\ c'_1$ اثر قائم خط پس از دوران است ولی چون باید تصویر افقی خط نیز برابر ac_2 شود پس از c به a وصل نموده آنرا باندازهٔ ac_2 امتداد میدهیم نقطهٔ d_1 بدست میاید و چون تصویر قائم این نقطه را بر خط الارض تعیین کنیم $c_1\ d_1\ c'_1 d'_1$ وضع جدید خط پس ازدوران است (ش ۲۸۸)

مسئله ۲۸۹

۴۵٦ ـ خط $aba'b'$ ومحور قائم a متلاقی با آن مفروض اند مقصود دوران این خط حول محور مزبور است تا قطعه ای از خط که بین صفحهٔ افق و صفحهٔ مفروض $P\alpha Q'$ محصور میشود بطول معین K گردد .

مانند مسئله قبل مثلث قائم الزاویه ac_2d_2 را با معلومات فرض رسم مینمائیم ارتفاع نقطهٔ تلاقی خط با صفحه $P\alpha Q'$ پس از دوران معین میگردد . افقیه H' را بارتفاع مزبور یعنی c_2d_2 رسم میکنیم تصویر افقی این خط را در صفحه تعیین مینمائیم نظیر نقطه c' را در تصویر افقی بر خط ab معلوم میکنیم بمرکز a و شعاع ac دائره ای رسم میکنیم تا افقیه مزبور را در نقطه c_1 تلاقی کند تصویر قائم c_1 بر افقیه H' برسم رابط معین میشود حال بر امتداد ac از نقطه



ش ۲۸۹

c_1 طول c_1d_1 را برابر $c_2\ d_2$ نقل مینمائیم نقطهٔ d_1 اثر افقی خط مطلوب پس از دوران است تصویر قائم آنرا تعیین مینمائیم خط $c_1\ d_1\ c'_1\ d'_1$ تصویر خط پس از دوران است (ش ۲۸۹)

مسئله ۲۹۰

۴۵۷ ـ خط $aba'b'$ و محور قائم a متلاقی با آن مفروض اند. خط را حول محور دوران دهید تا نسبت بین دو قطعه ای از آن که بین محور وصفحات تصویر محصور اند برابر k شود (هورفر)

واضح است باید خط $aba'b'$ را حول محورقائم a آنقدر دوران داد تا در صفحه مواجهی قرار گیرد که بر نقطه a گذشته و تمام خطوط این صفحه که از این نقطه میگذرند همین خاصیت را داشته باشند برای این‌منظور ابتدا از نقطهٔ aa' نیمرخی‌چنان‌مرورمیدهیم که نسبت بین قطعات محصور آن برابر k باشد (مسئله نمره ۴۷) از آثار این نیمرخ بموازات خط الارض رسم مینمائیم ، صفحهٔ مواجه مزبور حاصل میکردد، حال خط $aba'b'$ را دوران میدهیم تابر صفحه‌مواجه PQ' منطبق گردد وضع جدیدخط پس‌از دوران $a_1b_1a'_1b'_1$ است (ش ۲۹۰)

ش ۲۹۰

مسئله ۲۹۱

۴۵۸ ـ خط $aba'b'$ ومحورقائم a متلاقی باآن مفروض‌اند. خط‌راحول محور مزبوردوران دهید تانسبت بین قطعات خط که محصور بین نقطه a و صفحه افق وصفحه مفروض $P\alpha Q'$ است برابر k شود. (هورفر)

ابتدا از نقطه aa' خطی رسم مینمائیم که صفحهٔ افق و صفحه $P\alpha Q'$ راتلاقی کرده ، و نسبت بین قطعات مفروض آن بواسطه دو صفحهٔ مزبور برابر k باشد باین ترتیب که بر نقطه aa' صفحه ای اختیاری مثلا صفحه قائم P را مرور داده فصل‌مشترك آنرا با صفحه $P\alpha Q'$ تعیین مینمائیم پس از آن از نقطهٔ $a'a$ خطی بموازات فصل مشترك رسم مینمائیم تا اثر صفحه قائم مزبور را در نقطه cc' تلاقی نماید قطعه $h'c'$ را بقسمی جدا میکنیم که نسبت بین قطعات $c'h'$ و $b'c'$ برابر k شود از قطعه c' به a' وصل

ش ۲۹۱

مینمائیم خط $dcd'c'$ که باین ترتیب بدست میاید خط مطلوب است حال از نقطه dd' یعنی محل تلاقی خط مزبور وصفحه $P\alpha Q'$ خطی بموازات اثرافقی این‌صفحه رسم میکنیم بر این افقیه و نقطه aa' صفحه ای مرور میدهد . جمیع خطوطی ازاین‌صفحه که برنقطه aa' میگذرند دارای‌خاصیت فرض مسئله اند، حال خط‌مفروض $aba'b'$ را دوران‌می‌دهیم تابرصفحهٔ‌اخیرمنطبق گردد $ab_1a'b'_1$ جواب‌مسئله‌است (ش ۲۹۱)

مسئلهٔ ۲۹۲

۴۵۹ ـ نقطه و خطی مفروض اند محور دورانرا بقسمی تعیین کنید که اگر خط حول آن دوران نماید برنقطه بگذرد بنا بر آنکه اقصر فاصله بین خط و محور نیز معین باشد ،

خط را $aba'b'$ (a_1b_2) و نقطه را mm' (m_2) فرض مینمائیم واضح است چون محور دوران قائم است تصویر قائم نقطه برخطی سیرمینماید که از m' بموازات‌خط‌الارض رسم شود (نقطهٔ m'_2 واقع برخط $a_1\ b_3$ باید بر نقطهٔ مفروض m_2 واقع شود) بنابراین چون خط مزبور را رسم کنیم تصویر قائم خط را درنقطهٔ m'_1 تلاقی مینماید که میتوان تصویر افقیش را برسم رابط تعیین نمود بنابراین محور دوران‌بر وسط خط m_1m (m'_1m_2) عمود میباشد ازطرف دیگر چون بفرض اقصرفاصله بین‌خط‌ومحور مطلوب معین‌است چون‌خطی‌بموازات ab ($a_1\ b_3$)وبفاصله‌اقصر فاصله‌رسم نمائیم‌تاعمود منصف مزبور راتلاقی کند ω محل‌تلاقی ایندو خط‌محورمطلوب‌است (ش۲۹۲)

ش ۲۹۲

مسئله ۲۹۳

۴۶۰ ـ خطی را حول محور قائم ω دوران دهید تا از محور قائم θ به فاصلهٔ معین قرارگیرد

بمرکز ω دائره ای مماس بر خط رسم مینمائیم بمرکز θ و شعاع‌فاصلهٔ‌معین‌نیز دائره ای رسم می نمائیم مماس مشترك دو دائره وضع جدید خط پس ازدوران است

مسئله ۲۹۴

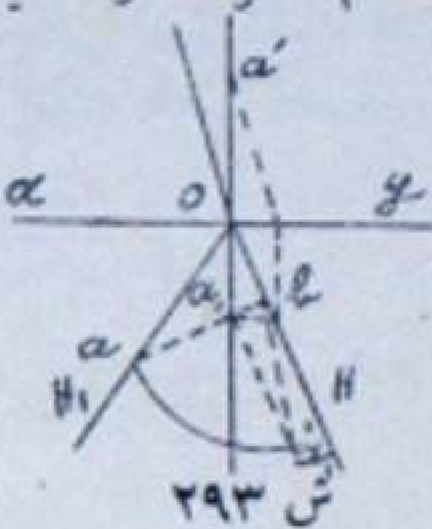
۴۶۱ ـ دو خط D و △ و محور قائم دوران مفروض است D را حول قائم دوران دهید تا با △ زاویه قائمه احداث نماید

بر △ صفحه ای عمود مینمائیم خط D را حول ω دوران میدهیم تا با این صفحه موازی شود (مسئله نمره ۴۲۷ و ۴۲۸)

مسئله ۲۹۵

۴۶۲ ـ دو خط متقاطع در صفحهٔ افق مفروض اند و نقطهٔ تقاطعشان بر خط‌الارض است یکی از ایندوخط را حول دیگری دوران دهید تا نیمرخ شود ، پس از دوران آثار صفحه‌ای که بر دو خط میگذرد تعیین کنید

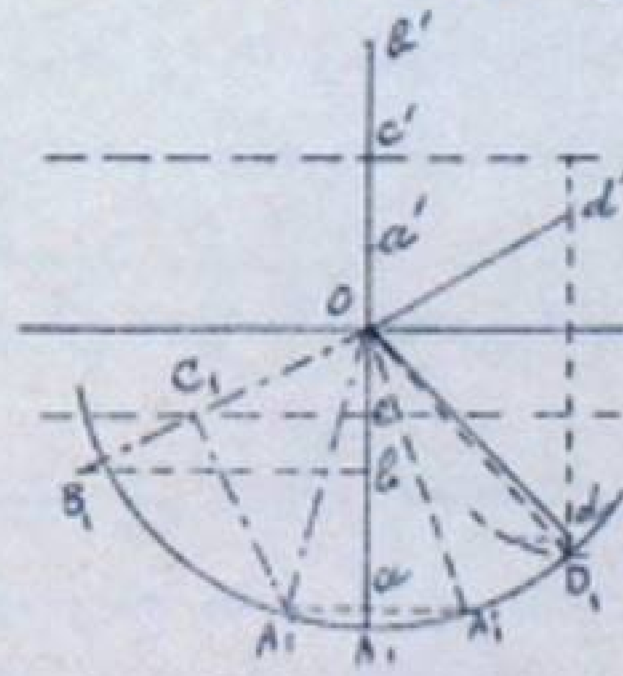
H_1 و H را افقیه های مزبور فرض مینمائیم که در نقطهٔ o خـط الارض را تلاقی کرده اند فرض میکنیم H_1 حول H دوران نمایـد پس از انطباق بر صفحه نیمرخ باید بر خطی قرار گیرد که از o عمود بر خط‌الارض رسم میگردد ، ولی اثر صفحهٔ قائمی که در ضمن دوران نقطه اختیاری واقع بر H_1 رسم میکند عمودی است که از نقطهٔ a بر H فرود آید این عمود نیمرخ مرسوم را در نقطهٔ a_1 کـه وضع نقطهٔ a پس از دوران است تلاقی مینماید . برای تعیین ارتفاع این نقطه‌مثلث قائم‌الزاویه baa'_1 را بامعلومات وتر a_1b و ضلع ab بنا میکنیم ضلع‌دیگر این مثلث یعنی aa'_1 برابرارتفاع‌مطلوب است که چون آنرا از نقطه o نقل کنیم aa' بدست میاید آثار صفحهٔ مار بر افقیه H و نقطه aa' را بسهولت میتوان تعیین کرد (ش ۲۹۳)


ش ۲۹۳

مسئله ۲۹۶

۴۶۳ ـ دو نیمرخ متقاطع مفروضند . یکی را حول دیگری بزاویهٔ معین دوران دهید .

نیمرخ‌هارا $oao'a'$ و $obo'b'$ فرض میکنیم که در نقطه oo' خط الارض را تلاقی کرده اند آنها را بر صفحهٔ نیمرخ مـار بر خـودشان تسطیح میکنیم از نقطه A_1 که تسطیح aa' است عمودی بر oB_1 فرود آورده موقع‌عمود را ترفیع مینمائیم بر نقاط aa' و cc' صفحهٔ مواجهی که برنیمرخ $boo'b'$ عمود است مرور میدهیم نقطه aa' را در این صفحهٔ مواجه حول مواجه مار بر نقطه cc' تسطیح مینمائیم‌بمرکز c وشعاع cA_1 دائره‌ای در

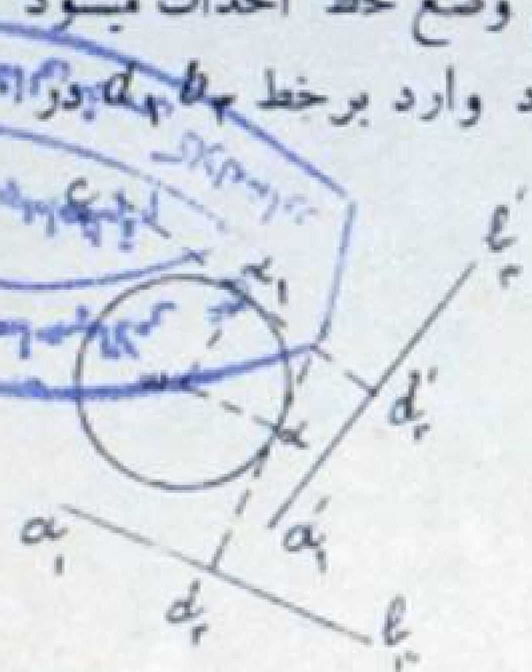

ش ۲۹۴

تسطیح رسم نموده زاویهٔ A_1CD_1 را برابر مقدارمعین فرض مسئله درجهت مناسب جدا میکنیم ترفیع نقطهٔ D_1 در صفحه مواجه یعنی dd' وضع aa' پس از دوران‌است بنابراین‌نیمرخ $oao'a'$ پس از دوران بوضع خط $odo'd'$ در میاید (ش ۲۹۴)

مسئله ۲۹۷

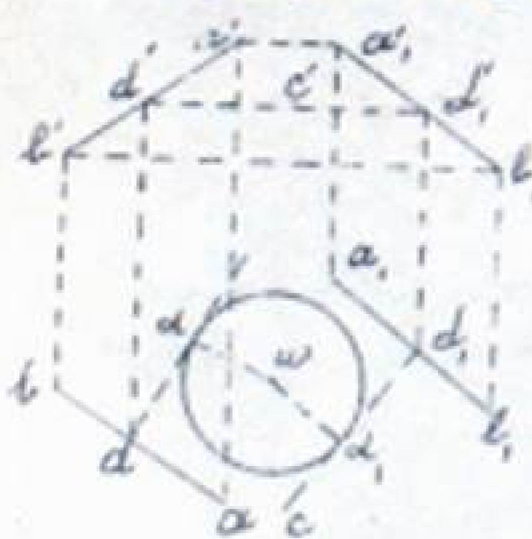
۴۶۴ ـ خط a_1b_2 حول محورقائم ω دوران میکند مقصودتعیین وضعی‌از این‌خط است که‌در آن‌عمودوارداز نقطهٔ‌مفروض c_2 برخط‌افقیه‌باشد (هورفر)

چون باید عمود مرسوم بر خط افقیه باشد و ضمناً رقوم نقطه c برابر دو است عمود وارد از نقطهٔ c_2 بر خط c_2b_3 در وضع جدید خط به نقطهٔ d_2 از خط مرور خواهد کردازطرف‌دیگر زاویه‌ای که‌بین افقیه‌مزبورو همین وضع خط احداث میشود در تصویر قائمه است بنابراین از نقطه d_2 یعنی موقع عمود وارد برخط d_2b_3 در وضع جدید عمودی‌براین خط اخراج مینمائیم این خط را حول قائم ω دوران میدهیم تا بر نقطه c_2 بگذرد باین ترتیب که بمرکز ω دائره‌ای رسم مینمائیم که مماس بر این خط باشد از c_2 مماسی بر دائره رسم میکنیم طول $\alpha d'_2$ رامساوی نظیرش αd_2 جدا مینمائیم از نقطهٔ d'_2 عمودی بر $c_2d'_1$ اخراج کرده قطعات خط را در جهات‌مناسب ازنقطهٔ d'_2 جدا میکنیم $a_1b'_2$ وضع‌جدید خط پس‌از دوران‌است.(ش ۲۹۵)


ش ۲۹۵

۴۶۵ ـ خط $aba'b'$ را حول‌محور قائم ω دوران‌دهید تادر وضع‌جدید خود عمود وارد از نقطهٔ مفروض cc' بر آن افقیه شود . (هورفر)

واضح است اگر خط دوران کرده بوضع فرض مسئله در آید چون عمودیکه ازنقطه cc' برآن‌فرود میاید افقیه‌است پس‌ارتفاع موقع عمود مساوی ارتفاع نقطه c' خواهد بود پس اگراز نقطه c' صفحه‌ای افقی رسم نمائیم‌خط $aba'b'$ را درنقطه dd' که وضع کنونی موقع عمود است تلاقی خواهد کرد ولی چون تصویر افقی عمود مرسوم بر تصویر افقی خط یعنی ab عمود میشود بنابراین باید از نقطهٔ d بر ab عمودی اخراج کرده آنرادوران داد تابرنقطهٔ c مرور نماید باین ترتیب که دائره‌ای بمرکز ω و مماس براین خط رسم نموده‌از

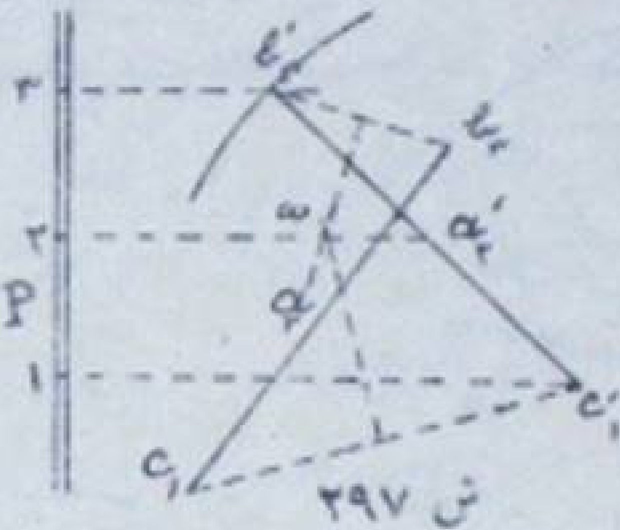

ش ۲۹۶

نقطهٔ c بر آن مماسی رسم مینمائیم طول $\alpha_1 d_1$ را مساوی αd جدا کرده از نقطهٔ d_1 بر $\alpha_1 d_1$ عمودی اخراج میکنیم و طولهای $d_1 a_1$ و $d_1 b_1$ را مساوی نظائر خود جدا کرده تصویر قائم خط را بنابر شرائط دوران معین مینمائیم خط $a'_1 b'_1 a_1 b_1$ وضع جدید $aba'b'$ است (ش ۲۹۶)

مسئله ۲۹۸

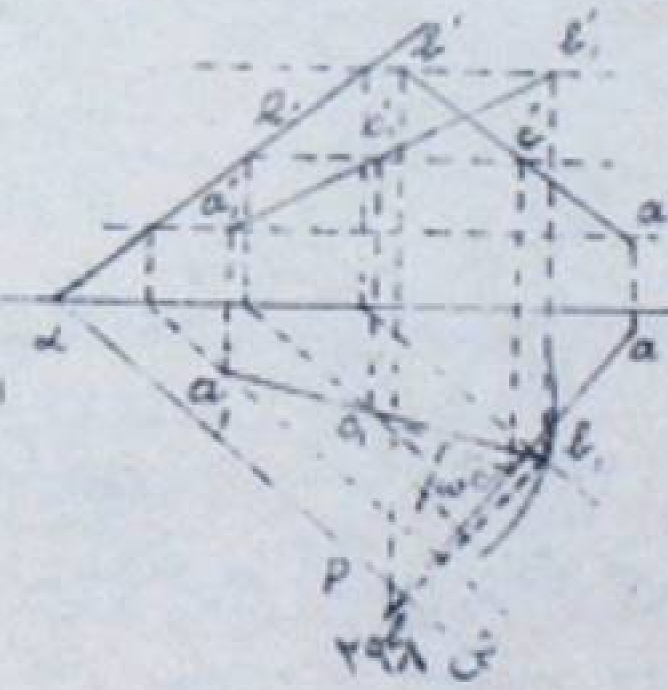
۴۶۶ - خط $a_2 b_2$ حول محور قائم نا معلومی دوران کرده و بر صفحه معین P منطبق شده مقصود تعیین محور دوران است بنابر آنکه خط پس از انطباق بر صفحه از نقطهٔ معین c'_1 واقع در صفحه بگذرد .

چون باید خط بر نقطهٔ c'_1 بگذرد و محور دوران قائم است پس نظیر این نقطه را بر خط $a_2 b_2$ تعیین مینمائیم نقطهٔ c_1 است. از طرف دیگر چون طول تصویر خط تغییر نمیکند و باید بر نقطه c'_1 گذشته و نقطهٔ b_2 از آن بر افقیهٔ رقوم ۳ صفحه P قرار گیرد پس بمرکز c'_1 و شعاع cb دائره‌ای رسم میکنیم تا افقیه رقوم ۳ صفحه P را در نقطهٔ b'_2 تلاقی نماید عمود های منصف خطوط bb' و cc' را رسم میکنیم محل تلاقی آنها محور قائم ω است (ش ۲۹۷)


ش ۲۹۷

۴۶۷ - خط $aba'b'$ حول محور قائم نا معلومی دوران کرده و بر صفحه $P\alpha Q'$ منطبق شده محور قائم را تعیین کنید بفرض آنکه $c_1 c'_1$ وضع جدید یکی از نقاط خط بر صفحه $P\alpha Q'$ پس از دوران باشد .

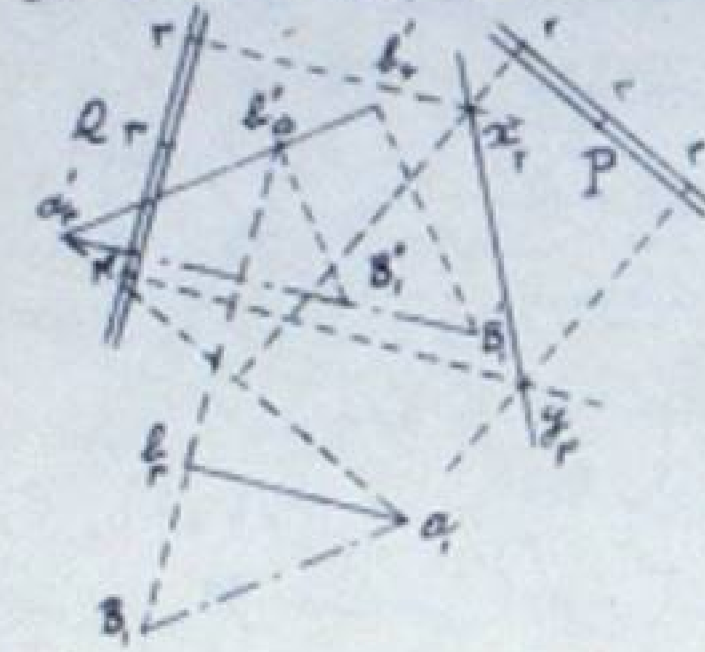
چون وضع جدید یکی از نقاط خط مفروض $aba'b'$ پس از دوران معین است و ضمنا محور دوران قائم میباشد پس اگر از نقطهٔ $c_1 c'_1$ افقیه‌ای از صفحه را مرور دهیم خط $aba'b'$ را در نقطه cc' تلاقی مینماید اما چون بر نقطهٔ b' صفحهٔ افقی مرور دهیم و بمرکز c_1 و شعاع cb دائره‌ای رسم نمائیم تا این افقیه را تلاقی کند نقطه تلاقی یعنی $b_1 b'_1$ وضع جدید نقطهٔ bb' پس از دوران است پس محور دوران محل تلاقی عمودهای منصف خطوط bb_1 و cc_1 خواهد بود (ش ۲۹۸)


ش ۲۹۸

مسئله ۲۹۹

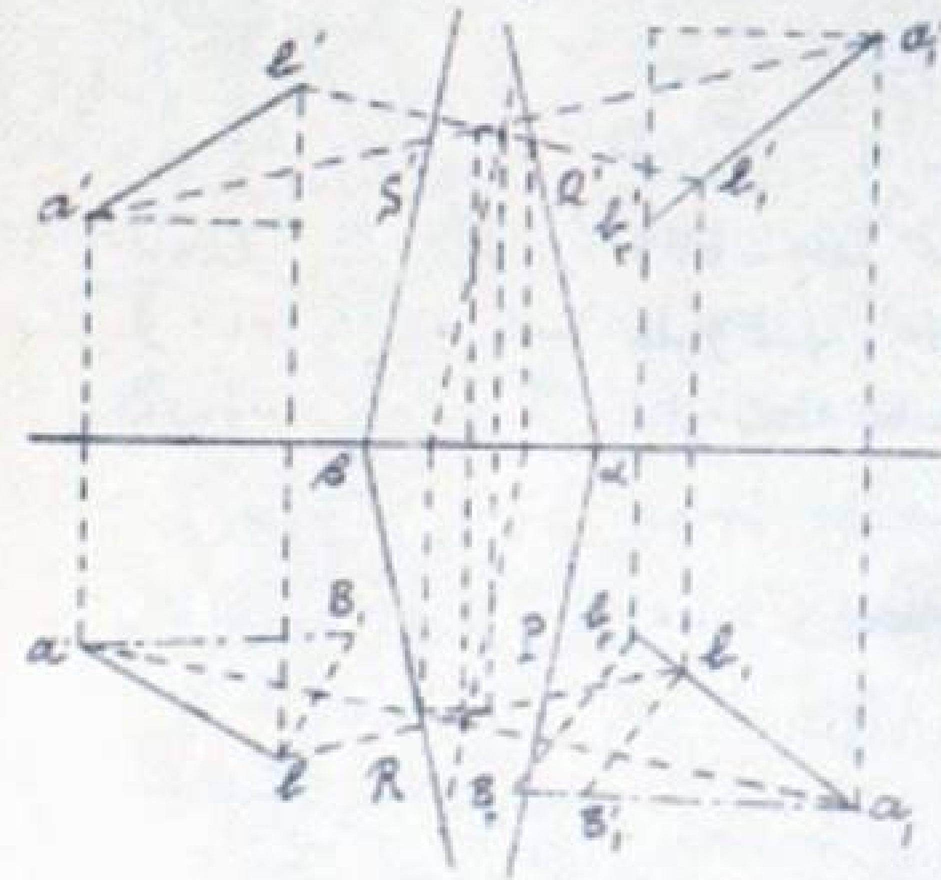
۴۶۸ - خط $a_2 b_2$ حول محور نا معلومی دوران کرده و بوضع $a'_2 b'_2$ در آمده نقطهٔ a'_2 وضع جدید a_2 پس از دوران است، محور دوران را تعیین کنید

کافی است وضع جدید یکی از نقاط خط مثلا b_2 را پس از دوران تعیین نمائیم ولی چون طول خط یعنی فاصله بین نقاط مختلفه آن در ضمن دوران تغییر نمیکند کافی است طول حقیقی قطعهٔ $a_1 b_2$ یعنی $a_1 B_1$ را از نقطه a'_2 بر $a'_2 B'_1$ نقل کنیم تا نقطهٔ B''_1 نتیجه شود نظیر این نقطه را که در اینجا b''_2 است معین مینمائیم . چنانکه ملاحظه میشود نظائر دو نقطهٔ از خط $a_1 b_2$ پس از دوران معین اند بنابراین میتوان محور دوران را بوسیلهٔ تعیین فصل مشترك صفحاتی که بر اوساط خطوط $a_1 a'_2$ و $b_2 b''_2$ عمود مینمائیم معلوم ساخت . (ش ۲۹۹)


ش ۲۹۹

۴۶۹ - $aba'b'$ حول محور نا معلومی دوران کرده و بوضع $a_1 b_1 a'_1 b'_1$ در آمده ، $a_1 a'_1$ وضع جدید aa' است ، مقصود تعیین محور دوران است .

اگر وضع جدید يك نقطهٔ دیگر مانند bb' از خط را پس از دوران تعیین کنیم محور دوران فصل مشترك صفحاتی است که بر اوساط خطوط $aa'a_1 a'_1$ و $bb'b_1 b'_1$ عمود شود . برای این منظور خط $aba'b'$ را در صفحه قائم مصور خود تسطیح مینمائیم aB_1 نتیجه میشود بر $a_1 a'_1 b_2 b'_2$ از نقطهٔ $a_1 a'_1$ طول aB_1 را نقل مینمائیم نقطه $b_1 b'_1$ بدست میاید بنابراین محور دوران برسم صفحات $P\alpha Q'$ و $R\beta S'$ و تعیین فصل مشترك آنها مشخص میگردد (ش ۳۰۰)

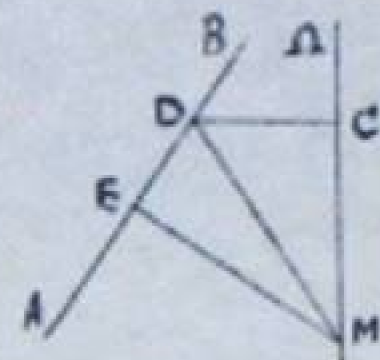

ش ۳۰۰

مسئله ۳۰۰

۴۷۰ - خط $a_0 b_0$ و نقطهٔ m_1 واقع بر قائم ω مفروضند، خط را حول محور

قائم دوران دهید تا از نقطه بفاصلهٔ معین l قرار گیرد (هورفر)

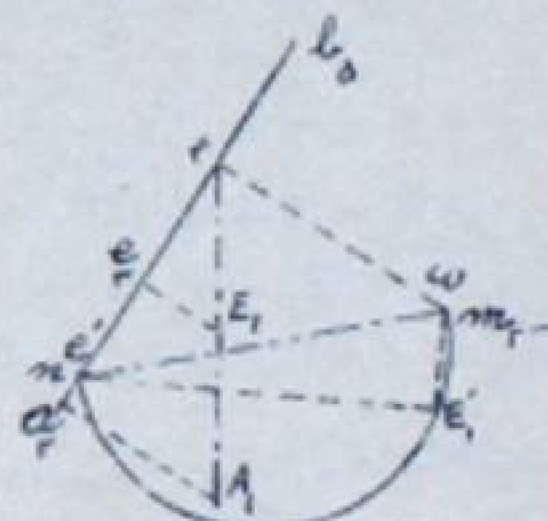
حل هندسی - چون عمود مشترك قائم Ω و خط AB در ضمن دوران خط ثابت میماند و از طرف دیگر اختلاف ارتفاع بین‌موقع عمود مشترك بر قائم و نقطهٔ M نیز لایتغیر است پس هنگامیکه فاصلهٔ نقطهٔ M از خط AB برابر l است این‌طول ضلع مثلث قائم‌الزاویه ایست که وترش MD و یك ضلع دیگرش طول تصویر MD بر خط AB میباشد پس اگر بامعلومات l و MD مثلث‌مزبور را بنانمائیم وپس از آن‌طول ضلع دیگر مثلث را بر AB از نقطهٔ D نقل کنیم بایدخط AB را آنقدر دوران داد تا نقطه E واقع بر آن از نقطهٔ مفروض M بفاصله‌معین l قرار گیرد (ش ۳۰۱)



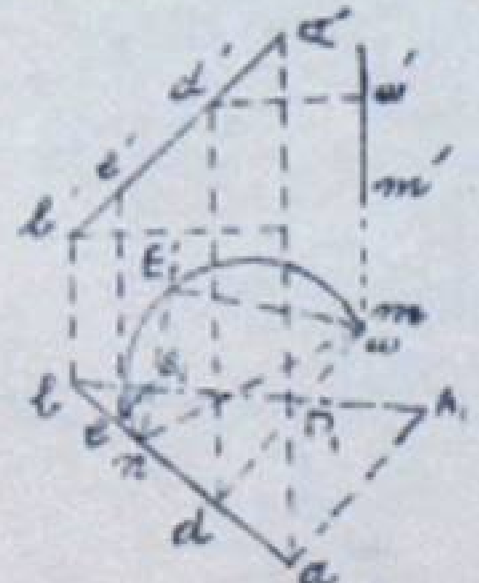
ش ۳۰۱

در ملخص از نقطهٔ ω بر ab عمودی فرود میاوریم افقیهٔ $d_4\omega_4$ بدست میاید با این خط و اختلاف ارتفاع ۴ و ۱ یعنی‌سه، مثلث قائم الـزاویهٔ mde' را بنامینمائیم با وتر mn و ضلع l مثلث قائم الزاویه nmE'_1 را بنا مینمائیم بر خط a_2b_0 ازنقطه d_4 طول d_4e_2را برابر ضلع nE'_1 نقل میکنیم حال باید نقطهٔ e_2 را دوران داد تا از نقطهٔ مفروض m_1 بفاصلهٔ l قرار گیرد (مسئله نمره ۴۱۹).(ش ۳۰۲)

۴۷۱ - خط $aba'b'$ و نقطه mm' واقع بر قائم ω مفروضند ، خط را حول محور قائم‌دوران‌دهید تااز نقطه بفاصلهٔ معین l قرارگیرد (هورفر)


ش ۳۰۲

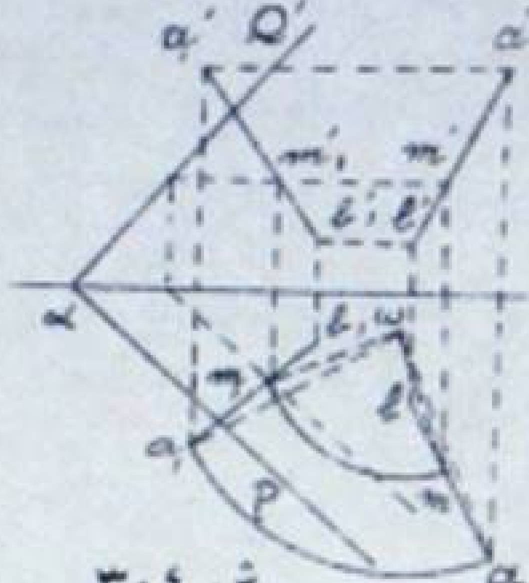
بموجب حل هندسی فوق باید از نقطه ω عمود ωd را بر abفرود آورده با این معلوم و اختلاف ارتفاع مثلث قائم الزاویه mdn را بنا نموده بر وتر mn مثلث قائم‌الزاویه دیگری طرح میکنیم که یك‌ضلعش l باشد ضلع دیگر این‌مثلث یعنی nE'_1راز نقطهٔ dd' برخط $aba'b'$ نقل مینمائیم نقطهٔ ee' معلوم میگردد این نقطه را حول محور قائم ω دوران میدهیم تا ازنقطهٔ mm' بفاصله معین l واقع‌شود(مسئله‌نمره ۴۲۰)


ش ۳۰۳

مسئله ۳۰۱

۴۷۲ - خط AB را حول محور قائمی دوران دهید تا نسبت فواصل‌دو نقطه A وB از صفحه مفروض برابر مقدار معین κ شود . (هورفر)

بر خط $aba'b'$ نقطهٔ mm' را بقسمی تعیین مینمائیم که $\frac{ma}{mb}=\kappa$ نقطهٔ m رادوران میدهیم تا بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ منطبق گردد باین ترتیب که افقیه بارتفاع m' را رسم مینمائیم بمرکز ω و شعاع ωmدائره ای رسم میکنیم تا تصویر افقی این افقیه را در نقطهٔ $m_1m'_1$تلاقی نماید ، پس از آن دائره ωa رارسم کرده‌برمحیط آن زاویهٔ $a_1\omega a$ رامساوی $m\omega m_1$ جدا مینمائیم $a_1b_1a'_1b'_1$ وضع‌جدید خط است(ش ۳۰۴)

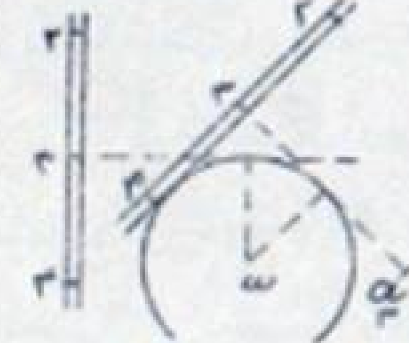

ش ۳۰٤

ج - دوران صفحه

مسئله ۳۰۲

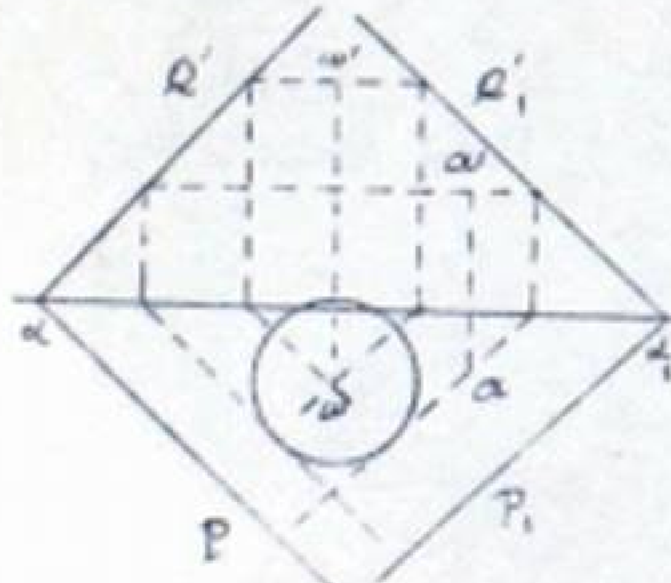
۴۷۳ - صفحهٔ P ونقطهٔ a_2 مفروض اند . صفحه را حول‌محور ω دوران دهیدتا بر نقطهٔ مزبور مرور نماید.

چون باید افقیهٔ رقوم سه صفحه‌برنقطهٔ a_2 مرور کندپس کافی است بمرکز ω دائره‌ای مماس براین افقیه رسم‌نموده از نقطه a_2 مماسی بر آن‌مرور دهیم خط اخیر وضع افقیه صفحه پس از دوران است ، وچون نقطهٔ تلاقی محوردوران و صفحه یعنی نقطهٔ ω_2 در ضمن دوران ثابت میماند پس اگر از آن‌بموازات‌مماس رسم نمائیم صفحهٔ P' معین میگردد (ش۳۰۵)


ش ۳۰۵

۴۷۴ - صفحه $P\alpha Q'$ونقطهٔ aa' ومحور قائم ω مفروض‌اند صفحه را دوران دهید تا بر نقطه مرور کند

افقیه ای بارتفاع a' در صفحه $P\alpha Q'$ رسم مینمائیم بمرکز a دائره ای مماس بر تصویر افقی این افقیه رسم میکنیم از نقطه a بر این دائره مماسی رسم کرده از نقطهٔ $\omega\omega'$ که‌در ضمن دوران ثابت میماند بموازات افقیه‌ای که باین ترتیب حاصل میشود رسم مینمائیم

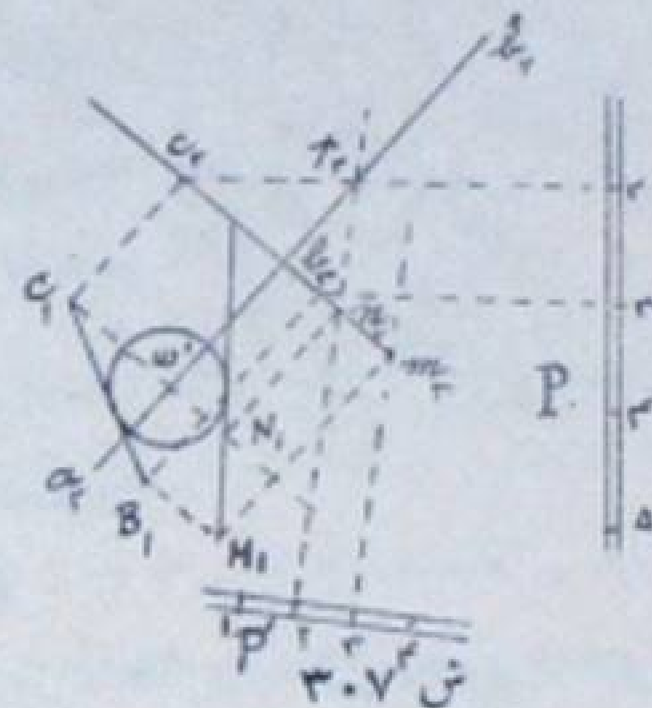

ش ۳۰٦

$P_1\alpha_1Q'_1$ وضع جدید صفحه پس از دوران معین میگردد (ش ۳۰۶)

مسئله ۳۰۳

۴۷۵ - صفحهP را حول محور افقی a_2b_2 دوران دهید تا بر نقطهٔ معین m_2 مرور نماید .

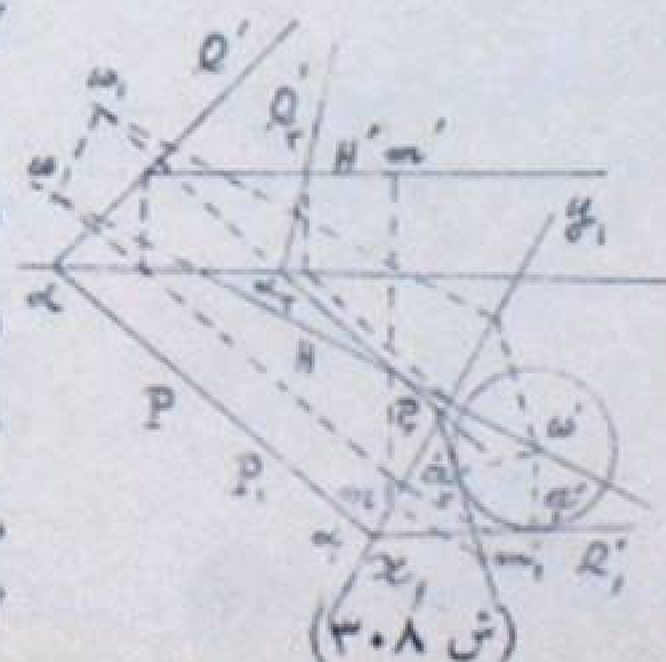
جون اگر نقطهٔ M حول محور مزبور دوران نماید بر صفحهٔ قائمی سیر خواهد کرد که بر محور افقی مزبور عمود است و ضمنا اگر نقطه برصفحه P منطبق گردد لازم است بر فصل مشترك صفحه P و صفحهٔ قائم واقع شود بنابراین اگر بخواهیم صفحه دوران کرده بر نقطه مرور کند باید فصل مشترك صفحهٔ دوران نقطهٔ m_2 را باصفحه P تعیین کرده اینخط را دوران دهیم تا بر نقطه مرور نماید از اینقرار : از نقطهٔ m_2 صفحهٔ قائمی که اثرش بر a_2b_2 عمود باشد رسم مینمائیم فصل مشترك اینصفحه را باصفحه تعیین میکنیم c_2b_2 حاصل میشود اینخط و نقطهٔ m_2 را حول اثر افقی صفحهٔ قائم مزبور تسطیح مینمائیم C_1B_1 و M_1 نتیجه میگردد از تسطیح افقیه یعنی نقطه ω دائره‌ای مماس بر C_1B_1 رسم مینمائیم از نقطهٔ M_1 بر ایندائره مماسی رسم میکنیم M_1N_1 نتیجه میشود نظیر این خط را بر صفحهٔ قائم معلوم میکنیم m_2n_2 وضع جدید فصل مشترك دو صفحه پس از دوران بدست میاید ولی چون محل تلاقی محور افقی و صفحه P یعنی نقطهٔ p_2 در ضمن دوران ثابت مانده پس بر سه نقطهٔ $m_2n_2p_2$ صفحه P' را که وضع جدید P بعد از دوران است مرور میدهیم (ش ۳۰۷) .



ش ۳۰۷

۴۷۶ - صفحهٔ PαQ' را حول افقیهٔ HH' دوران دهید تا بر نقطهٔ معین mm' مرور نماید

بوسیله تغییر صفحهٔ قائم افقیهٔ مزبور رابمنتصب ω تبدیل نمود. دروضع جدید صفحه $P_1\alpha_1Q'_1$ را حول محور منتصب ω دوران میدهیم تا بر نقطهٔ mm'_1 بگذرد پس از آن مجددا به تغییر صفحه وضع صفحه‌را پس‌ازدوران معین‌مینمائیم، $P_2\alpha_2Q'$ معین میشود . (ش ۳۰۸)



(ش ۳۰۸)

۴۷۷ - وقتی محور دوران غیرمشخص باشد طریقه ترسیم درهردو صورت مانندفوق است منتها بجای صفحهٔ قائم باید ازنقطهٔ m_2 صفحه‌ای غیرمشخص بر محور دوران عمود نمود

مسئله ۳۰۴

۴۷۸ - صفحهٔ P و نقطهٔ a_2 مفروض اند نزدیکترین محور قائم دوران را به نقطه تعیین کنید که اگر صفحه حول آن دوران کند بر نقطه مرورنماید

واضح است اگر نزدیکترین محور دوران را طوری تعیین نمائیم که اگر نقطه حول آن دوران نماید بر صفحه منطبق گردد جواب مسئله بدست میاید واین مسئله را سابقا در دوران نقطه حل کرده ایم (مسئله نمره ۴۱۳)

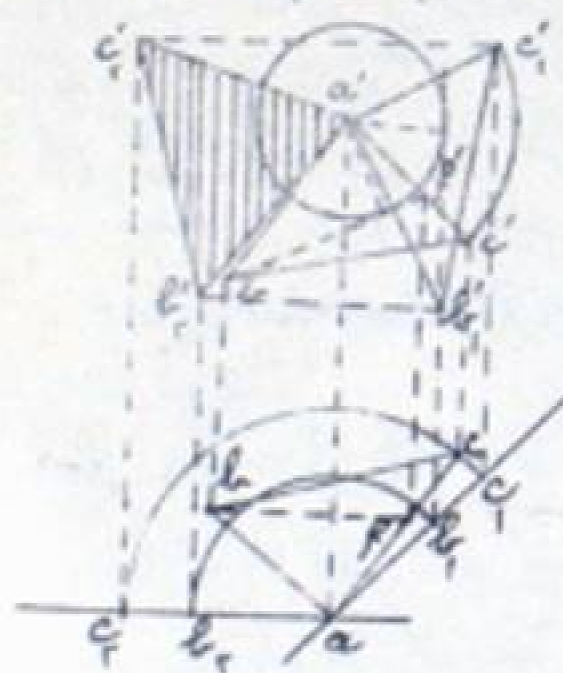
۴۷۹ - صفحه PαQ' و نقطهٔ aa' مفروض اند مقصود تعیین نزدیکترین محور قائم دوران است به نقطه که اگر صفحه حول آن دوران کندبر نقطه مرور نماید

چون نزدیکترین محوردوران رابقسمی تعیین کنیم کهاگر نقطه حولآن‌دوران نماید بر صفحه منطبق گردد ، این محور جواب مسئله است (مسئله نمره۴۱۴)

مسئله ۳۰۵

۴۸۰ - مثلث مفروضرا دوران دهید تا برصفحهٔ جبهی واقع شود .

ابتدا صفحه مثلث را حول منتصب a' دوران میدهیم تا بقائم‌بدل گردد باین‌ترتیب که در آن جبههٔ $bfb'f'$ را رسم‌مینمائیم و آنرا دوران میدهیم‌تا بقائم b_1 بدل گردد مثلث بوضع $ab_1c_1a'b'_1c'_1$ در میاید که ضمنا نقاط c_1b_1 بر اثرافقی صفحه قائم منطبق‌اندحال این صفحه قائم‌را حول قائم a دوران میدهیم تا اثر افقی ab_1c_1 از آن بموازات‌خط‌الارض شود یعنی صفحه مزبوربجبهی بدل گرددوضع جدید مثلث $ab_2c_2a'b'_2c'_2$ است که در صفحهٔ جبهی قرار گرفته و بنا بر این تصویر قائم آن برابر وسعت حقیقی مثلث بوده و زوایای آن‌بمقدارحقیقی تصویر شده اند(ش۳۰۹)

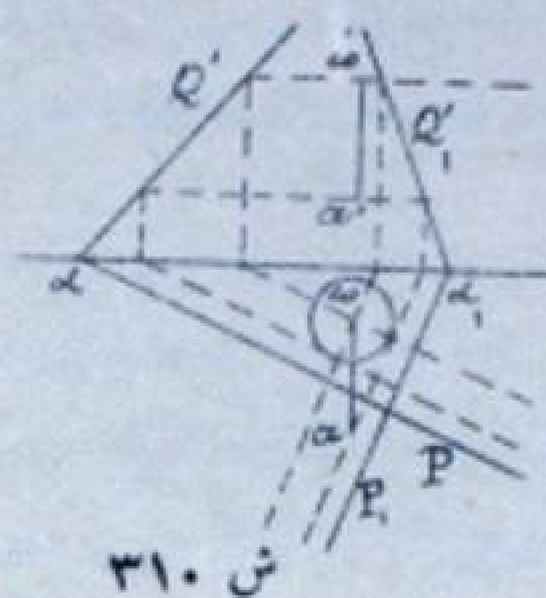


ش ۳۰۹

مسئله ۳۰۶

۴۸۱ - صفحه‌ایرا حول محور قائم‌مفروض دوران دهید تا آثارش نسبت

بخط‌الارض متقارن شوند (بر صفحه منصف‌الزاویه ربع اول عمود شود)



ش ۳۱۰

محل تلاقی قائم ω رابا صفحه $P\alpha Q'$ تعیین مینمائیم $\omega\acute{\omega}$ است از این نقطه عمود $\omega a\acute{\omega}a'$ را بر صفحهٔ منصف الزاویه ناحیهٔ اول فرود میاوریم (مسئله نمره ۴۲) صفحه $P\alpha Q'$ را حول‌محور قائم دوران‌میدهیم تابر نقطهٔ aa' بگذرد(مسئله نمره ۴۷۳)صفحه $P_1\alpha_1Q'_1$ جواب مسئله است . (ش ۳۱۰)

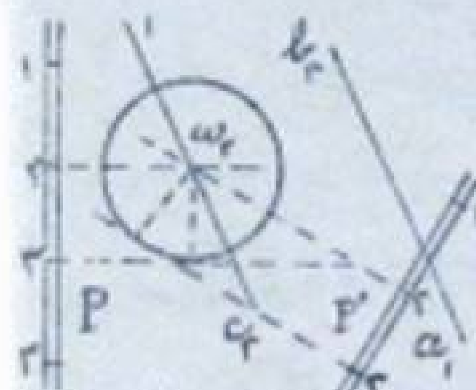
مسئله ۳۰۷

۴۸۲ ـ صفحه ایرا حول محور قائم مفروض دوران دهید تا آثارش بر یك استقامت گردد

عینا مانند مسئله فوق حل میشود منتها در اینجا بایداز نقطهٔ $\omega\acute{\omega}$ عمودی برصفحهٔ منصف‌الزاویهٔ ناحیه دوم فرود آورد (مسئله نمره ۴۲) .

مسئله ۳۰۸

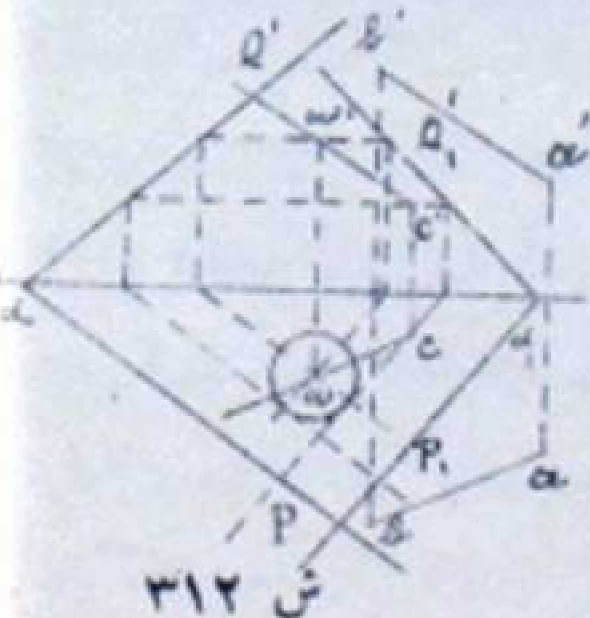
۴۸۳ ـ صفحه P را حول محور قائم ω دوران دهید تا بموازات خط مفروض a_1b_2 شود .



ش ۳۱۱

محل تلاقی محورقائم‌را با صفحه P تعیین مینمائیم ازنقطه ω_2 خط ω_2c_2 رابموازات a_1b_2 رسم مینمائیم صفحه P را حول محور ω دوران میدهیم تا بر خط اخیر مرور نماید ولی چون یك نقطهٔ این خط بر صفحه منطبق است کافی است صفحه را دوران دهیم تا بر نقطه c_2 مرورنماید (مسئله نمره۴۷۳) (ش ۳۱۰)

۴۸۴ ـ صفحه $P\alpha Q'$ را حول محور قائم ω دوران دهید تا بموازات‌خط $aba'b'$ شود .



ش ۳۱۲

از نقطه تلاقی قائم ω با صفحه $P\alpha Q'$ خط $\omega c\acute{\omega}c'$ را بموازات $aba'b'$ رسم مینمائیم صفحه راحول‌محور ω دوران‌میدهیم تا براین‌خط بگذرد ولی‌چون‌یك‌نقطهٔ این خط بر صفحه واقع است کافی است صفحه را دوران دهیم تا بر نقطه cc' مرور نماید (مسئله نمره ۴۷۴) (ش۳۱۲)

مسئله ۳۰۹

۴۸۵ ـ صفحه P افقیهٔ xy و خط AB مفروض اند صفحه را حول xy دوران دهید تا بموازات AB شود

محل تلاقی محوررابا صفحه P تعیین مینمائیم از این نقطه بموازات AB رسم میکنیم صفحه را حول‌افقیه xy دوران میدهیم تا براینخط بگذرد (مسئله نمره۴۷۴)

مسئله ۳۱۰

۴۸۶ـ صفحه ایرا حول محور قائم دوران دهید تا برصفحه دیگر عمود شود

صفحات را P و Q فرض مینمائیم محل تلاقی قائم را باصفحه P تعیین میکنیم از همین نقطه عمودی برصفحه Q فرود میاوریم حال صفحه P را حول‌قائم‌دوران میدهیم تا بر عمود مرسوم بگذرد (مسئله نمره ٤٧٤) .

مسئله ۳۱۱

۴۸۷ ـ دوصفحه P و Q و خط AB مفروض‌اند‌محور دوران رابقسمی تعیین کنید که‌اگر صفحه‌P‌حول آن‌دوران کندبر AB گذشته‌وبر صفحه‌Q‌عمودشود

چون از یکی‌از نقاط واقع بر AB عمودی بر صفحهٔ Q فرود آوریم‌صفحه ای که بر این خط و AB مرور مینما ید وضع جدید صفحهٔ P پس از دوران حول محور نامعلوم است بنابراین‌محوردوران‌عبارت‌ازفصل‌مشترك‌صفحه P وصفحهٔ‌مزبورخواهدبود.

مسئله ۳۱۲

۴۸۸ ـ صفحهٔ P حول محور نا معلومی دوران کرده و بر خطی معین گذشته و بموازات امتداد مفروضی شده . محوردوران مطلوب است

بر خط مفروض صفحه‌ای بموازات امتداد معین مرور میدهیم وضع‌جدیدصفحه پس‌ازدوران‌معین‌میگردد پس‌محوردوران فصل مشترك صفحه P‌واین‌صفحه‌خواهدبود .

مسئله ۳۱۳

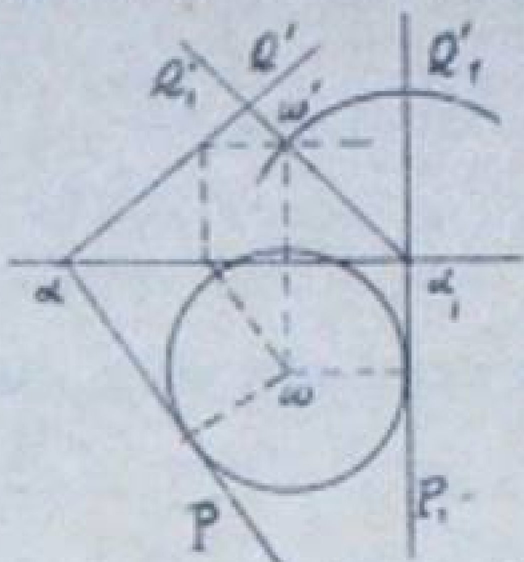
۴۸۹ ـ صفحه ایرا حول محور قائم دوران دهید تا مواجه شود .


ش ۳۱۳

اثر افقی صفحه یعنی $P\alpha$ را حول محورقائم ω دوران میدهیم تا بموازات خط‌الارض شود باین ترتیب که بمرکز ω دائره ای مماس بر خط مزبور رسم نموده بر اینـدائره مماسی بموازات خط‌الارض مرور میدهیم این خط اثر افقی صفحه پس از دوران است واضح است اثر قائم صفحه‌پس‌از دوران بموازات خط‌الارض خواهد بود آنرا تعیین مینمائیم صفحه $P_1Q'_1$ حاصل میگردد (ش ۳۱۳)

مسئله ۳۱۴

۴۹۰ - صفحه‌ای را دوران دهید تا نیمرخ شود.



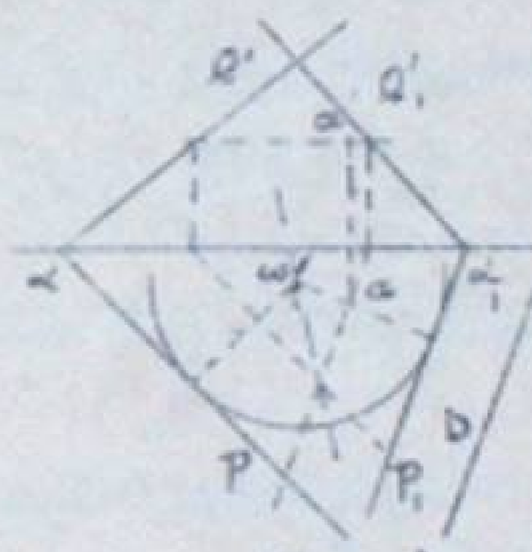
(ش ۳۱۴)

باید ابتدا صفحه $P\alpha Q'$ را حول محور قائم ω دوران داد تا وضع صفحه منتصب $P_1\alpha_1Q'_1$ در آید پس از آن این صفحه‌را حول محور منتصب α_1 دوران میدهیم تا اثر قائمش بوضع $\alpha_1Q'_2$ در آید یعنی عمود بر خط الارض شود باین‌ترتیب صفحهٔ $P_1\alpha_1Q'_1$ صفحه نیمرخ مطلوب است (ش ۳۱۴)

مسئله ۳۱۵

۴۹۱ - صفحهٔ $P\alpha Q'$ مفروض است مطلوب تعیین محور قائمی است که صفحه پس از دوران بر نقطه مفروض گذشته و اثر افقیش بموازات یکی از خطوط واقع در صفحه افق بشود بنا بر آنکه فاصلهٔ محور دوران از نقطه معین باشد.

چون باید صفحهٔ $P\alpha Q'$ از نقطهٔ مفروض aa' بگذرد و از طرفی اثر افقی صفحه بموازات امتداد D شود پس وضع افقیه ای از صفحه که از نقطهٔ aa' میگذرد پس از دوران باین ترتیب معین میشود که از a بموازات D رسم نمائیم حال اگر وضع اولیه این افقیه‌را بوسیله رسم صفحهٔ افقی بارتفاع a' تعیین نمائیم محور دوران باید بر منصف الزاویهٔ دووضع افقیه مزبور واقع میشود از طرفی چون فاصلهٔ محور دوران و نقطه aa' معین است پس اگر دائره‌ای بمرکز a وشعاع فاصلهٔ مزبور رسم نمائیم ω محل تلاقی منصف‌الزاویه مرسوم با این دائره است (ش ۳۱۵)



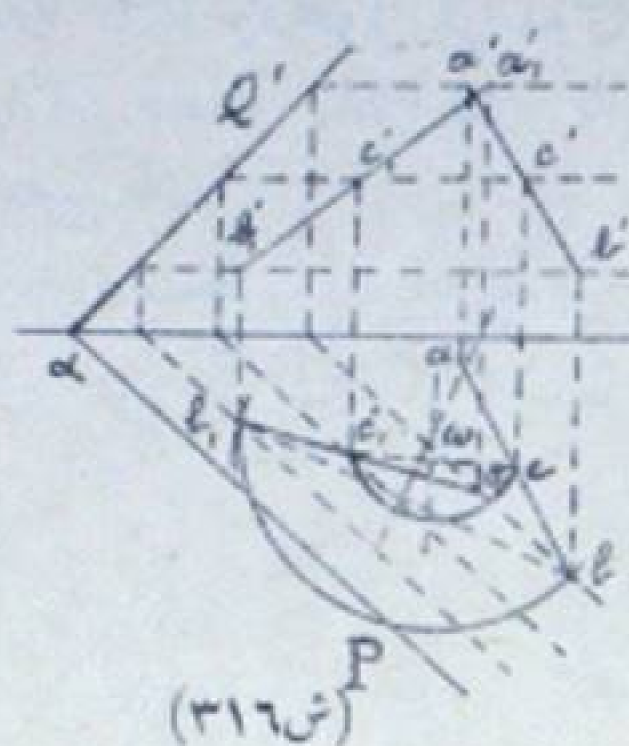
ش ۳۱۵

مسئله ۳۱۶

۴۹۲ - محور قائم دورانرا بقسمی تعیین کنید که اگر صفحه ای حول آن دوران کند بر خطی مرور نماید بنا بر آنکه نقطهٔ معینی از صفحه بر خط مرور کرده باشد.

نقاط aa' و bb' از خط را در نظر میگیریم واضح‌است برای آنکه صفحهٔ $P\alpha Q'$ بر خط $aba'b'$ مرور نماید باید افقیه هائی از صفحه که ارتفاعشان برابر ارتفاع

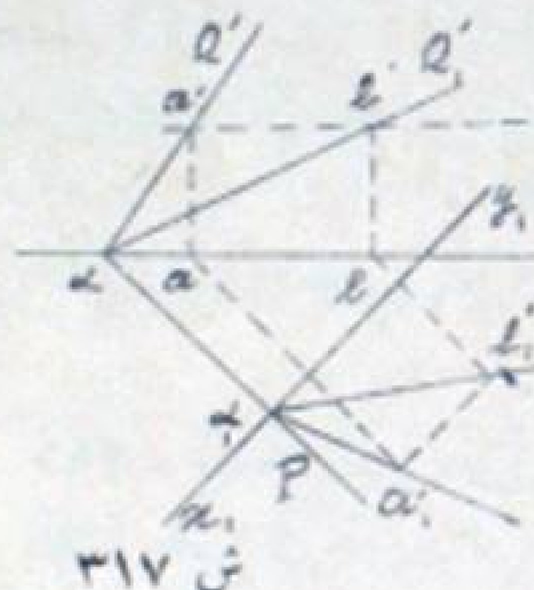
نقاط مزبور است بر همین نقاط بگذرند ولی چون ضمنا باید نقطهٔ معین $c_1c'_1$ واقع بر صفحه نیز بر خط مفروض بگذرد پس برای تعیین محور دوران صفحه افقی بارتفاع c'_1 را رسم مینمائیم خط $aba'b'$ را در نقطهٔ cc' تلاقی مینماید ، بمرکز c_1 و شعاع cb دائره ای رسم نموده افقیهٔ بارتفاع b' را در صفحه رسم میکنیم تا دائره‌را در نقطهٔ b_1 تلاقی نماید محور دوران محل تلاقی عمود های منصف خطوط $b_1b'_1$ و $c_1c'_1$ است (ش ۳۱۶)



(ش ۳۱۶)

مسئله ۳۱۷

۴۹۳ - صفحهٔ $P\alpha Q'$ حول اثر افقی خود $P\alpha$ دوران گرده بقسمی که اثر قائمش بوضع αQ در آمده مقصود تعیین زاویهٔ دوران است.



ش ۳۱۷

صفحه قائم را چنان تغییر میدهیم که صفحات مفروض به منتصب تبدیل شوند باین‌ترتیب که خط‌الارض جدید را عمود بر اثر افقی آنها $P\alpha$ اختیار مینمائیم زاویه‌ ای که بین آثار قائم صفحات در وضع جدید ایجاد میگردد برابر زاویهٔ دوران است زیرا در این وضع محور دوران یعنی $P\alpha$ بمنتصب تبدیل میگردد (ش ۳۱۷)

مسئله ۳۱۸

۴۹۴ - اثر قائم جدید صفحه ایرا تعیین کنید که حول اثر افقی خود بزاویهٔ معین دوران کرده باشد

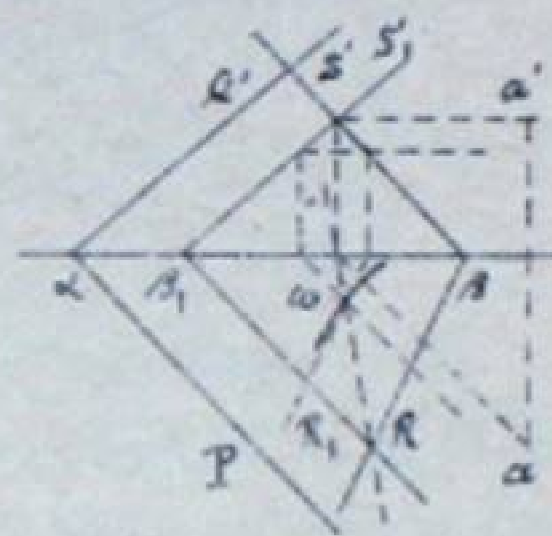
صفحهٔ $P\alpha Q'$ را به منتصب تبدیل مینمائیم از نقطهٔ α_1 خط $\alpha_1a'_1$ را چنان رسم میکنیم که با اثر قائم جدید صفحه زاویهٔ مفروض را احداث نماید این خط اثر قائم جدید صفحه پس از تغییر صفحهٔ قائم است چون تصویر قدیم این خط را بوسیلهٔ رسم رابط تعیین نمائیم $\alpha Q'$ یعنی اثر قائم صفحه پس‌ازدوران معین میگردد (ش ۳۱۷)

مسئله ۳۱۹

۴۹۵ - صفحهٔ $P\alpha Q'$ و نقطهٔ aa' و βR اثر افقی صفحهٔ دیگری مفروض

اند مطلوب تعیین $\beta S'$ است بقسمی که بتوان محور قائمی تعیین کرد که اگر صفحهٔ $R\beta S'$ را حول آن دوران دهیم این صفحه بر نقطهٔ aa' گذشته و بموازات صفحهٔ $P\alpha Q'$ شود بنا بر آنکه فاصله محور دوران و نقطهٔ aa' نیز معین باشد .

جون صفحهٔ $R\beta S'$ باید پس از دوران بر نقطه aa' گذشته و باصفحهٔ $P\alpha Q'$ موازی شود بنابراین اگر از نقطهٔ aa' صفحه‌ای بموازات $P\alpha Q'$ رسم کنیم این صفحه وضع جدید $R\beta S'$ پس از دوران است امامحوردوران از طرفی بر منصف الزاویهٔ آثار افقی دو وضع صفحه یعنی $R\beta$ و $R_1\beta_1$ واقع بوده و از طرف دیگر بر محیط دائره‌ای که بمرکز a و شعاع فاصلهٔ محور و نقطهٔ aa' رسم میشود قرار دارد جون این دو خط را رسم نمائیم از تلاقی آنها ω حاصل میگردد وجون محل تلاقی این محور را با صفحهٔ $R_1\beta_1S'_1$ تعیین کرده بر آن افقیه ای از صفحهٔ $R\beta S'$ مرور دهیم از وصل β به اثر قائم خط اخیر اثر قائم صفحه مطلوب معین میگردد . (ش ۳۱۸)


ش ۳۱۸

مسئله ۳۲۰

۴۹۶ ـ صفحه ایرا حول محور قائم مفروض دوران دهید تا نسبت فواصل دو نقطهٔ معین از آن برابر عدد معلومی شود (هورفر)

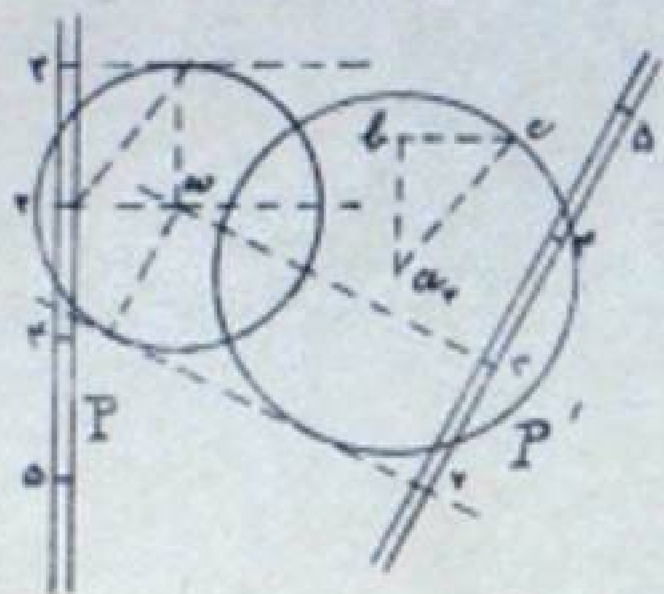
نقطهٔ mm' را بر خط $aba'b'$ چنان تعیین مینمائیم که نسبت قطعات MA و MB به یکدیگر برابر عدد معلوم K شود صفحه $P\alpha Q'$ را حول ω دوران میدهیم تا بر نقطهٔ mm' مرور نماید (مسئله نمره ٤٧٤)

مسئله ۳۲۱

۴۹۷ ـ صفحهٔ P را حول محور قائم ω دوران دهیدتا از نقطهٔ a_1 بفاصله معین l قرارگیرد (هورفر)

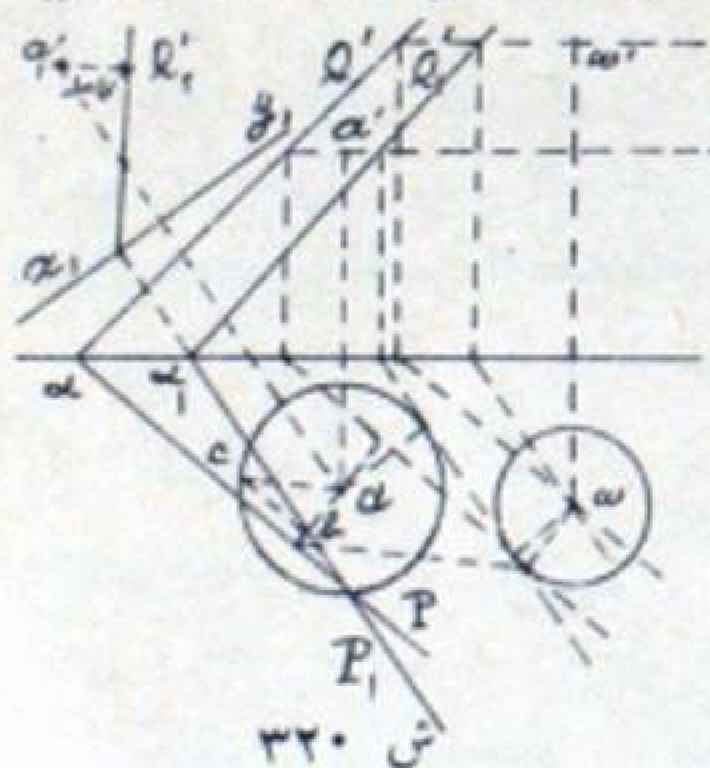
بدوا ملاحظه میکنیم که فاصله نقطهٔ مفروض A از صفحه P ضلع مثلث قائم‌الزاویه ایست که وترش فاصلهٔ نقطهٔ A از افقیه ای بارتفاع همین نقطه از صفحه و یك زاویه اش برابر زاویه صفحه P و صفحه مقایسه (زاویه تسطیحی) است (هندسه رقومی طبع اول نمره ۷۷)، ازطرف دیگر جون صفحه‌ای حول محورقائم‌دوران کند زاویه اش با صفحه مقایسه تغییر نمینماید بنا بر این برای حل این مسئله با

معلومات فاصله صفحه P و نقطه A و زاویه تسطیحی صفحه P مثلث قائم الزاویه abc را بنا میکنیم طول وتراین مثلث یعنی ac برابر فاصله نقطهٔ a_2 از افقیه رقوم ۲ صفحه پس از دوران خواهد بود ، جون بمرکز a و شعاع ac دائره ای رسم نموده بمرکز ω دائره‌ای مماس بر افقیه رقوم ۲ صفحه P مرور دهیم مماس مشترك دو دائره وضع افقیه صفحه P پس از دوران است و جون نقطه تلاقی ω با صفحه P ثابت میماند افقیه مار بر محل تلاقی مزبور را نیز رسم کرده صفحه P' رامشخص میسازیم (ش ۳۱۹) .


ش ۳۱۹

۴۹۸ ـ صفحه $P\alpha Q'$ را حول محور قائم ω دوران دهید تا از نقطهٔ aa' بفاصله معین l قرارگیرد . (هورفر)

جون مانند فوق استدلال کنیم معلوم میشود که باید با معلومات فاصلهٔ l و زاویه تسطیحی صفحه $P\alpha Q'$ مثلث قائم‌الزاویه abc را بنا نموده بمرکز a وشعاع ac دائره‌ای رسم کرد و بمرکز ω دائره‌ای مماس برافقیه‌ای‌از صفحه که بارتفاع a' است‌مروردادمماس‌مشترك این دو دائره وضع افقیه ای از صفحه‌را پس‌از دوران معین میسازد جون افقیه ای را که بر محل تلاقی محور قائم و صفحه میگذرد در وضع جدید صفحه رسم نمائیم آثار صفحه بسهولت معین میشوند (ش ۳۲۰)

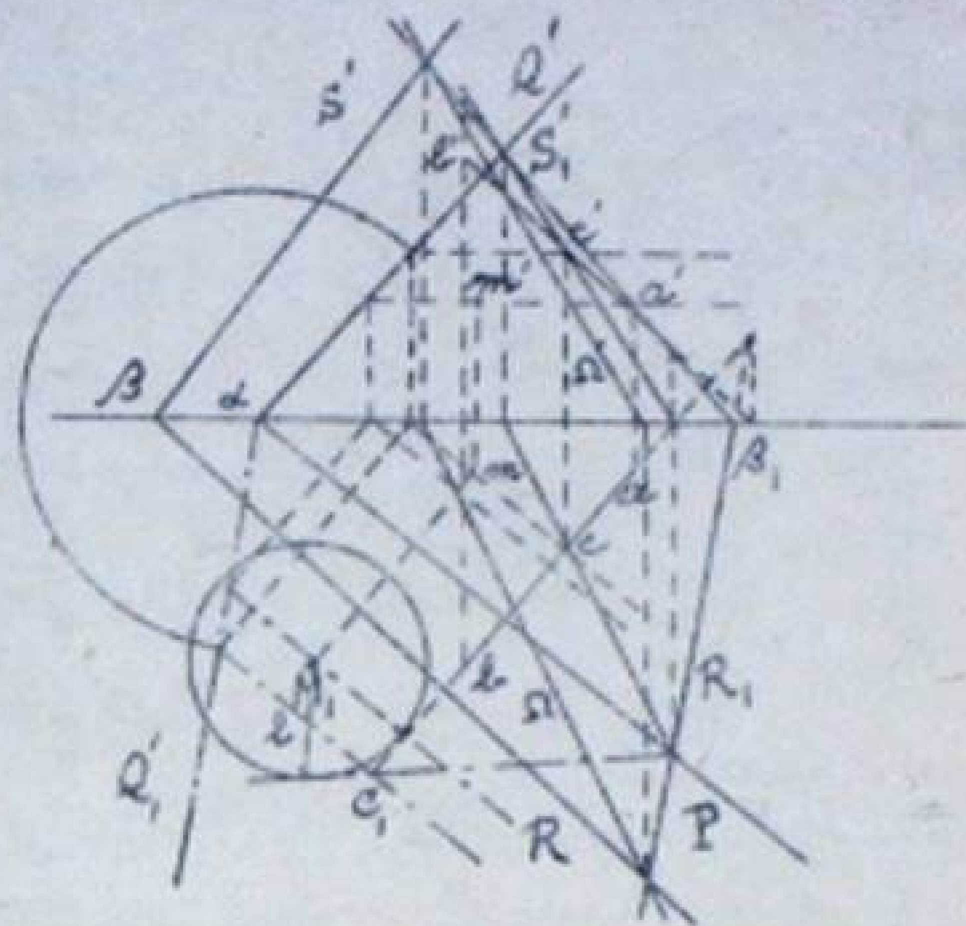

ش ۳۲۰

مسئله ۳۲۲

۴۹۹ ـ محور دورانرا بقسمی تعیین کنید که اگر صفحه ای حول آن دوران نمایدبر خطی معین مرور کرده‌و از نقطه ای‌مفروض‌بفاصلهٔ‌معلومی قرارگیرد . (هورفر)

ابتدا بر خط مفروض $aba'b'$ صفحه ای مرور میدهیم که از نقطهٔ mm' بفاصله

معین l قرار گیرد (مسئله نمره ۲۷۰) از قطع mm' صفحهٔ $P\alpha Q'$ را بر $aba'b'$ عمود نموده، موقع عمود را تعیین میکنیم نقطه cc' است، نقطه mm' و cc' را در صفحه $P\alpha Q'$ تسطیح مینمائیم بمرکز M_1 وشعاع l دائره ای رسم میکنیم از نقطهٔ C_1 مماسی بر آن مرور میدهیم این خط را ترفیع میکنیم صفحه‌ای که بر آن و $aba'b'$ میگذرد از نقطهٔ mm' بفاصلهٔ l قرار دارد حال چون باید صفحه مفروض $R\beta S'$



ش ۳۲۱

براین صفحه منطبق شود پس محور دوران فصل مشترک صفحه $R\beta S'$ وصفحه‌ایست که بر $aba'b'$ و $cdc'd'$ میگذرد (ش ۳۲۱)

مسئله ۳۲۳

۵۰۰ ـ محور قائم دوران را بقسمی تعیین کنید که صفحه مفروض پس از دوران حول آن بر نقطه‌ای بگذرد ، بفرض آنکه فاصله محور دوران از نقطه و همچنین اقصر فاصله محور دوران و اثر افقی صفحه معین باشد (هورفر).

چون فاصله محور دوران از نقطه معین است پس تصویر افقی آن بر محیط دائره ای واقع است که بمرکز تصویر افقی نقطه و شعاع معین رسم گردد همچنین محور دوران بر خطی واقع است که بموازات اثر افقی صفحه و بفاصله اقصر فاصله محور و خط مزبور رسم گردد چون این دو خط را رسم کنیم محور دوران معین میگردد پس از آن صفحه را حول این محوردوران میدهیم تا بر نقطه مفروض بگذرد (مسئله نمره ۴۷۳ و نمره ۴۷۴)

مسئله ۳۲۴

۵۰۱ ـ محور قائم دوران را بقسمی تعیین کنید که صفحه ای مفروض پس از دوران حول آن بر نقطه ای گذشته و موازی با امتدادی شود (هورفر)

از نقطهٔ مفروض بموازات امتداد مفروض رسم مینمائیم محور قائم دوران را بقسمی تعیین میکنیم که بر خط مرسوم بگذرد (مسئله نمره ۴۹۲)

مسئله ۳۲۵

۵۰۲ ـ محور قائم دوران را بقسمی تعیین کنید که اگر صفحه ای حول آن دوران کند نسبت فواصل دو نقطه از آن مساوی مقداری معین بود بعلاوه صفحه پس از دوران بموازات امتدادی مفروض گردد یا عمود بر صفحه ی معین شود . (هورفر)

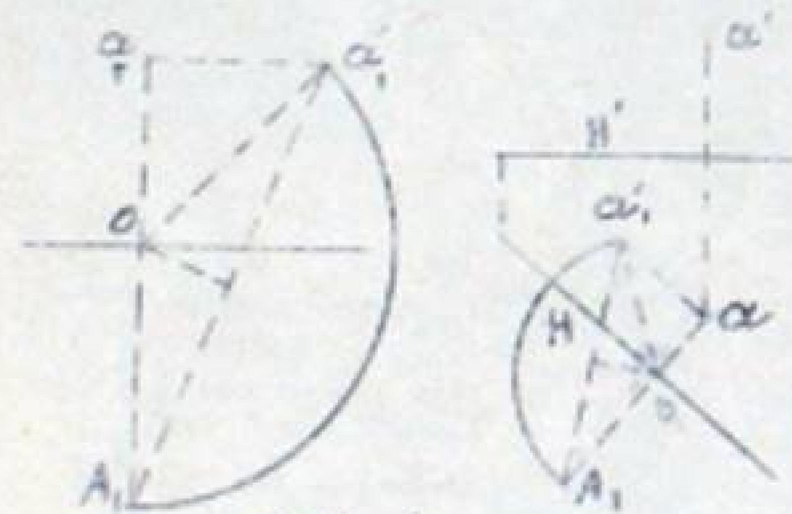
خط واصل بین نقاط مفروضرا به نسبت مزبور تقسیم نموده از این نقطه خطی بموازات امتداد معین یا عمود بر صفحهٔ مفروض رسم مینمائیم محور دورانرا بقسمی تعیین میکنیم که بر این خط بگذرد (مسئله نمره ۴۹۲) .

۳ ـ تسطیح

مسئله ۳۲۶

۵۰۳ ـ تسطیح و ترفیع نقطه و زاویهٔ تسطیحی معین اند مقصود تعیین لولا است .

a_2 (aa') را نقطه و A_1 را تسطیح آن حول لولای غیر معلوم اختیار مینمائیم چون زاویه تسطیحی معین با خط aA_1 از نقطه A_1 زاویه‌ای برابر نصف زاویهٔ مزبور رسم مینمائیم تا عمودی را که از نقطه a بر aA_1 اخراج میشود درنقطه a'_1 تلاقی نماید عمود منصف $A_1 a'_1$ خط aA_1 را در نقطه o تلاقی مینماید بقسمی که لولا خطی است که ازاین نقطه عمودبر aA_1 اخراج شود و ارتفاع آن برابر ارتفاع نقطه a باضافه یا منهای طول aa'_1 است(ش ۳۲۲)



ش ۳۲۲

مسئله ۳۲۷

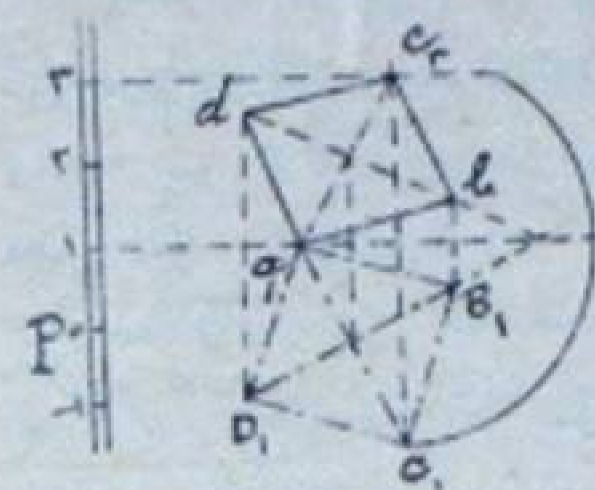
۵۰۴ ـ تصویر و تسطیح نقطه بانضمام اختلاف ارتفاع آن تا لولای نا معلومی مفروض اند . تعیین لولا مطلوب است

از نقطه a عمود aa'_1 را بر aA_1 بطول اختلاف ارتفاع اخراج مینمائیم ،خط aa'_1 را وصل کرده عمود منصف آنرا رسم مینمائیم تا aA_1 را در نقطه o تلاقی نماید از این نقطه عمودی بر aA_1 اخراج میکنیم لولا معین میشود (ش ۳۲۱).

مسئله ۳۲۸

۵۰۵ ـ $a_1 c_2$ قطر مربعی است که شیب صفحه آن معین است مقصود رسم شکل است .

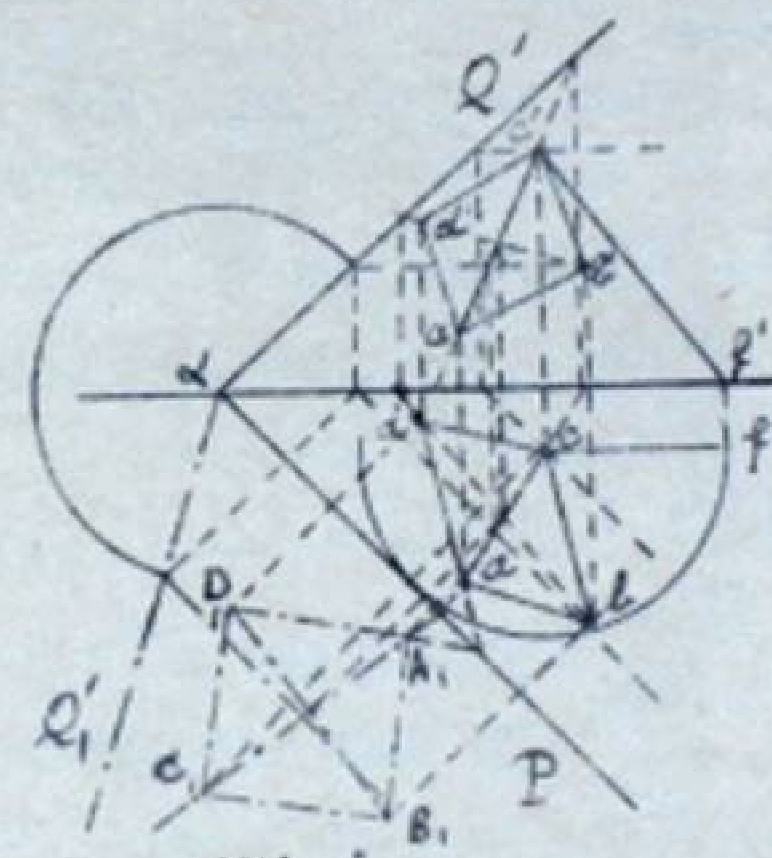
بر خط $a_1 c_3$ صفحه P را بشیب معین مرور میدهیم $a_1 c_3$ را در این صفحه حول لولای رقوم یك صفحه تسطیح نموده بر وسط آن عمودی اخراج میکنیم و ازطرفین آن برابر نصف طول حقیقی قطر جدا میکنیم تسطیح مربع معین میگردد آنرا ترفیع مینمائیم $abcd$ حاصل میگردد (ش ۳۲۳)



ش ۳۲۳

۵۰۶ ـ $aca'c'$ قطر مربعی است که زاویه صفحه آن با صفحه افق معین است مقصود رسم شکل است.

ابتدا بر خط $aca'c'$ صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه افق زاویه معین تشکیل دهد باین ترتیب که بدوا از نقطه اختیاری cc' جبهه ای چنان رسم میکنیم که با صفحه افق زاویه مفروضرا ایجاد نماید بمرکز c و شعاع cf دائرهٔ ای رسم کرده از اثر افقی خط $aca'c'$ مماس بر این دائره مرور میدهیم این خط اثر افقی صفحه مطلوب است که چون محل تلاقی آنرا با خط‌الارض به اثر قائم خط وصل کنیم اثر قائم صفحه معین میگردد حال خط $aca'c'$ را حول اثر افقی صفحه تسطیح کرده بقطر این خط مربع $A_1B_1C_1D_1$ را بنا نموده آنرا ترفیع مینمائیم $abcda'b'c'd'$ حاصل میگردد (ش ۳۲۴)



ش ۳۲۴

مسئله ۳۲۹

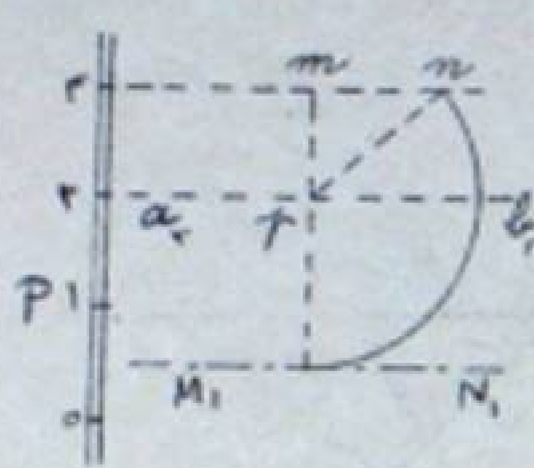
۵۰۷ـ مثلث ABC مفروض است مراکز دوائر محاطی و محیطی، محل تلاقی ارتفاعات و مرکز دائرهٔ نه نقطهٔ آنرا تعیین نمائید

مثلث را حول یکی از افقیه های صفحهٔ خود تسطیح مینمائیم در تسطیح، نقاط مخصوصهٔ فرض مسئله را تعیین کرده آنها را ترفیع میکنیم.

مسئله ۳۳۰

۵۰۸ـ صفحه‌ای را مشخص کنید که افقیه‌ای از آن بانضمام رقوم یکنقطه‌اش معین بوده و فاصله آن از افقیهٔ مفروض نیز مشخص باشد.

افقیه $a_1 b_2$ را اختیار کرده خطی بموازات آن و بفاصلهٔ معین رسم مینمائیم این خط تسطیح افقیه‌ای از صفحه است که اختلاف ارتفاعش نیز معین است با معلومات اختلاف ارتفاع (ضلع) و فاصله مفروض (وتر) مثلث قائم‌الزاویهٔ mnp بنا میکنیم ضلع mn تصویر افقیه ای از صفحه است که ارتفاعش معین فرض شده بنابراین مقیاس شیب صفحه معین میگردد (ش ۳۲۵)



ش ۳۲۵

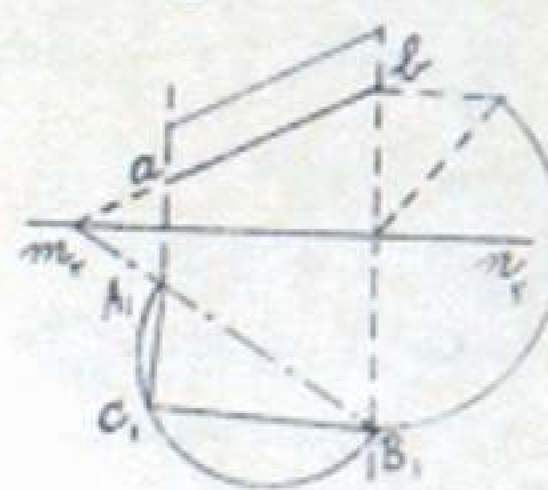
۵۰۹ ـ HH' افقیه‌ای از صفحه نا معلومی است که فاصلهٔ افقیه دیگری از آن بانضمام اختلاف ارتفاعش با HH' معین است مقصود تشخیص صفحه است.

خط Q_1 را بموازات H و بفاصلهٔ معین رسم میکنیم این خط تسطیح افقیهٔ ای ازصفحه است که اختلاف ارتفاع آن نیز معین فرض‌شده پس میتوان بوسیلهٔ مثلث mnp تصویر افقی این افقیه و درنتیجه تصویر قائمش رامعلوم کرده وصفحه را مشخص ساخت. (ش ۳۲۶)

ش ۳۲۶

مسئله ۳۳۱

۵۱۰ـ صفحه P حول افقیه‌ای از صفحه خود مانند $m_1 n_2$ تسطیح شده، A_1 و B_1 تسطیح دو نقط از صفحه حول همین افقیه میباشند اختلاف ارتفاع این نقاط نیز معین است صفحه را مشخص سازید.

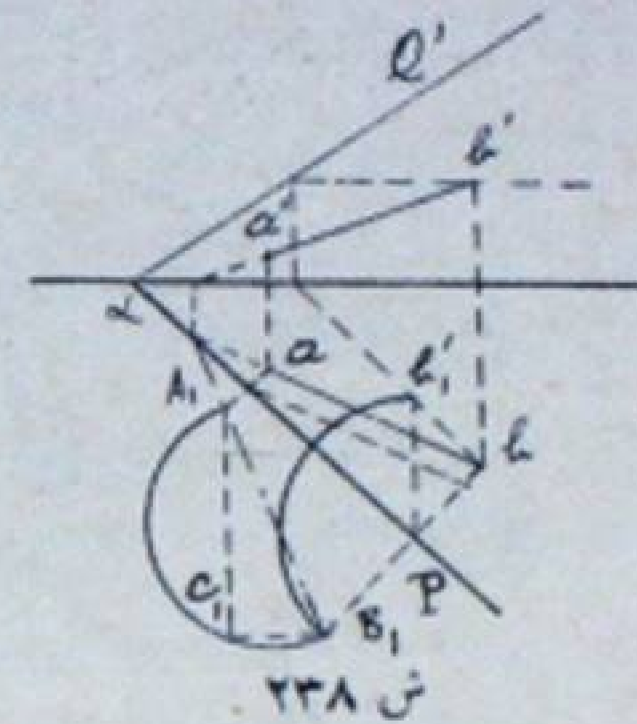


ش ۳۲۷

چون A_1B_1 طول حقیقی خط AB است و اختلاف ارتفاع نقاط B و A معین است باوتر A_1B_1 و اختلاف ارتفاع مزبور مثلث قائم الزاویهٔ $A_1B_1C_1$ را بنا مینمائیم ضلع دیگر این مثلث یعنی B_1C_1 مساوی طول تصویر خط است، حال اگر از نقاط B_1 و A_1 بر لولا عمود فرود آورده بین این دو خط متوازی طول B_1C_1 را محصور نموده و از محل تلاقی A_1B_1 و لولا بموازات آن رسم نمائیم ab و در نتیجه صفحه مشخص میگردد. (ش ۳۲۷)

۵۱۱ ـ $P\alpha$ اثر افقی صفحه و A_1 و B_1 تسطیح دو نقطه از آن بانضمام

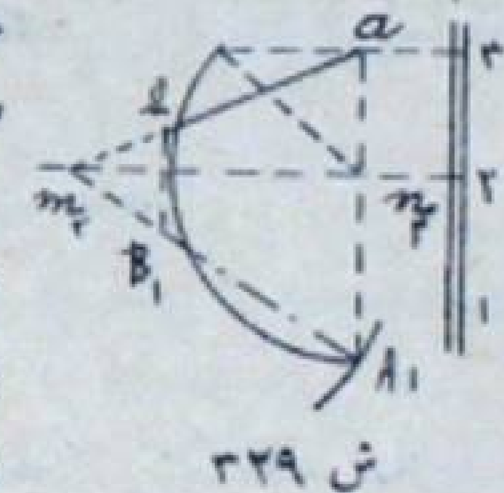
اختلاف ارتفاع این نقاط معین اند اثر قائم صفحه مطلوب است .


ش ۲۳۸

با وتر A_1B_1 وضلع اختلاف ارتفاع مثلث قائم الزاویهٔ $A_1B_1C_1$ رارسم مینمائیم ضلع دیگر این مثلث یعنی B_1C_1 مساوی طول تصویر افقی خط AB است . حال از نقاط A_1 و B_1 دو عمود بر $P\alpha$ فرود آورده مابین آنها B_1C_1 را محصور مینمائیم A_1B_1 را امتداد میدهیم $P\alpha$ را در نقطه d تلاقی مینماید از این نقطه بموازات خط محصور رسم میکنیم ab ودرنتیجه اثر قائم صفحه معین میگردد(ش ۳۲۸)

مسئله ۳۳۲

۵۱۲ ـ نقطهٔ غیرمدرج a وافقیهٔ m_2n_2 و نقطه B_1 تسطیح یکی ازنقاط صفحه‌ای که بر نقاط A و B و خط MN میگذردمفروض اند بعلاوه فاصله حقیقی نقاط A و B نیز معین است ، صفحه رامشخص سازید .


ش ۳۲۹

از نقطهٔ a عمودی بر لولای m_2n_2 فرود میاوریم چون طول حقیقی خط AB معین است پس اگر بمرکز B_1 و شعاع مزبور دائره ای رسم نمائیم ایندائره خط عمودرا در نقطهٔ A_1 که تسطیح نقطه a است تلاقی خواهد کرد بنابراین a و A_1 ترفیع وتسطیح یك نقطه از صفحه حول لولای m_2n_2 معین میگردند پس صفحه مشخص میشود (ش ۳۲۹)

۵۱۳ ـ B_1 تسطیح یك نقطه از صفحه مار بر افقیهٔ HH' است a تصویر افقی نقطه ای از صفحه بوده بعلاوه طول حقیقی AB نیز مفروض مقصود رسم صفحه است

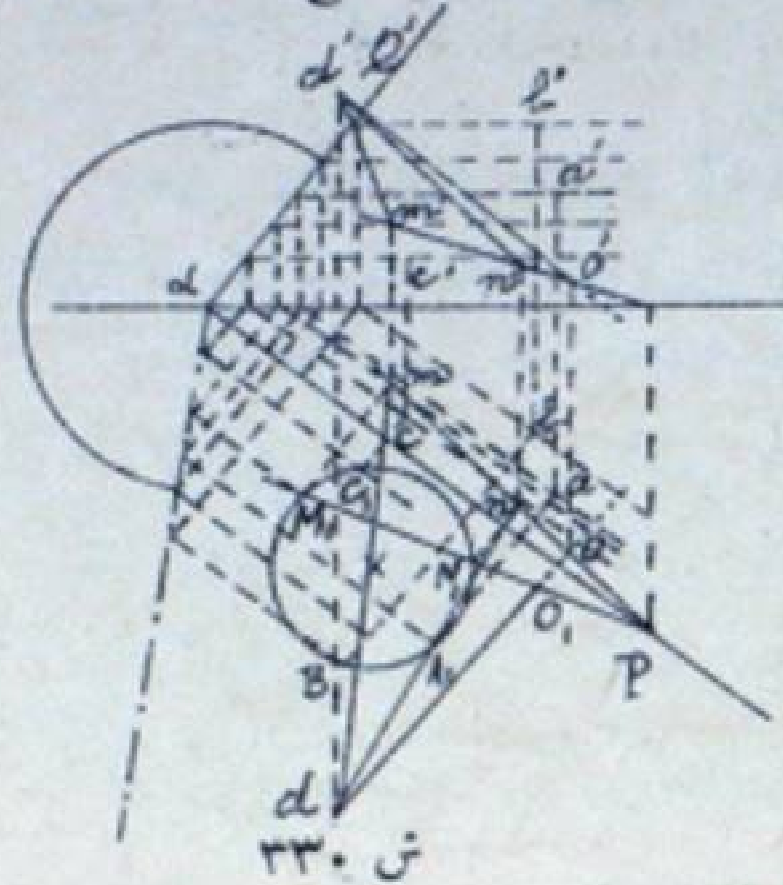
از نقطهٔ a عمودی بر H فرود آورده بمرکز B_1 و شعاع فاصله حقیقی نقاط A و B دائره ای رسم مینمائیم تا عمود مرسوم را در نقطه A_1 که تسطیح a است تلاقی نماید پس بوسیله $H'H$ و ترفیع و تسطیح نقطه A صفحه مشخص میشود.

مسئله ۳۳۳

۵۱۴ ـ چهار نقطهٔ aa' و bb' و cc' و dd' مفروض است بر دائره مار

به نقاط aa' و bb' و cc' نقطه ای تعیین کنید که به dd' نزدیکتر یادورتر باشد.

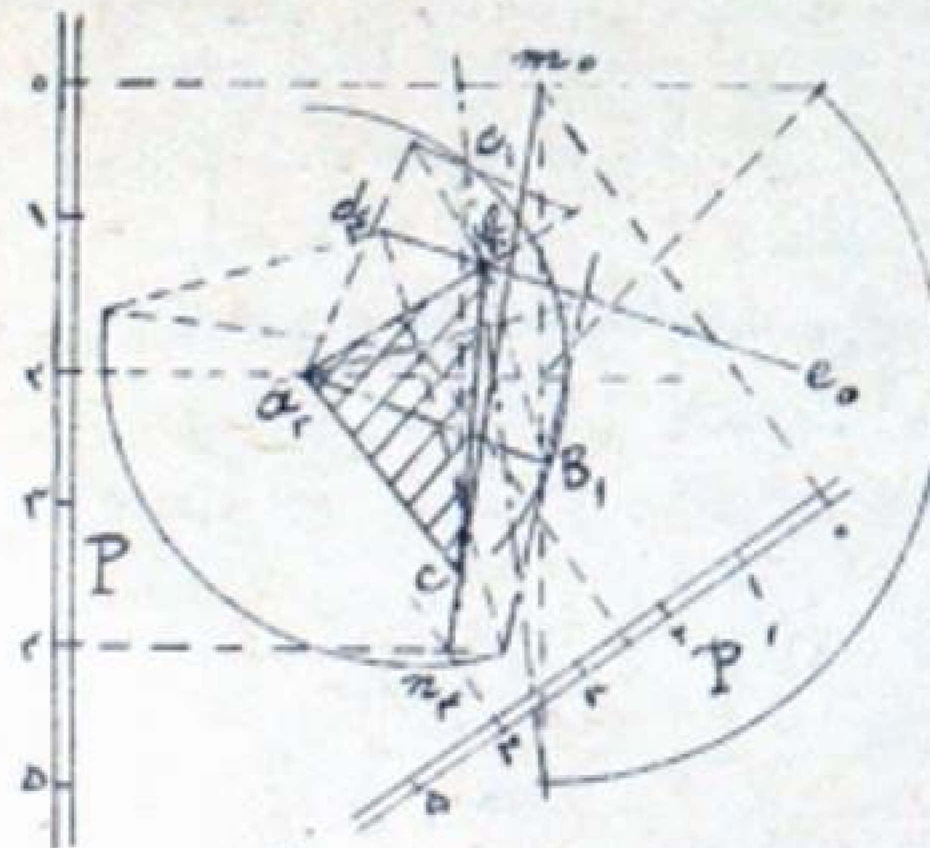
از نقطهٔ dd' عمودی بر صفحه $abca'b'c'$ فرود آورده موقع عمودرا حول یکی از افقیه های صفحه تسطیح مینمائیم دائرهٔ مار بر نقاط aa' و bb' و cc' را در تسطیح رسم نموده از O_1 که تسطیح موقع عمود است بمرکز این دائره وصل میکنیم این خط محیط دائره را در نقاط M_1 و N_1 تلاقی میکند ترفیع این نقاط جوابهای مسئله اند (از مایلهای مختلف البعد از موقع عمود آنکه اقصراست بعدش کمتر است و آنکه اطولش بعدش بیشتر).(ش ۳۳۰)


ش ۳۳۰

مسئله ۳۳۴

۵۱۵ ـ نقطهٔ a_2 راس مثلث متساوی الاضلاعی واقع بر صفحه مفروض P است یکی از رؤس این مثلث بر خط e_0d_1 خارج صفحه واقع است مثلث را رسم کنید بفرض آنکه طول ضلع آن متساوی l بوده و راس دیگرش نیز بر صفحه P واقع باشد (هورفر)

بدواً بر خط e_0d_1 نقطه ای تعیین مینمائیم که از نقطهٔ a_2 بفاصلهٔ l باشد باین ترتیب که صفحه $a_2e_0d_1$ راحول افقیهٔ مار بر a_2 تسطیح نموده بمرکز a_2 وشعاع l دائره ای رسم مینمائیم تا تسطیح خط e_0d را در نقطهٔ B_1 تلاقی نماید ترفیع نقطه B_1 رأس دوم مثلث است ، حال بروسط خط a_2b_2 صفحه ای عمود کرده فصل مشترك آنرا تا صفحه P تعیین مینمائیم تمام نقاط این فصل مشترك از دو نقطهٔ a_2 و b_2 متساوی الفاصله اند بر این خط نقطهٔ تعیین مینمائیم که از یکی از دو نقطه a_2 و b^2 بفاصلهٔ

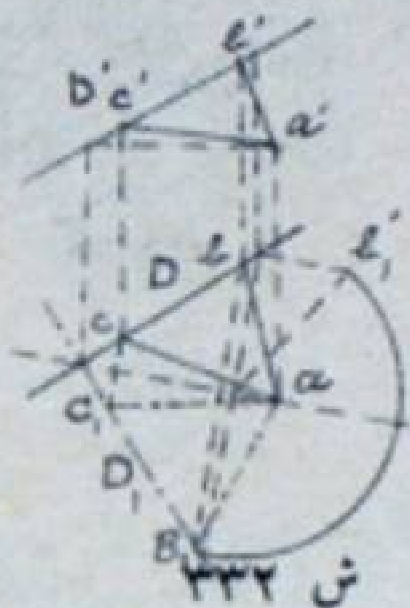

ش ۳۳۱

معین l قرار گیرد نقطه c یعنی رأس سوم مثلث بدین ترتیب بدست آمده مثلث abc مشخص میگردد . (ش ۳۳۱)

مسئله ۳۳۵

۵۱۶ ـ نقطهٔ aa' وامتداد DD' مفروض اند مثلث متساوی الاضلاعی بنا کنید که یکرأسش aa' بوده و رؤس دیگرش برامتداد مزبور منطبق باشند

از نقطهٔ aa' خطی چنان رسم مینمائیم که با DD' زاویهٔ $60°$ احداث نمایند باین طریق که بر نقطهٔ aa' افقیه‌ای ازصفحهٔ $aa'DD'$ مرور داده خط DD' را حول آن تسطیح مینمائیم از نقطهٔ a خطوط aB_1 و aC_1 را طوری رسم میکنیم که با D_1 زاویهٔ $60°$ احداث کنند ترفیع نقاط B_1 و C_1 را بدست میاوریم مثلث $a'b'c'abc$ جواب مسئله است (ش ۳۳۲)



ش ۳۳۲

مسئله ۳۳۶

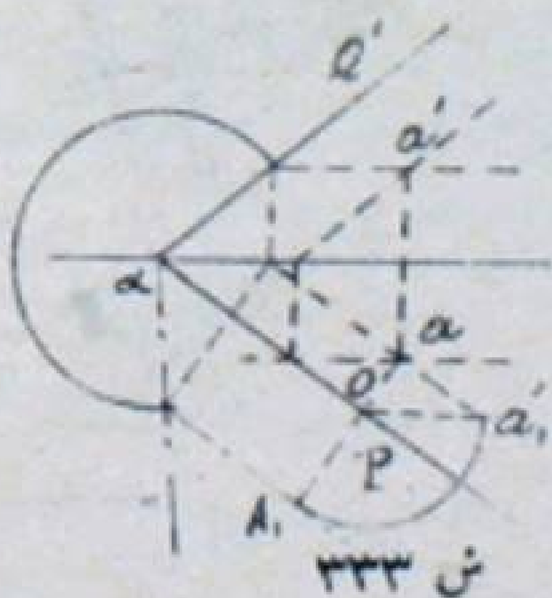
۵۱۷ ـ بر دائره‌ای که بنقاط A و B و C میگذرد مماسی بموازات امتداد معین واقع در صفحهٔ دائره رسم نمائید

صفحهٔ ABC راحول یکی ازافقیه‌های خود تسطیح مینمائیم تسطیح امتدادمفروض را نیز معلوم میکنیم از مرکز دائره ای که بر تسطیح A و B و C میگذرد عمودی بر تسطیح امتداد فرود میاوریم این خط دائرهٔ را در نقطه ای تلاقی مینماید ازآن بموازات امتداد رسم کرده خط اخیر را ترفیع میکنیم جواب مسئله است

مسئله ۳۳۷

۵۱۸ ـ اثر قائم صفحه‌ایرا تعیین کنید در صورتیکه $P\alpha$ اثر افقی آن معین بوده و A_1 تسطیح نقطه A حول $P\alpha$ بر صفحه افق نیز معلوم باشد بعلاوه اولا بعد نقطه A ثانیا ارتفاع آن معین باشد

اولا از نقطه A_1 عمودی بر $P\alpha$ فرود میاوریم چون بعد نقطه A معین است خطی بموازات خط الارض وبفاصله بعد مزبور رسم میکنیم تا عمود را تلاقی نماید نقطه a یعنی تصویر افقی A معین میگردد مثلث قائم‌الزاویهٔ oaa'_1 را بنا مینمائیم ارتفاع a و در نتیجه a' معلوم میگردد اثر قائم صفحه را بوسیله



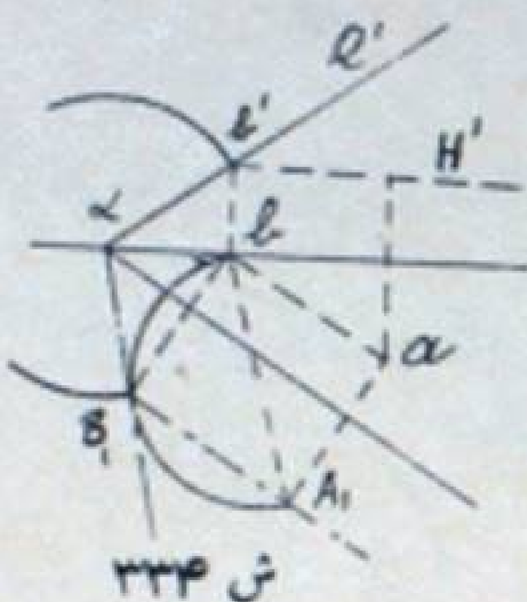
ش ۳۳۳

وصل کردن α به اثر قائم افقیهٔ ماربر a معین مینمائیم . ثانیا چون ارتفاع نقطه A معین است با معلومات OA_1 وارتفاع مزبور مثلث قائم‌الزاویهٔ oaa'_1 را رسم مینمائیم وماتند اولا عمل میکنیم (ش ۳۳۳)

مسئله ۳۳۸

۵۱۹ ـ اثر قائم صفحه و تسطیح نقطهٔ ای از آن حول اثر افقی بانضمام ارتفاع همین نقطه مفروض اند اثر افقی صفحه مطلوب است .

بارتفاع مفروض نقطه افقیه H' را رسم مینمائیم تا اثر قائم صفحه را در نقطه b' تلاقی نماید بمرکز α وشعاع $\alpha b'$ دائره‌ای‌رسم مینمائیم تادائره بقطر $A_1 b$ را در نقطه B_1 که متعلق به‌تسطیح‌اثر قائم است‌تلاقی کند A_1B_1 راوصل‌نموده‌از نقطهٔ α بموازات A_1B_1 رسم میکنیم خط مرسوم اثر افقی مطلوب‌است(ش ۳۳٤) .

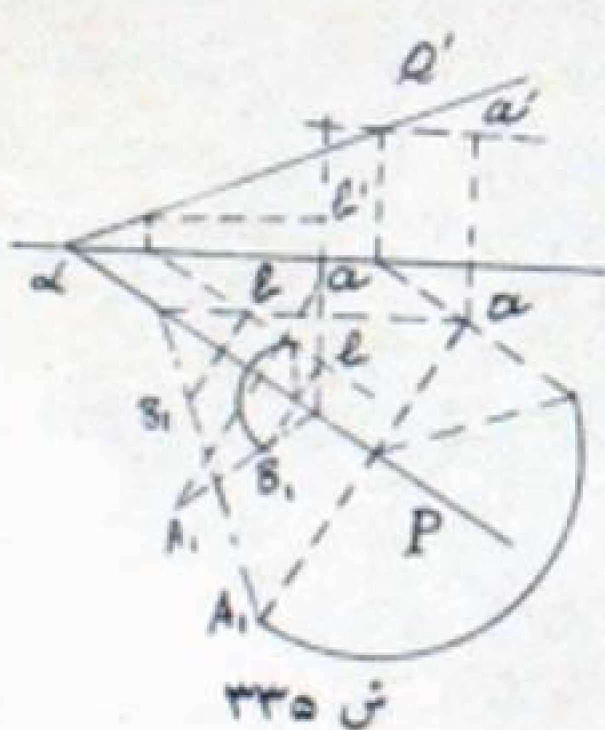


ش ۳۳۴

مسئله ۳۳۹

۵۲۰ ـ اثر افقی صفحه و تسطیح دو نقطهٔ آن حول این خط معلوم اند رسم اثر قائم صفحه مطلوب است بنابر آنکه اولا نقاط متحدالبعد بوده وثانیا بر یك صفحه نیمرخ واقع باشند .

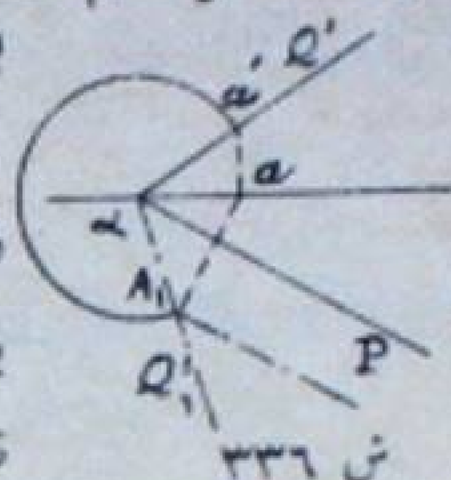
خط A_1B_1 را که تسطیح دو نقطه‌از صفحه است امتداد میدهیم تا اثر افقی صفحه را درنقطهٔ c تلاقی نماید چون بفرض اولا نقاط متحدالبعداند پس ترفیعشان برخطی واقع است که‌از نقطهٔ c بموازات خط الارض رسم گردد چون‌این‌خط‌را‌رسم کرده‌از‌نقاط A_1 و B_1 دوعمودبر $P\alpha$ فرود آوریم b، a ترفیع نقاط و در نتیجه ارتفاعشان معین میگردد یعنی صفحه مشخص میشود(ش ۳۳۵) . ثانیاً چون بایدنقاط بریك صفحهٔ نیمرخ قرار داشته باشند پس ترفیع آنها بر نیمرخی‌واقع‌است که‌از نقطهٔ c رسم شود اینخط را رسم نموده‌ترفیع نقاط A و B را تعیین میکنیم و صفحه را معین مینمائیم (ش ۳۳۵)



ش ۳۳۵

مسئله ۳۴۰

۵۳۱ - اثر قائم صفحه ایرا تعیین کنید بفرض آنکه اثر افقی آن و زاویهٔ بین آثار معین باشد.

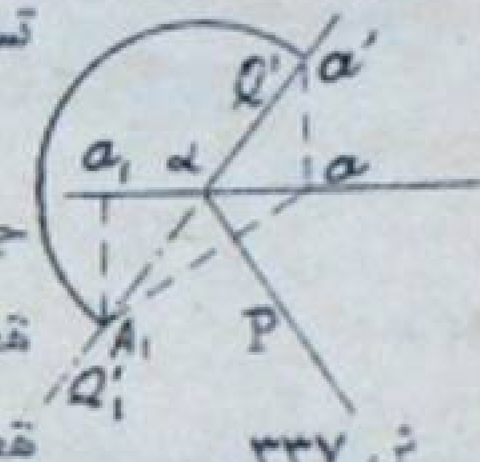


ش ۳۳۶

خط $\alpha Q'_1$ را چنان رسم میکنیم که با αP زاویه‌مفروض را احداث نماید از نقطهٔ اختیاری A_1 واقع بر $\alpha Q'_1$ عمودی بر αP فرود میاوریم تا خط الارض را در نقطهٔ a تلاقی نماید رابط این نقطه را رسم مینمائیم بمرکز α و αA_1 دائره‌ای رسم میکنیم تا رابط مزبور را در نقطهٔ a' تلاقی کند $\alpha a'$ اثر قائم صفحه است (ش ۳۳۶)

مسئله ۳۴۱

۵۳۲ - اثر قائم صفحه ایرا تعیین کنید که اثر افقی آن معین بوده بعلاوه تسطیح اثر قائم بر امتداد همین خط قرار گیرد.



ش ۳۳۷

طولهای αa و αa_1 را بر خط‌الارض برابر یکدیگر جدا مینمائیم از نقطه α عمودی بر αP فرود آورده و از نقطه a_1 عمودی بر خط‌الارض اخراج مینمائیم ایندوخط از نقطهٔ A_1 که تسطیح نقطه ای از اثر قائم است تلاقی مینمایند پس اثر قائم صفحه خطی‌است که بین A_1 و α را وصل مینماید (ش ۳۳۷)

مسئله ۳۴۲

۵۳۳ - بر نقطهٔ مفروض بر یکی از دو اثر صفحه خطی چنان رسم کنید که اثر دیگر را قطع کرده و تشکیل مثلثی بمساحت معین دهد

صفحهٔ راحول اثرافقی‌خود تسطیح مینمائیم فرض میکنیم نقطه بر اثر افقی‌صفحه واقع باشد چون فاصله این نقطه ازتسطیح اثرقائم معین میگردد پس ارتفاع‌مثلثی که‌مساحتش‌معین‌است‌بدست میاید یعنی‌قاعده آن نیز مشخص‌میگرددومثلث‌رسم‌میشود

مسئله ۳۴۳

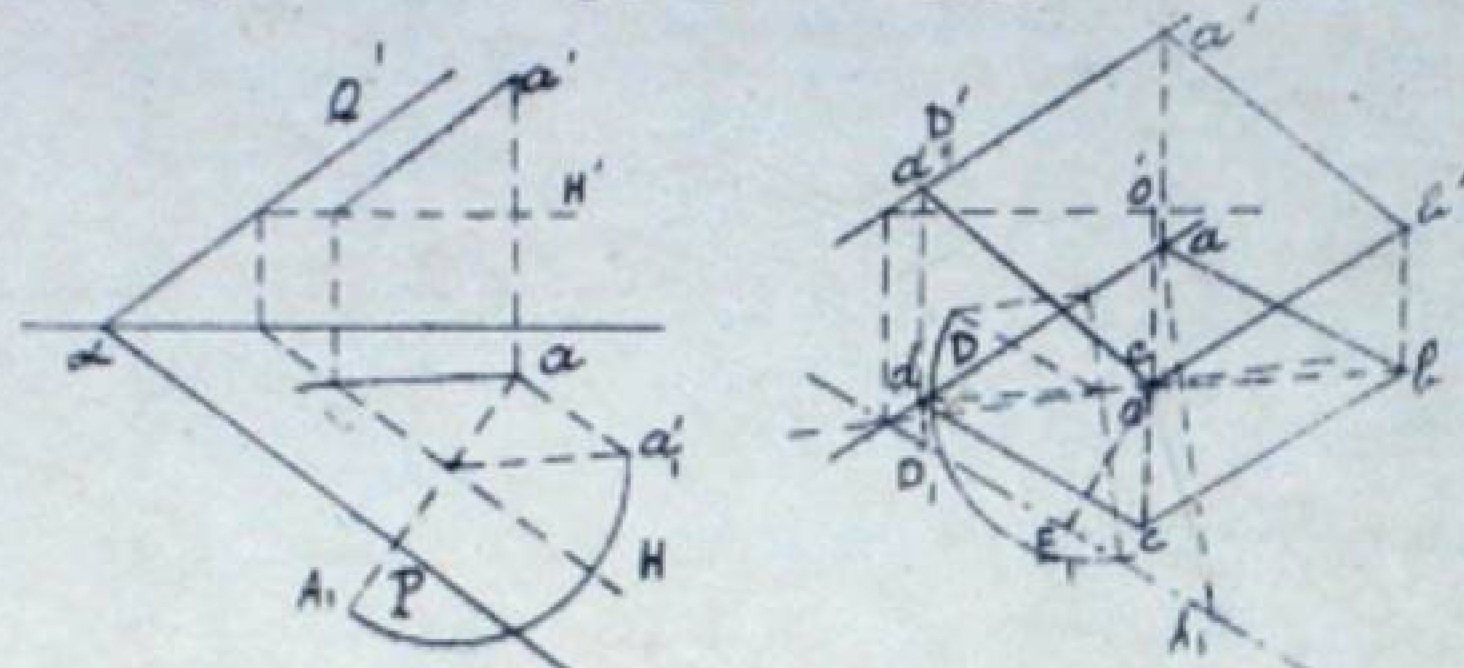
۵۳۴ - مربعی بنا کنید که تصاویر مرکزو تصاویر امتداد یك ضلع آن معین است

صفحه ای که بر مرکز oo' و امتداد DD' میگذرد حول افقیه مار بر oo' تسطیح مینمائیم از نقطهٔ o که بر تسطیح خود منطبق است عمود oE_1 را بر D_1 فرود میاوریم این خط برابر نصف ضلع مربع است چون طول $E_1 A_1$ را بر D_1 برابر oE_1 جدا کنیم مثلث $o E_1 A_1$ تسطیح ثمن مربع مطلوب است که چون

آنرا ترفیع کنیم ترفیع مربع نیز معین میگردد (ش ۳۳۸)

مسئله ۳۴۴

۵۳۵ - بر صفحهٔ مفروض نقطه ای تعیین کنید که ارتفاع آن بانضمام



ش ۳۳۹ ش ۳۳۸

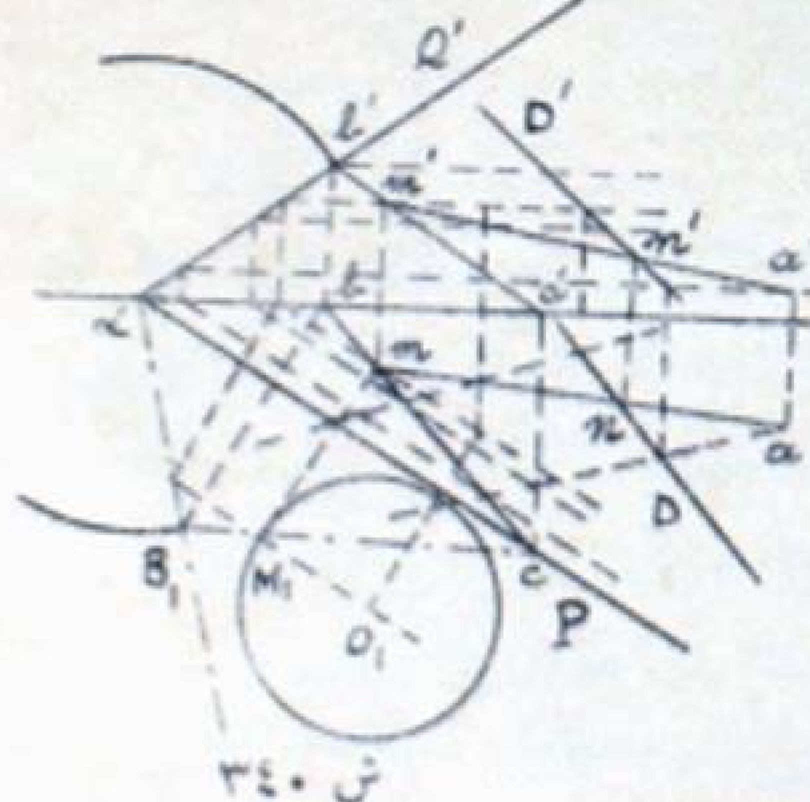
فاصله اش از نقطه‌ای خارج صفحه معلوم باشد

در صفحهٔ افقیه HH' را بارتفاع معین رسم میکنیم نقطهٔ aa' را در صفحهٔ $aa'HH'$ حول‌افقیهٔ مزبورتسطیح مینمائیم بمرکز A_1 وشعاع مفروض دائره‌ای رسم‌میکنیم تا H را درنقطهٔ b تلاقی کند تصویرقائم این‌نقطه را معین‌مینمائیم جواب مسئله‌است(ش ۳۳۹)

مسئله ۳۴۵

۵۳۶ - از نقطهٔ مفروض aa' خطی رسم کنید که‌متکی برخط معین DD' و محیط دائره ی بمرکز و شعاع معین باشد

جون جمیع خطوطی که‌از نقطهٔ aa' گذشته و متکی بر DD' اند در صفحه‌ای واقع اند که بر aa' و DD' میگذرد



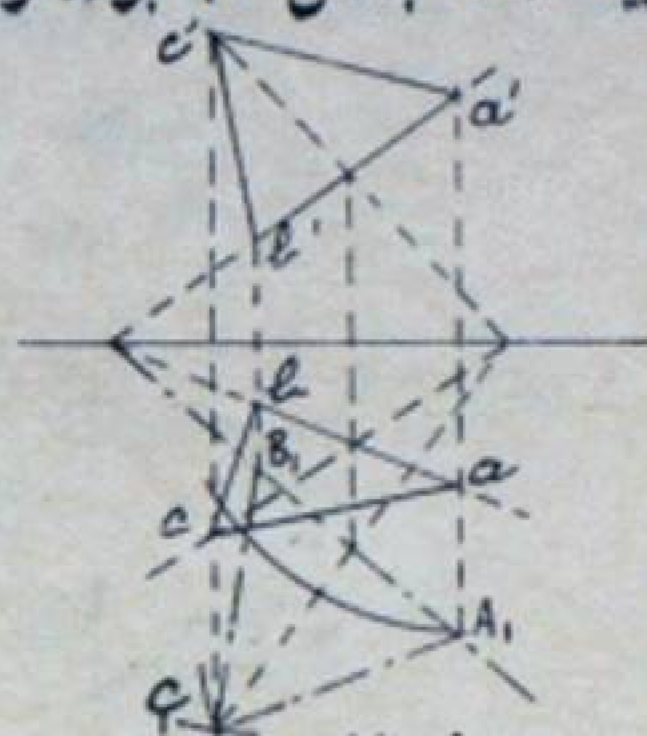
ش ۳٤۰

پس باید بین خطوط این صفحهٔ‌خط‌مطلوب را بدست آورد . فصل مشترك صفحهٔ مزبور را با صفحه دائره تعیین مینمائیم $bcb'c'$ است این خط را حول افقیه ای ار صفحهٔ دائره تسطیح مینمائیم تسطیح دائره را نیز حول همین افقیه رسم‌میکنیم تسطیح فصل مشترك یعنی B_1C_1 دائره‌را در نقطه M_1 تلاقی مینماید این نقطه را ترفیع کرده آنرا به aa' وصل مینمائیم تا خط DD' را در نقطهٔ nn' تلاقی نماید (ش ۳٤۰)

مسئله ۳۴۶

۵۲۷ ـ مثلثی متساوی الاضلاع در صفحهٔ مار بر خط الارض قرار دارد زاویهٔ صفحه با افق °۶۰ بوده و تصاویر افقی دورأس مثلث معین است رسم مثلث مطلوب است .

چون زاویهٔ تسطیحی برابر °۶۰ است پس تسطیح نقاط a و b یعنی رؤس مثلث را تعیین مینمائیم با خط $A_1 B_1$ مثلث متساوی الاضلاع $A_1B_1C_1$ را بنامینمائیم رأس C_1 را ترفیع مینمائیم $a'b'c'abc$ تصاویر مثلث مطلوب حاصل میشوند (ش ۳۴۱)



ش ۳۴۱

مسئله ۳۴۷

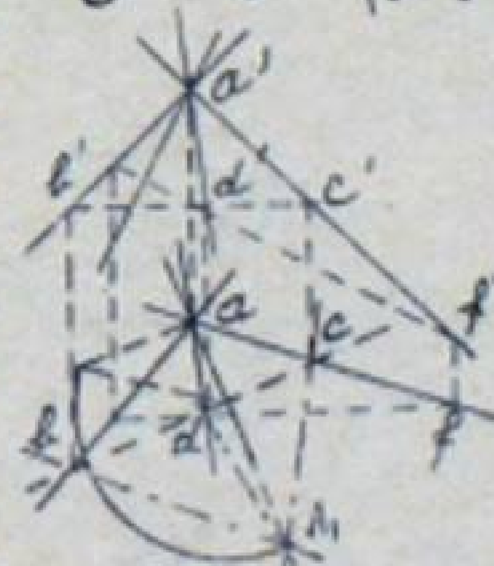
۵۲۷ ـ تصاویر کثیر الاضلاع منتظمی را رسم کنید که تصاویر مرکز و تصویر افقی رأس و عده اضلاع آن معین بوده بعلاوه صفحهٔ آن بر خط الارض میگذرد .

صفحه‌مار بر خط الارض را حول همین خط تسطیح مینمائیم ، دائره محیطی کثیر الاضلاع را در تسطیح رسم میکنیم در دائره مرسوم کثیر الاضلاع منتظم را محاط کرده آنرا ترفیع میکنیم

مسئله ۳۴۸

۵۲۹ ـ مکان هندسی نقاطیرا که از دو خط متقاطع بیک فاصله اند رسم کنید

میدانیم مکان هندسی نقاطی که از دوخط متقاطع متساوی الفاصله اند درصفحه‌ای واقع اند که برمنصف الزاویهٔ دو خط گذشته و عمودبر صفحه آنها باشد (نمره ۳۱۱) بنابراین صفحه $abca'b'c'$ را حول افقیه‌ای از آن تسطیح مینمائیم منصف الزاویه A_1 را رسم نموده آنرا ترفیع میکنیم از نقطهٔ aa' عمودی بر صفحهٔ $abca'b'c'$ اخراج مینمائیم صفحه‌ای که براین عمود و ترفیع منصف الزاویه مرور نماید جواب مسئله است (ش ۳۴۲)



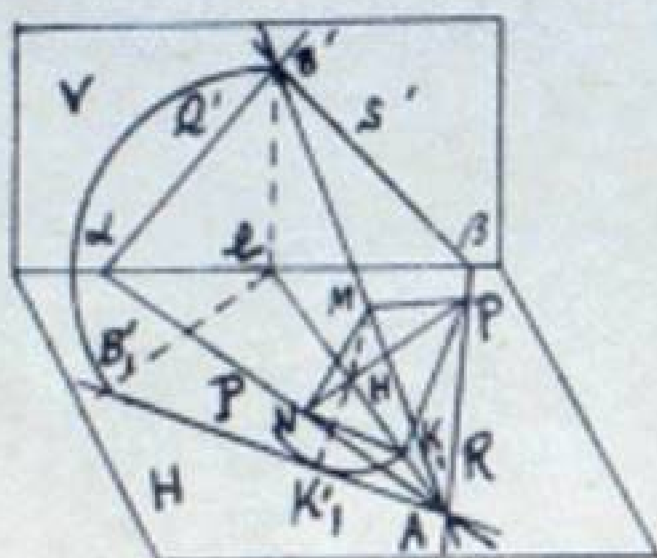
ش ۳۴۲

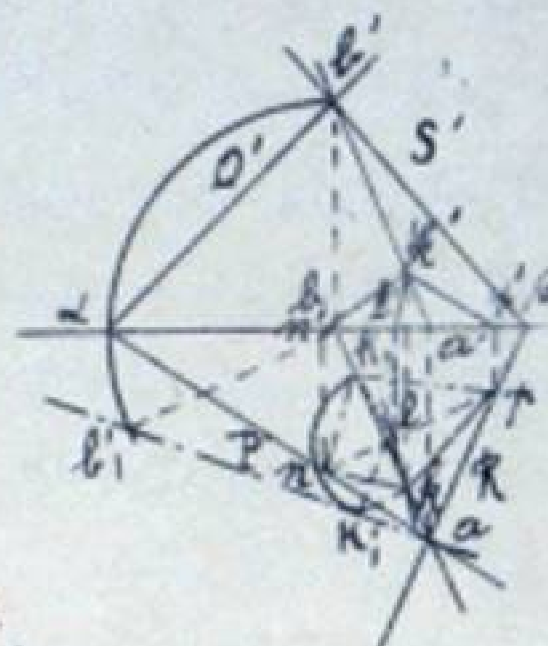
مسئله ۳۴۹

۵۳۰ ـ مسطحهٔ فرجهٔ دو صفحهٔ $P\alpha Q'$ و $R\beta S'$ را رسم نمائید .

H_1V را صفحات تصویر اختیار مینمائیم صفحات $P\alpha Q'$ و $R\beta S'$ در فصل مشترک

AB' یکدیگر را تلاقی کرده باشند Ab تصویر افقی فصل مشترک است ، چون از نقطه M واقع بر AB' دو عمود MN و MP را درصفحات مزبور برفصل‌مشترک اخراج نمائیم خط PN که بین آثار افقی‌این خطوط را وصل مینماید بر تصویرافقی فصل مشترک یعنی Ab عمود خواهد بود حال چون M را به محل تلاقی PN و Ab یعنی به نقطهٔ H وصل نمائیم این خط از طرفی بر AB' و از طرف دیگر بر PN عمود است زیراچون اولا درصفحه PMN واقع است پس برخط AB' عمود میگردد و ثانیا بمناسبت آنکه PN برصفحه AbB' عمود میباشد بنابراین بر MH نیزعمودمیگردد





ش ۳۴۳

و از اینجا معلوم میشود که MH عمود مشترک بین AB' و PN است میتوان‌طول HM را بوسیلهٔ تسطیح مثلث AbB' حول Ab بر صفحه H و رسم عمود HK'_1 بر AB'_1 بدست آورد و باین‌ترتیب مثلث PNK_1 رابوسیلهٔ معلومات قاعده PN و موقع ارتفاع H و طول ارتفاع معین $HK'_1 = Hk_1$ رسم نمود پس ازرسم‌مثلث زاویه PN_1N برابر مسطحه فرجهٔ دو صفحه است (ش ۳۴۳)

در ملخص pn را بر نقطهٔ h از تصویر افقی فصل مشترک دوصفحه عمودمینمائیم فصل مشترک را حول ab بر صفحه افق تسطیح میکنیم از نقطهٔ h عمودی‌برتسطیح مزبور فرود آورده بمرکز h و شعاع hk'_1 قوسی رسم مینمائیم تا ab را در نقطهٔ K_1 تلاقی کندزاویهٔ pK_1n برابر زاویه‌بین صفحات مفروض‌است(ش ۳۴۳) برای تعیین تصویر اینزاویه کافی است از نقطه K'_1 عمودی بر ab فرود آوریم تا اینخطرا در نقطهٔ K تلاقی کند $pKnp'k'n'$ تصویر زاویه مزبور است

مسئله ۳۵۰

۵۳۱ ـ مکان‌هندسی‌نقاط متساوی‌البعد از دو صفحه متقاطع‌راتعیین‌نمائید

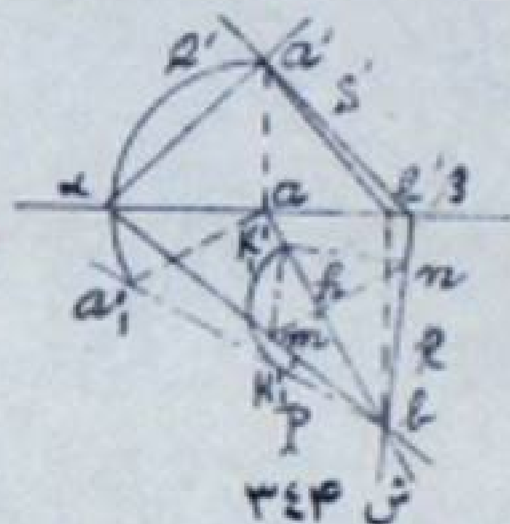
میدانیم نقاط متساوی‌البعد از دو صفحه متقاطع در صفحه ای واقع اند که‌برفصل مشترک و منصف‌الزاویه فرجه صفحات مرور مینماید بنابراین مانند مسئله فوق‌منصف

الزاویه $K_1 l$ رادر تسطیح رسم نموده نقطه l را به κ که راس زاویه است وصل مینمائیم صفحهٔ مار بر κl و ab جواب مسئله است (ش ۳۴۳) .

مسئله ۳۵۱

۵۳۲ ـ بر خط $aba'b'$ که در صفحهٔ $P\alpha Q'$ واقع است صفحه‌ای مرور دهید که با صفحه مزبور زاویهٔ α احداث نماید .

aa' و bb' را آثار خط فرض مینمائیم بر نقطه اختیاری h واقع بر ab عمودی بر این خط اخراج مینمائیم تا $P\alpha$ را در نقطهٔ m تلاقی نماید خط $aba'b'$ را به جهیه تبدیل مینمائیم از نقطه h عمودی بر ba'_1 تصویر قائم جدید این جهیه فرودمیاوریم بمرکز h وشعاع $h\kappa'_1$ دائره ای رسم میکنیم تا ab رادر نقطه K_1 تلاقی کند $K_1 m$ را وصل کرده از نقطه K_1 خطی چنان رسم مینمائیم که با $K_1 m$ زاویه α را احداث کند این خط را امتداد میدهیم تا mh رادر نقطه n تلاقی کند bn اثر افقی صفحه مطلوب است چون این خط را امتداد دهیم خط الارض را در نقطه β تلاقی مینماید $\beta a'$ اثر قائم صفحه میشود (ش ۳۴۴)



ش ۳۴۴

تمرینات

۱ ـ نقطه ایرا حول محور قائم دوران دهید تا از خطی بفاصله معین قرار گیرد

۲ ـ نقطه ایرا حول محور قائمی دوران دهید تا از خطی بفاصله مینیموم قرار گیرد

۳ ـ خطی‌را حول محور قائمی دوران دهید تافاصله نقطه‌ای از آن مساوی مقدار معینی شود .

۴ ـ خطی را حول محور قائمی دوران دهید تا فاصلهٔ نقطه ای از آن مینیموم شود

۵ ـ خطی حول محوری دوران میکند مقصود تعیین وضعی از خط است که در آن عمود وارد از نقطه مفروض بر خط بموازات صفحه ای معین باشد

۶ ـ صفحه ای حول محوری قائم دوران میکند مقصود تعیین وضعی از صفحه ای که در آن عمود وارد از نقطه ای بر صفحه بموازات صفحه‌ای گردد

۷ ـ دو نقطه و خطی مفروض‌اند بر خط نقطه ای تعیین کنید که مجموع فواصلش از نقاط مینیموم یا تفاضل فواصل آنها ماگزیمم باشد .

۸ ـ تقاطی تعیین کنید که از دو نقطهٔ A وB واز دو صفحه P وQ واز دو خط متقاطع Δ و D بیك فاصله باشند

۹ ـ برخط D نقطه‌ای تعیین کنید که مجموع فواصلش از دو خط موازی A و B مینیموم باشد .

۱۰ ـ محور تقارن دو خط متنافر را رسم کنید .

۱۱ ـ محور دوران را بقسمی تعیین کنید که دوزاویهٔ متساوی که در رأس مشترك اند بر یکدیگر منطبق شوند .

۱۲ ـ محور قائم دورانرا بقسمی تعیین کنید که اگر سه نقطهٔ مفروض حول آن دوران کند بر یك قائم واقع شوند

۱۳ ـ سه جهیه متساوی البعد مفروض انـد محور دورانرا بقسمی تعیین کنید کـه خطوط بر یکدیگر منطبق شوند

۱۴ ـ محور قائم یا منتصبی چنان تعیین کنید که سه خط مفروض پس ازدوران حول آن بر صفحه ای معین واقع شوند .

۱۵ ـ محور قائم‌را بقسمی تعیین کنید که سه صفحهٔ غیر مشخص در افقیه ای بارتفاع معین متلاقی شوند

۱۶ ـ دو خط BA وCD درصفحات تصویرواقع‌اند محور دورانرا بقسمی تعیین کنید که خطوط بر یکدیگر منطبق شوند

۱۷ ـ دو نقطه A وB دریك طرف‌صفحه‌ای مفروض اندنقطه ای برصفحه تعیین کنید که مجموع فواصلش از این نقاط مینیموم باشد .

۱۸ ـ دونقطه و افقیه ای غیر واقع دریك صفحه مفروض‌اند بر خط نقطه ای تعیین کنید که تفاضل فواصلش از نقاط مینیموم باشد .

۱۹ ـ اثر افقی صفحه P و تسطیح یکی ازنقاط آن مفروض است مقصود تعیین‌مقیاس شیب صفحه است بفرض آنکـه مجموع رقوم نقطه A و فاصله تصویر آن از لولا معین باشد .

۲۰ ـ افقیه های AB و CD بیك ارتفاع از دو صفحه P وQ معین انـد بعلاوه نقاط M_1 و M_2 تسطیح نقطه ای از فصل مشترك دو صفحه میباشد مطلوب تعیین تصاویر شیب صفحات است .

۲۱ ـ خط مفروض را حول محور قائمی دوران دهید تا فاصله بین‌تصویر دو اثرش برابر مقدار معین شود .

فصل چهارم ــ موارد استعمال

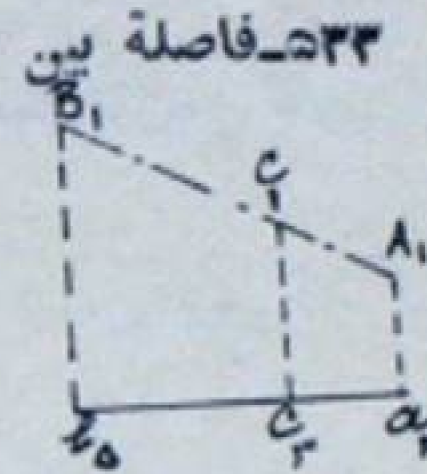
سه طریقهٔ کلی

۱ ـ فواصل .

الف ـ فاصلهٔ دو نقطه

مسئله ۳۵۲

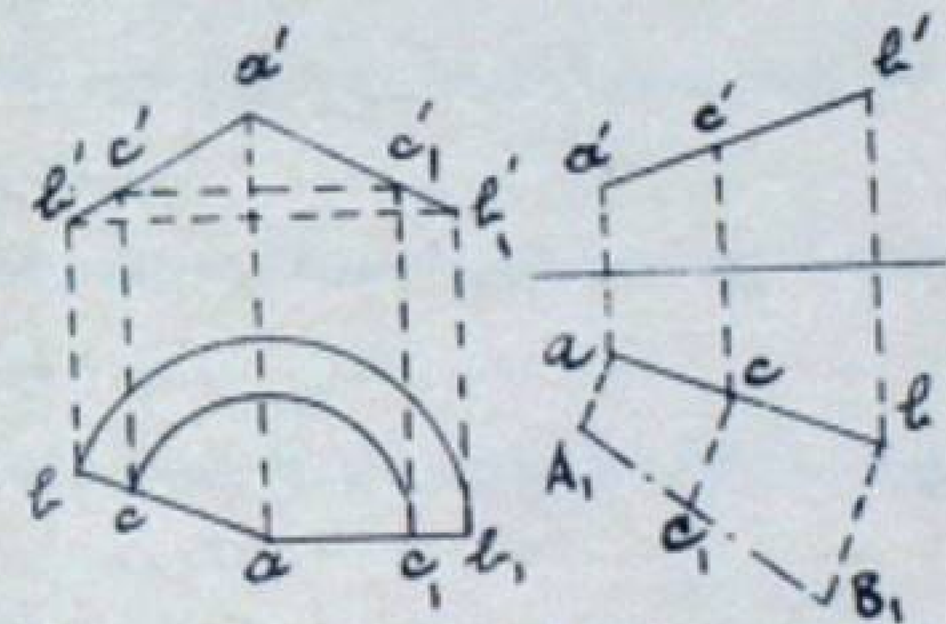
۵۳۳ـ فاصلهٔ بین نقاط a_2 و b_0 را تعیین کرده برخط AB از نقطهٔ A طول معین l را بر آن نقل کنید .



ش ۳۴۵

خط a_2b_0 را حول یکی از افقیه های صفحهٔ قائم مصورخود تسطیح مینمائیم باین ترتیب که از نقاط a_2 و b_0 دو عمود بر خط ab اخراج کرده طول هر یك را بـرابر ارتفاع نظیر نقاط جدا مینمائیم خط واصل بین نقاط A_1 و B_1 فاصلهٔ مطلوب است حال اگر از نقطهٔ A_1 طول A_1C_1 را برابر l نقل کرده از C_1 عمودی بر ab فرود آوریم خط c_2a_2 درفضا بطول l است (ش ۳۴۵)

۵۳۴ ـ فاصلهٔ بین نقاط aa' و bb' را تعیین نموده بر AB از نقطهٔ A طول معین l را نقل نمائید .



ش ۳۴۶

خط $aba'b'$ را حول اثر افقی صفحهٔ قائم مصورخود یعنی ab تسطیح میکنیم باین ترتیب که از نقاط a و b دو عمود بر ab اخراج کرده طول هر یك را برابر ارتفاع نظیر خود جدا مینمائیم A_1B_1 فاصله مطلوب است و چون از A_1 بر A_1B_1 طول l را نقل نموده از C_1 عمودی بر ab فرود آوریم cc' نیز معین میگردد بقسمی $aca'c'$ در فضا بطول l خواهد شد (ش ۳٤٦)

ممکن است خط $aba'b'$ را حول محور قائم a دوران داد تاجبهه شود باین شکل کـه در دائره ab شعاع ab_1 را بموازات خط الارض رسم کرده از نقطهٔ b' بموازات خط الارض رسم نمائیم تارابط b_1 را تلاقی کند $a'b'_1$ طول حقیقی خط است و در اینجا نیز میتوان طول l را از نقطهٔ a' بر $a'b'_1$ نقل نموده نقطه cc' را معین ساخت (ش ۳٤٦)

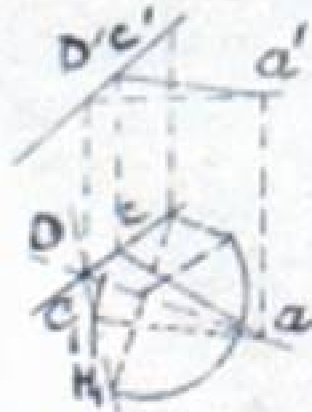
مسئله ۳۵۳

۵۳۵ ـ فاصلهٔ دو نقطهٔ واقع بر نیمرخ و زوایائی که این خط با صفحات تصویر ایجاد میکند تعیین نمائید

مانند حالت کلی حل میشود باینمعنی که باید نیمرخ را حول اثـر افقی صفحه نیمرخ مار بر خود تسطیح نمود، خط واصل بین تسطیح نقاط طول فاصلهٔ دو نقطه است و زاویه ای که تسطیح نیمرخ با خط الارض و رابط ایجاد مینماید عبارت از زاویه بین نیمرخ و صفحات قائم وافق است

مسئله ۳۵۴

۵۳٦ ـ بر خط الارض نقطه‌ای تعیین کنید که از نقطه‌ای بفاصله معین باشد



ش ۳۴۷

نقطهٔ aa' را حول خط الارض معین در صفحه ای کـه بر نقطه و خط الارض میگذرد تسطیح میکنیم باین ترتیب که از نقطهٔ a بموازات خط الارض رسم نموده از آن برابر ارتفاع نقطه جدا میکنیم بمرکز α و شعاع $\alpha a'_1$ قوسی رسم میکنیم تا رابط نقطهٔ aa' را در نقطهٔ A_1 تلاقی کند حال بمرکز A_1 و شعاع l دائره ای رسم میکنیم تا خط الارض را در نقطهٔ b که نقطهٔ مطلوب است تلاقی کند . (ش ۳٤٧)

مسئله ۳۵۵

۵۳۷ ـ نقطه‌ای تعیین کنید که بعد و ارتفاع و فاصله‌اش از نقطه‌ای مفروض معین باشد .

ابتدا دو خط بموازات خط الارض و بفواصل ارتفاع و بعد مفروض رسم نموده نقطهٔ aa' را حول مواجه HH' را مانند مسئله قبل تسطیح نموده بمرکـز تسطیح مزبور و شعاع فاصله مفروض دائره‌ای رسم میکنیم تا HH' را در نقطه bb' که جواب مسئله است قطع کند

ش ۳۴۸

مسئله ۳۵٦

۵۳۸ ـ بر خط مفروض DD' نقطه‌ای تعیین کنید که از نقطهٔ مفروض aa' بفاصلهٔ معین l باشد .

از نقطهٔ aa' افقیهٔ $aba'b'$ رامنکی بر DD' رسم نموده خط DD' را حول این افقیه تسطیح مینمائیم H_1 نتیجه میشود بمرکز a و شعاع b دائره ای رسم میکنیم تا H_1 را در نقطه C_1 تلاقی کند ترفیع این نقطه یعنی cc' جواب مسئله است (ش ۳۴۸)

مسئله ۳۵۷

۵۳۹ ـ تصویر قائم نقطه‌ایرا تعیین کنید که تصویر افقی آن بانضمام فاصله‌اش از نقطه bb' معین باشد

چون اگر خط ab را بر صفحهٔ قائم مصورش تسطیح نمائیم طول حقیقی آن معین میگردد . بنابراین از نقطهٔ a عمودی بر ab اخراج کرده بمرکز b و شعاع فاصلهٔ دو نقطه دائره‌ای رسم مینمائیم تا عمود مزبور را در نقطهٔ a'_1 تلاقی کند. aa'_1 برابر اختلاف ارتفاع دو نقطه aa' و bb' است بنابراین تصویر قائم نقطهٔ a معین میگردد (ش ۳۴۹)

ش ۳۴۹

۵۴۰ ـ نقطهٔ غیرمدرج a و نقطهٔ b_2 و فاصلهٔ دو نقطه مفروض اندرقوم نقطه a مطلوب است

بر خط ab از نقطه a عمودی بر آن اخراج کرده بمرکز b و شعاع فاصله دائره ای رسم مینمائیم تا عمود را در نقطه A_1 تلاقی کند aA_1 برابر اختلاف ارتفاع نقاط A و B است که چون آنرا برقوم b اضافه کنیم نقطه a مدرج میشود .

۵۴۱ ـ بر خط $a_2\,b_0$ نقطه ای تعیین کنید که از نقطهٔ مفروض c_2 بفاصله معین l باشد

بر c_3 و $a_2\,b_0$ صفحه ای مرور داده خط $a_2\,b_0$ را حول افقیه $c_2\,d_3$ از این صفحه تسطیح مینمائیم بمرکز c_3 وشعاع l قوسی رسم میکنیم تا تسطیح مزبور را در نقطهٔ E_1 تلاقی نماید ترفیع این نقطه جواب مسئله است (ش ۳۵۰)

ش ۳۵۰

مسئله ۳۵۸

۵۴۲ ـ دائره‌ای بمرکز و شعاعش در صفحه‌ای غیر مشخص مفروض است نقاطی از محیط دائره راتعیین کنید که از نقطهٔ مفروض بفاصله معین l باشد

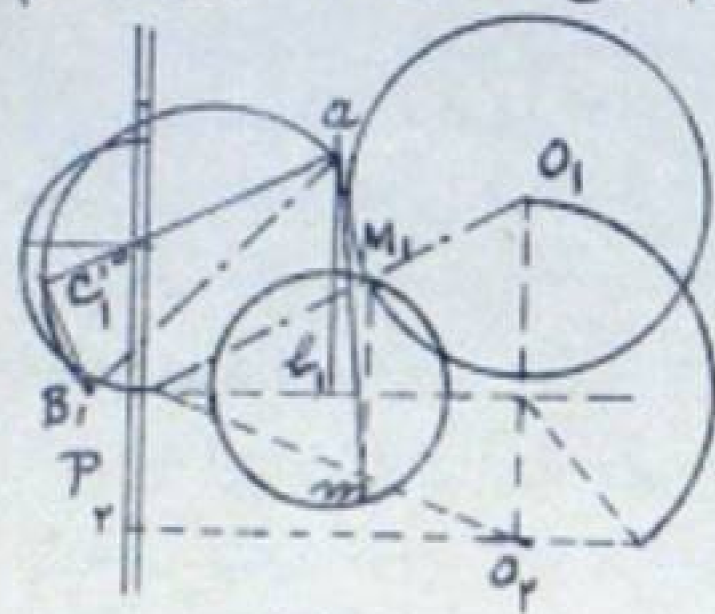
از نقطهٔ مفروض aa' عمودی بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ فرود آورده موقع آن را تعیین مینمائیم (بهتر آنست که صفحه را منتصب بدل نمود) با طول حقیقی عمود و فاصلهٔ l مثلث قائم الزاویهٔ $a'_1\,b'_1\,c'_1$ را بنا مینمائیم پس از آن صفحه‌را حول اثر افقی

ش ۳۵۱

خود تسطیح نموده بمرکز b_1 و شعاع $b'_1c'_1$ دائره ای رسم مینمائیم تا دائره ای که بمرکز o_1 و شعاع مفروض رسم میشوددر نقطهٔ m_1 تلاقی کند ترفیع m_1 یعنی mm' جواب مسئله است (ش ۳۵۱)

۵۴۳ ـ دائره ای بمرکز o_2 و شعاع r در صفحه P مفروض است نقاطی از محیط دائره را تعیین کنید که از نقطهٔ مفروض a_2 بفاصلهٔ معین l باشند .

از نقطهٔ a_2 عمودی بر صفحه P فرود میاوریم موقع آنرا برصفحه تعیین مینمائیم باطول حقیقی این عمودو l مثلث قائم الزاویه‌ای بنا میکنیم . صفحه را حول افقیه ای از آن تسطیح نموده بمرکز o_1 و شعاع r دائره ای رسم میکنیم ضمنا بمرکز تسطیح موقع عمود و شعاع ضلع مثلث قائم‌الزاویه نیز دائره دیگری رسم مینمائیم ایندوائر در نقطهٔ M_1 که تسطیح نقطهٔ مطلوب است تلاقی مینمایند باین ترتیب m جواب مسئله است (ش ۳۵۲)

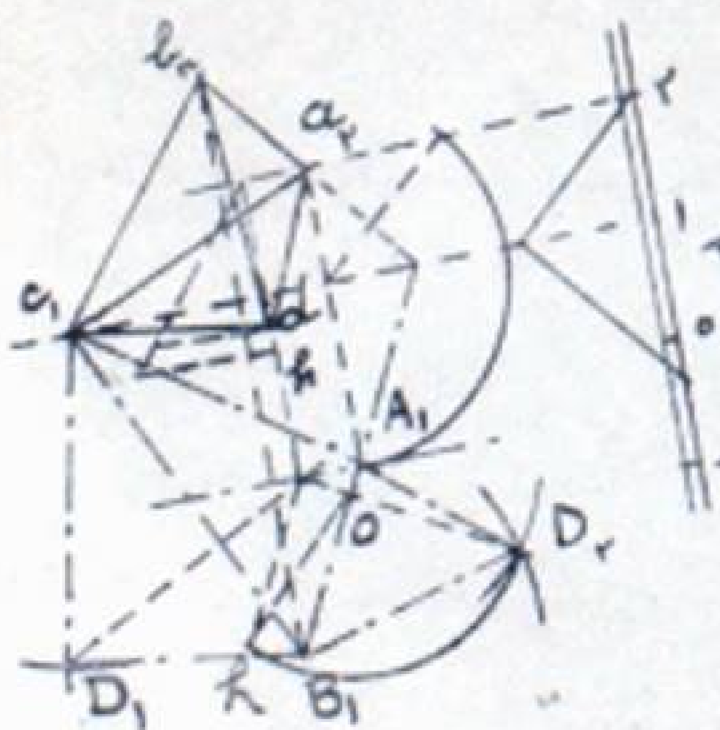


ش ۳۵۲

مسئله ۳۵۹

۵۴۴ ـ نقطه ای تعیین کند که فواصلش ازنقاط a_2 و b_2 و c_1 برابرمقادیر معین l و m و n باشد .

نقاط مزبور را حول افقیه رقوم یك صفحه مار بر آنها تسطیح مینمائیم $A_1B_1c_1$ نتیجه میشود مثلثات $c_1B_1D_1$ و $A_1B_1D_2$ را با معلومات سه ضلع (c_1B_1 و n و m) و (A_1B_1 و l و m) بنا مینمائیم نقاط D_1 و D_2 تسطیح نقطهٔ d حول افقیه های c_1B_1 و A_1B_1 میباشند چون از این نقاط دو عمود بر لولا های نظیر خود فرود آوریم نقطهٔ D'_1 بدست میاید بوسیلهٔ این نقطه ویکی از نقاط D_1 و D_2 میتوان ارتفاع رأس D چهاروجهی که از چهار نقطهٔ A و B و C و D تشکیل میشود بدست آورد باین ترتیب که از D'_1 بموازات A_1B_1 رسم مینمائیم تا دائره را که بمرکز o و شعاع oD_2 رسم میشود در نقطه K تلاقی کند



ش ۳۵۳

طول D'_1K برابر ارتفاع وارد از رأس D بر قاعدهٔ ABC است حال چون ترفیع D'_1 را بدست آورده ازنقطهٔ d' عمودی بر صفحهٔ abc اخراج کرده از آن طولی برابر D'_1K جدا نمائیم نقطه مطلوب d بدست میاید (ش ۳۵۳)

۵۴۵ ـ طریقهٔ ترسیمی این مسئله مانند فوق است منتها پس از تعیین تصویر افقی نقطه d باید تصویر قائم آنرا نیز بوسیلهٔ رسم رابط مشخص ساخت .

مسئله ۳۶۰

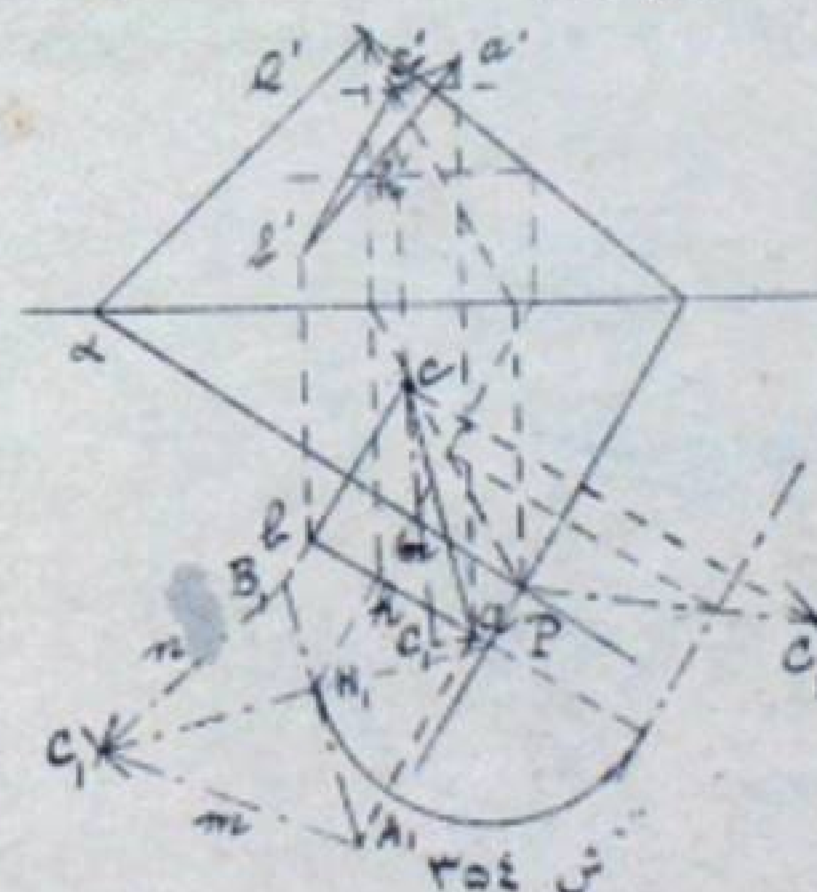
۵۴۶ ـ مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید بفرض آنکه تصاویر رؤس قاعدهٔ آن بانضمام ارتفاع نظیر همین ضلع معین بوده بعلاوه بدانیم که رأس دیگر مثلث برصفحهٔ معینی قرار دارد .

رأس مثلث متساوی الساقین مطلوب بر صفحه ای واقع است که بر وسط قاعدهٔ معلوم عمود نمائیم فصل مشترك این صفحه را با صفحه مفروض تعیین میکنیم رأس مثلث بر این خط قرار دارد ولی چون ارتفاع مثلث متساوی‌الساقین نیز معین‌است‌باید بر فصل مشترك مزبور نقطه‌ای تعیین کرد که از وسط خط مفروض که قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین است‌بفاصله ارتفاع قرار گیرد . (مسئله نمره ۵۰۸ و ۵۴۱)

مسئله ۳۶۱

۵۴۶ ـ بر صفحه مفروض $P\alpha Q'$ نقطه ای تعیین کنید که فواصلش ازدو نقطهٔ مفروض خارج صفحه برابر مقادیر معین m و n باشد .

بدوا نقطه ای تعیین مینمائیم که از نقاط مفروض aa' و bb' بفواصل معین m و n باشند باین‌ترتیب که خط $aba'b'$ را بر صفحه قائم مصور خود تسطیح مینمائیم در همین صفحه مثلث $A_1B_1C_1$ را بامعلومات A_1B_1 و m و n بنا مینمائیم ازنقطهٔ C_1 عمودی بر A_1B_1 فرود میاوریم موقع عمود رابر ab معین مینمائیم hh' حاصل میشود از این نقطه صفحه‌ای عمود بر $aba'b'$ رسم کرده فصل مشترك این صفحه را با $P\alpha Q'$ معین مینمائیم بر این خط نقطه‌ای تعیین میکنیم که‌از نقطه hh' بفاصله معین C_1H_1 باشد (مسئله نمره ۵۳۸) نقطهٔ C_1C_1 جواب مسئله‌است (ش ۳۵۴)



ش ۳۵٤

۵۴۸ ـ بر صفحهٔ P نقطه‌ای تعیین کنید که از نقاط a_1 و b_1 خارج صفحه بفواصل معین باشد .

۵۶۶ ـ تصویر غیر مدرج نقطه و فاصلهٔ آن از خط $a_1 b_0$ معین است مقصود تعیین رقوم نقطه است

دراینجا نیزموافق طریقه‌ای که درنمره (۵۵۰ قسمت ۲) ذکرشد عمل مینمائیم. باین ترتیب که از نقطهٔ m عمودی بر $a_2 b_0$ فرود آورده دائرهٔ mc_1 را بشعاع l رسم میکنیم خط $a_2 b_0$ را حول یکی از افقیه های صفحهٔ قائم مصورش تسطیح مینمائیم دائرهٔ nc_1 را رسم نموده از نقطهٔ n عمودی بر aB_1 که تسطیح خط $a_2 b_0$ است فرود میاوریم تا دائره را در نقطهٔ c'_1 تلاقی نماید ازاین نقطه بموازات aB_1 رسم میکنیم تا خط $a_2 b_0$ را در نقطهٔ d_2 تلاقی کند باین ترتیب رقوم نقطهٔ m برابر سه خواهد بود (ش ۳۶۸)

ش ۳٦۸

مسئله ۳۷۷

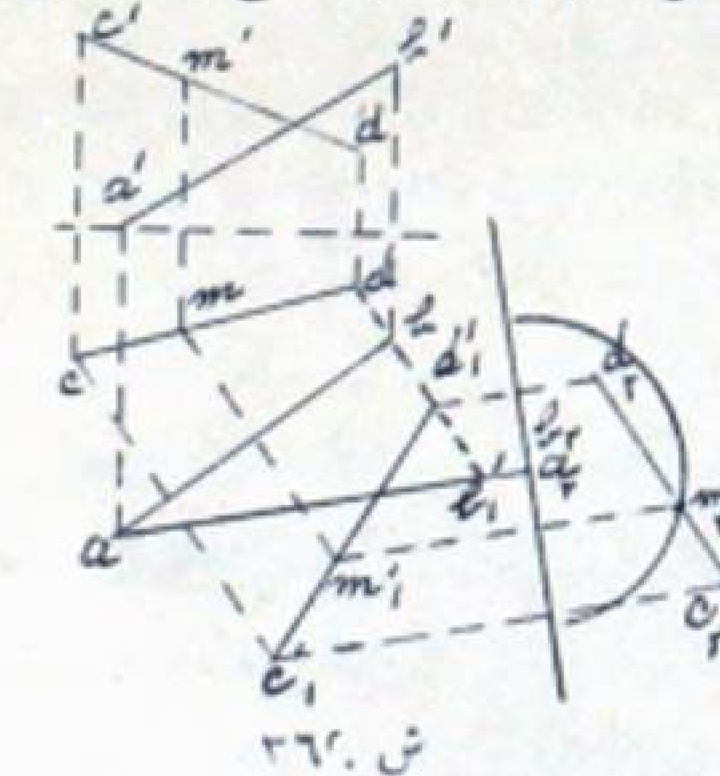
۵۶۷ ـ خطی که بموازات خط مفروض است رسم‌نمائید بقسمی که‌تصویر افقی آن و فاصلهٔ دوخط معین باشد.

یك نقطه‌بر تصویر افقی خط اختیار مینمائیم حل مسئله منجر بمسئله قبل میشود

مسئله ۳۷۸

۵۶۸ ـ برخط مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که ازخطی بفاصله معین قرار گیرد

چون جمیع نقاطی که ازخط $aba'b'$ بفاصلهٔ معین l قرار دارند بر سطح استوانی دواری واقع اند که خط AB محور آن وده و مولدش از این محور بفاصله l است پس باید محل تلاقی سطح استوانی مزبور را با خط $cdc'd'$ تعیین نمود ، برای این منظور بوسیلهٔ دو تغییر صفحه خط $aba'b'$ را بقائم $a_1 b_2$ بدل مینمائیم بمرکز a_2 و شعاع l دائره ای رسم کرده وضع جدید خط $cdc'd'$ را پس‌ازدو تغییر صفحه مزبور معلوم مینمائیم محل تلاقی $c_1 d_2$ با دائره مرسوم وضع جدیدنقطهٔ مطلوب پس از دو تغییر صفحه است چون وضع قدیم آنرا تعیین نمائیم mm' جواب مسئله معین میگردد. (ش ۳۶۹)



ش ۳٦۹

۵۶۹ - بر خط مفروض a، b_1 نقطه‌ای تعیین کنید که از خط دیگر c، d_1 بفاصله معین l باشد .

حل هندسی - بر CD صفحه Q را بموازات AB مرور میدهیم فرض میکنیم M نقطه ای باشد که فاصله‌اش MN از CD برابر l است چون از این نقطه عمودی بر صفحه Q فرود آورده موقع عمود در N وصل نمائیم از مثلث قائم الزاویهٔ MPN طـول های MN و MP معین است بنابراین میتوان بوسیله ایندو معلوم طول PN را معلـوم نموده در صفحه Q خطی XY را بموازات CD و بفاصله PN رسم کـرد پس از آن بر XY صفحه ای مرور میدهیم که عمود بر صفحه Q باشد این صفحه AB را در نقطهٔ مطلوب M تلاقی مینماید (ش ۳۷۰)

ش ۳۷۰

طریقه ترسیم مانند حل هندسی است فقط برسم اکتفا مشود (ش ۳۷۰)

مسئله ۳۷۹

۵۷۰ - از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که از نقاط مفروض A و B بفواصل معین p و q باشد .

بـدوا از نقطهٔ aa' خطی رسم میکنیم کـه از نقطهٔ bb' بفاصلهٔ معین p باشد باین ترتیب که با معلومات p (ضلع) و طول حقیقی $aba'b'$ (وتر) مثلث قائم الزاویه‌ای در صفحه اختیاری مار بر $aba'b'$ بنا میکنیم ضلع دیگر این مثلث خطی است که از نقطه bb' بفاصله معین p واقع است . حال اگر این خط حول وتر مثلث قائم الزاویه یعنی $aba'b'$ دوران کند . جمیع اوضاع خطوطی را که از نقطه aa' گذشته و از bb' بفاصله معین p است ایجاد مینماید بنابراین جواب مسئله وقتی معین میشود که یکی از اوضاع خط در ضمن دوران از نقطه مفروض cc' نیز بفاصله معین q باشد و اینمسئله را قبلا حل کرده ایم (مسئله نمره ۴۵٤) .

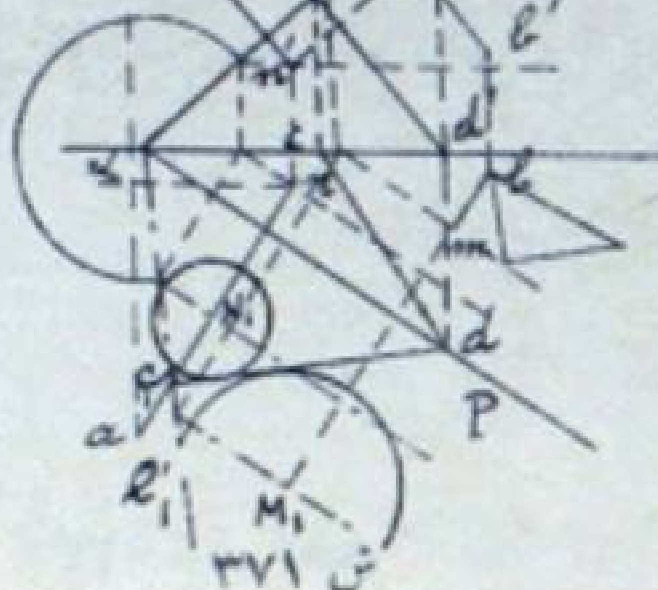
مسئله ۳۸۰

۵۷۱ - از نقطهٔ مفروض aa' خطی مرور دهید که از نقطه mm' وخط DD' بفواصل معین p و q باشد . (هورفر)

از نقطه aa' بموازات DD' رسم نموده بر اینخط صفحه ای مرور میدهیم که از خط DD' بفاصله معین q باشد (مسئله نمره ۵۹۳) از نقطه aa' در این صفحه خطی چنان رسم میکنیم که از نقطه mm' بفاصله معین p قرار گیرد (مسئله نمره ۵۵۸).

مسئله ۳۸۱

۵۷۲ - در صفحهٔ مفروض $P\alpha Q'$ خطی رسم کنید که از نقاط معین aa' و bb' بفواصل معلوم p و q قرارگیرد . (هورفر)



ش ۳۷۱

از نقاط aa' و bb' دو عمود بـر صفحـه $P\alpha Q'$ فرود میاوریم با هر یك از این عمود ها (اضلاع) و طولهای p و q (اوتار) مثلثات قائم الزاویه‌ای بنا مینمائیم اضلاع دیگر این مثلثات را تعیین میکنیم در صفحه $P\alpha Q'$ بمراکز: طبع مواقع عمود ها و شعاعهای اضلاع حاصل دوائری رسم میکنیم مماس های مشترك این دوائر جواب های مسئلهٔ اند (ش ۳۷۱)

مسئله ۳۸۲

۵۷۳ - بر صفحه‌ای که بموازات دو خط AA' و BB' است نقطه‌ای تعیین کنید که از خطوط بفواصل معین p و q باشد (هورفر) .

تصاویر خطوط را بر صفحه تعیین میکنیم با طول های فواصل خطوط تا صفحه (ضلع) و فواصل p و q (وتر) مثلثات قائم الزاویه ای بنا مینمائیم در صفحه خطوطی بموازات تصاویر خطوط و بفواصل اضلاع دیگر این مثلثات رسم میکنیم نقاط تلاقی اینخطوط جوابهای مسئله اند .

مسئله ۳۸۳

۵۷۴ - در صفحهٔ مفروض نقطه ای تعیین کنید که از نقطه مفروض خارج صفحه خطی واقع در صفحه بفواصل معین p و q باشد (هورفر)

در صفحه خطی بموازات امتداد واقع در صفحه و بفاصله q مرور میدهیم بر اینخط نقطه ای تعیین میکنیم که از نقطه معین واقع در خارج صفحه بفاصله p باشد (مسئله نمره ۵۳۸)

مسئله ۳۸۴

۵۷۵ - از نقطهٔ مفروض A خطی رسم کنید که از خط مفروض D و نقطهٔ ای واقع بر آن بفاصلهٔ l قرار گیرد .

اینمسئله حالت مخصوصی از مسئله نمره (۵۷۲) است .

مسئله ۳۸۵

۵۷۶ ـ از نقطهٔ مفروض افقیه ای رسم کنید که از نقطه ای بفاصله معین قرار گیرد .

چون خط مرسوم افقیه است پس باید در صفحه افقی بارتفاع نقطهٔ مفروض خطی رسم نمود که از نقطهٔ دیگر بفاصلهٔ l قرار گیرد . چون باطول l (وتر) و اختلاف ارتفاع دو نقطه مثلث قائم الزاویه ای طرح نمائیم فاصلهٔ افقیه مرسوم ازموقع عمودی که از نقطهٔ مفروض بر صفحه افقی مار بر نقطه دیگر فرود میاید تعیین میشود پس افقیهٔ مطلوب مماس بر دائره ایست که بمرکز موقع عمود وشعاع ضلع دیگرمثلث قائم الزاویهٔ مزبوررسم شود (مسئله نمره ۵۵۸) .

مسئله ۳۸۶

۵۷۷ ـ درصفحهٔ P نقطه‌ای تعیین کنید که از خط D بفاصلهٔ معین قرار گیرد.

تصویر خط $D'D$ را بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ تعیین مینمائیم بر این خط نقطه ای تعیین میکنیم که از خط مزبور بفاصله l باشد باین ترتیب که خط AA' را بموازات DD' و بفاصله l در صفحهٔ مصور DD' رسم مینمائیم تا تصویر DD' را تلاقی نماید باین‌طریق دو نقطه بدست میاید که از خط مفروض بفاصله l واقع اند ، حال بر تصویر خط DD' عمودی در صفحه $P\alpha Q'$ اخراج کرده بر خط اخیر نیز دو نقطه تعیین‌میکنیم که از DD' بفاصله l قرار گیرندچهار نقطه ای که باین ترتیب بدست میاید متعلق بدو قطر اطول و اقصر بیضی هستند که در صفحه $P\alpha Q'$ واقع‌بوده‌و جمیع نقاط‌محیطش از خط DD' بفاصله l قرار دارد و این بیضی متقطع صفحهٔ $P\alpha Q'$ است‌دراستوانه‌ای که محورش DD' بوده و مولدش از اینخط بفاصلهٔ l میباشد .

مسئله ۳۸۷

۵۷۸ ـ در صفحه $P\alpha Q'$ نقطه‌ای‌تعیین کنید که از دو خط واقع‌درخارج صفحه بفواصل p و q باشد

مکان هندسی نقاطی را که از هر یك از خطوط‌مزبور بفواصل p و q میباشند در صفحه مانند مسئله قبل تعیین مینمائیم نقاط‌مشترك دو بیضی جوابهای مسئله است .

ج ـ فاصلهٔ نقطه از صفحه

مسئله ۳۸۸

۵۷۹ ـ فاصلهٔ نقطه‌ایرا ازصفحهٔ منصف‌الزاویه تعیین نمائید .

خط‌الارض جدیدی عمود بر خط‌الارض قدیم که اثر صفحه منصف الزاویه است اختیار نموده اثر قائم جدید صفحه منصف‌الزاویهٔ را که با هریك از دو خط‌الارض زاویهٔ قائمه احداث مینماید معین میسازیم و از تصویرقائم‌جدید نقطه عمودی براثرقائم صفحه منتصب فرود میاوریم خط اخیر فاصلهٔ مطلوب است .

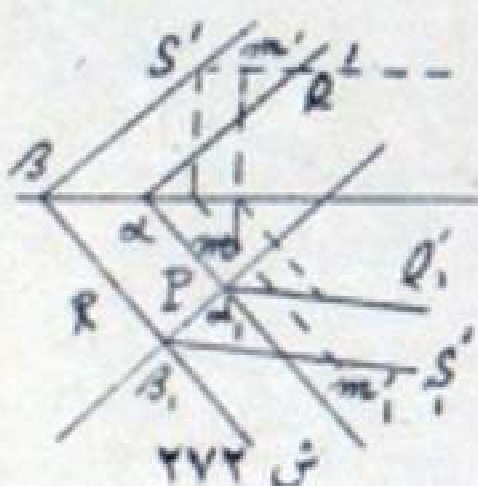
مسئله ۳۸۹

۵۸۰ ـ فاصلهٔ نقطه ایرا از صفحه مواجه معین سازید.

باز خط‌الارض را عمود بر اثر افقی صفحه مواجه یعنی P اختیار کرده اثر قائم جدید صفحه را معین میسازیم و از تصویر قائم جدید نقطه عمودی بر اثر قائم جدید صفحه مواجه فرود میاوریم اینخط جواب مسئله است .

مسئله ۳۹۰

۵۸۱ ـ صفحه $P\alpha Q'$ و نقطهٔ m تصویر افقی M و فاصلهٔ آن از صفحه معین است تصویر قائم‌نقطه مطلوب است .

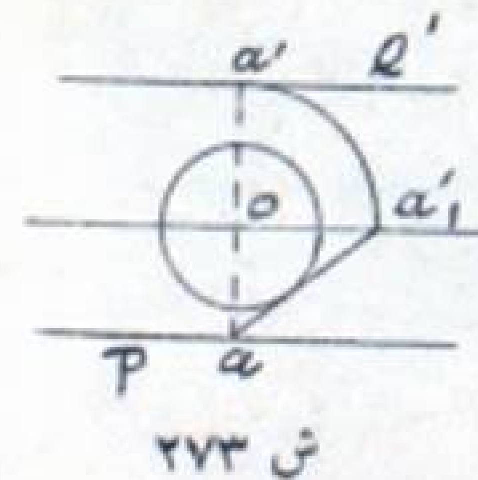

ش ۲۷۲

صفحه $R\beta S'_1$ را بوسیله تغییر صفحه $P\alpha Q'$ و تبدیل‌آن به صفحه منتصب $P\alpha Q'_1$ بموازات‌صفحه اخیر و بفاصله l رسم مینمائیم نقطه M باید در این صفحه واقع باشد بنابراین‌تصویر قائمش بوسیله رسم افقیه‌ای بسهولت معین میگردد (ش۲۷۲)

۵۸۲ ـ صفحه P ونقطهٔ mو فاصلهM از صفحه مفروض‌است رقوم نقطه را معین کنید .

صفحهٔ P' را بموازات P و بفاصله l رسم میکنیم نقطه M در این صفحه واقع است رقوم نقطهٔ m معین میگردد .

مسئله ۳۹۱


ش ۲۷۳

۵۸۳ ـ اثر قائم‌صفحه مواجهی‌را تعیین کنید که اثر افقی آن P و فاصله خط‌الارض از آن‌معلوم باشد .

کافی است ارتفاع اثر قائم صفحه را معین سازیم‌برای‌این منظور صفحهٔ نیمرخ اختیاری oa را مرور داده بمرکز o و شعاع l دائره ای رسم کرده از نقطهٔ a مماسی بر آن مرور میدهیم تا خط‌الارض‌را

در نقطهٔ a'_1 تلاقی کند oa'_1 را بر رابطه oa نقل میکنیم از نقطهٔ a' بموازات خط الارض رسم مینمائیم اثر قائم صفحهٔ مواجه معین میگردد (ش ۲۷۳)

مسئله ۳۹۲

۵۸۴ ـ بر قائم یا خط غیر معینی نقطه‌ای متساوی‌البعد از دو صفحه P و Q معلوم نمائید .

صفحه منصف فرجهٔ صفحات P و Q را مانند مسئله نمره (۵۳۰) معین نموده محل تلاقی قائم یا خط مفروض را با صفحهٔ اخیر معلوم مینمائیم .

مسئله ۳۹۳

۵۸۵ ـ بر خط مفروض D نقطه‌ای تعیین کنید که از صفحه P بفاصلهٔ معین l باشد .

صفحهٔ Q را بموازات P و بفاصله l رسم مینمائیم محل تلاقی این صفحه با خط D جواب مسئله است .

مسئله ۳۹۴

۵۸۶ ـ اثر قائم صفحه ایرا تعیین کنید که اثر افقی آن بانضمام فاصله اش از نقطهٔ aa' معین باشد .

خط الارض جدید را بر $P\alpha$ عمود کرده این صفحه را بمنتصب تبدیل مینمائیم باید اثر قائم این صفحه منتصب پس از تغییر صفحه از تصویر قائم جدید نقطه aa' یعنی a'_1 بفاصله معین l قرار گیرد پس بمرکز a'_1 و شعاع l دائره ای رسم کرده از نقطهٔ α_1 بر آن مماسی رسم مینمائیم خط اخیر اثر قائم جدید صفحه است که میتوان آنرا قبل از تغییر صفحه معین ساخت (ش ۲۷۴)

ش ۲۷۴

۵۸۷ ـ اثر صفحه P و فاصله آن از نقطهٔ a_2 معین است صفحه را مشخص سازید

از نقطهٔ a_2 خط الارضی عمود بر اثر صفحه رسم نموده بمرکز a_2 و شعاع l دائره ای رسم مینمائیم از نقطهٔ α مماسی بر دائره مرسوم رسم میکنیم افقیهٔ دیگری از صفحه را معلوم نموده مقیاس شیب آنرا رسم میکنیم (ش ۲۷۵)

ش ۲۷۵

مسئله ۳۹۵

۵۸۸ ـ مقصود تعیین نقطه ایست که فواصلش از سه صفحه مساوی مقادیر معین m و n و l باشد .

سه صفحه بموازات صفحات مفروض و بفواصل معین m و n و l رسم میکنیم نقطه مشترک این سه صفحه جواب مسئله است .

مسئله ۳۹۶

۵۸۹ ـ در یکی از وجوه کنج سه وجهی مکان نقاطیرا تعیین کنید که مجموع فواصلشان از دو وجه دیگر مقدار معین l باشد .

در یکی از دو وجه نقطه ای تعیین میکنیم که از وجه دیگر بفاصله مجموع مفروض باشد از این نقطه صفحه ای بموازات صفحهٔ منصف فرجهٔ دو وجه رسم مینمائیم تا وجه سوم کنج را در فصل مشترکی که مکان مطلوب است تلاقی نماید . (خاصیت منصف الزاویهٔ مثلث متساوی الساقین) .

مسئله ۳۹۷

۵۹۰ ـ بر صفحهٔ مفروض Q نقطه ای تعیین کنید که از نقطهٔ A و صفحه P بفواصل معین p و q باشد (هورفر) .

صفحه ای بموازات صفحه P و بفاصله q رسم مینمائیم تا صفحهٔ Q را در فصل مشترکی تلاقی نماید بر این خط نقطه‌ای معین میکنیم که از نقطهٔ A بفاصله p باشد (مسئله نمره ۵۳۸)

مسئله ۳۹۸

۵۹۱ ـ بر صفحه مفروض P نقطه ای تعیین کنید که از خط D و صفحه Q بفواصل p و q باشد . (هورفر)

صفحه ای بموازات صفحه Q و بفاصلهٔ q رسم کرده فصل مشترک آنرا با صفحه P تعیین میکنیم بر این خط نقطه ای معین میسازیم که از خط D بفاصله معین p قرار گیرد (مسئله نمره ۵۶۸) .

مسئله ۳۹۸

۵۹۲ ـ از نقطه مفروض M صفحه ای رسم کنید که از دو نقطه A و B بفواصل معین p و q واقع شود

خط $aba'b'$ را به نسبت p/q تقسیم مینمائیم نقطهٔ cc' را به mm' وصل میکنیم بر خط $mcm'c'$ صفحه ای مرور میدهیم که از یکی از دو نقطهٔ aa' یا bb' بفاصلهٔ p یا q باشد این صفحه جواب مسئله است . طریقه ترسیم

ش ۲۷۶

صفحه اخیر چنین است که از نقطهٔ aa' صفحه ای بر $mcm'c'$ عمود کرده دراین صفحه بمرکز تسطیح aa' و شعاع p دائره ای رسم کنیم از تسطیح موقع عمود که بر خط $mcm'c'$ واقع است مماسی براین دائره مرور میدهیم صفحه‌ای که برترفیع این مماس و خط $mcm'c'$ مرور مینماید جواب است (ش ۲۷۶)

مسئله ۴۰۰

۵۹۳ ـ برخط مفروض $a_2 b_0$ صفحه‌ای مرور دهید که از نقطه m_2 بفاصله معین l قرار گیرد.

از m_3 صفحه P را بر $a_2 b_0$ عمود کرده موقع عمود را که نقطهٔ c_4 است معین مینمائیم، صفحه P را حول یکی از افقیه های خود تسطیح میکنیم بمرکز m_3 که بر تسطیح خود منطبق است و شعاع l دائره ای رسم مینمائیم از نقطه C_1 مماس C_1N_1 را بر دائره مرور میدهیم خط اخیررا ترفیع مینمائیم صفحه‌ای که بر $a_2 b_0$ و $c_2 n$ مرور مینماید جواب است (ش ۲۷۷)

ش ۲۷۷

مسئله ۴۰۱

۵۹۴ ـ صفحه ای رسم کنید که از نقاط A و B و C بفاصله معین l باشد

چون باید صفحهٔ مرسوم از نقاط مفروض یك فاصله باشد پس این صفحه برخطی مرور مینماید که بر وسط دو ضلع از مثلث ABC بگذرد، یکی از این خطوط را رسم میکنیم بر آن صفحه‌ای مرور میدهیم که از یکی از نقاط بفاصله l باشد.

مسئله ۴۰۲

۵۹۵ ـ صفحه‌ای رسم کنید که ازسه نقطه غیر واقع بر یك استقامت بفواصل p و q و r باشد (هورفر)

خطی رسم میکنیم که سه ضلع مثلث ABC را قطع کرده و نسبت فواصل رؤس مثلث از آن برابر اعداد مفروض p و q و r باشد باین ترتیب که AB را به نسبت p و q و AC را به نسبت p و r تقسیم مینمائیم برخط واصل بین دو نقطه حاصل خط مطلوب است براینخط صفحه ای مرور میدهیم که از یکی از نقاط مثلا از A بفاصله p باشد. (مسئله نمره ۵۹۳).

مسئله ۴۰۳

۵۹۶ ـ مکان هندسی نقاطیرا تعیین کنید که از دو صفحه متقاطع بفاصله معین l باشد.

دو صفحه بموازات صفحات مزبور و بفاصله l رسم مینمائیم فصل مشترك این دوصفحه جواب مسئله است.

مسئله ۴۰۴

۵۹۷ ـ مرکز وشعاع دائره واقع در صفحه ای نیمرخ معین است برمحیط دائره نقاطی تعیین کنید که ازصفحه مفروض بفاصله معین باشد

ابتدا صفحه $R\beta S'$ را بموازات $P\alpha Q'$ و بفاصله l رسم مینمائیم فصل مشترك این صفحه را با صفحه نیمرخ معین مینمائیم، صفحه نیمرخرا حول اثر خود تسطیح میکنیم در تسطیح صفحه دائره مذکور را رسم کرده، و تسطیح فصل مشترك را نیز معین میسازیم نقاط تلاقی دائره و تسطیح فصل مشترك را ترفیع میکنیم mm' و nn' جوابهای مسئله‌اند (ش ۳۷۸)

ش ۳۷۸

مسئله ۴۰۵

۵۹۸ ـ صفحه ای رسم کنید که از نقطه مفروض و خط معین بفواصل p و q باشد (هورفر)

ابتدا یکی از صفحاتی را که ازخط مفروض بفاصله q قرار دارد رسم مینمائیم باین ترتیب که بر یکی از نقاط خط عمودی بطول q اخراج کرده بر انتهای اینخط صفحه عمود مینمائیم پس از آن این صفحه را حول خط آنقدر دوران میدهیم تا ازنقطه بفاصله معین p واقع شود (مسئله نمره ۴۹۷)

مسئله ۴۰۶

۵۹۹ ـ برخط مفروض نقطه‌ای تعیین کنید که مجموع یا تفاضل فواصلش از صفحات تصویر معین باشد

اینمسئله حالت مخصوصی از مسئله نمره (۵۸۹) است.

د ـ فاصلهٔ دو خط و دو صفحه

مسئله ۴۰۷

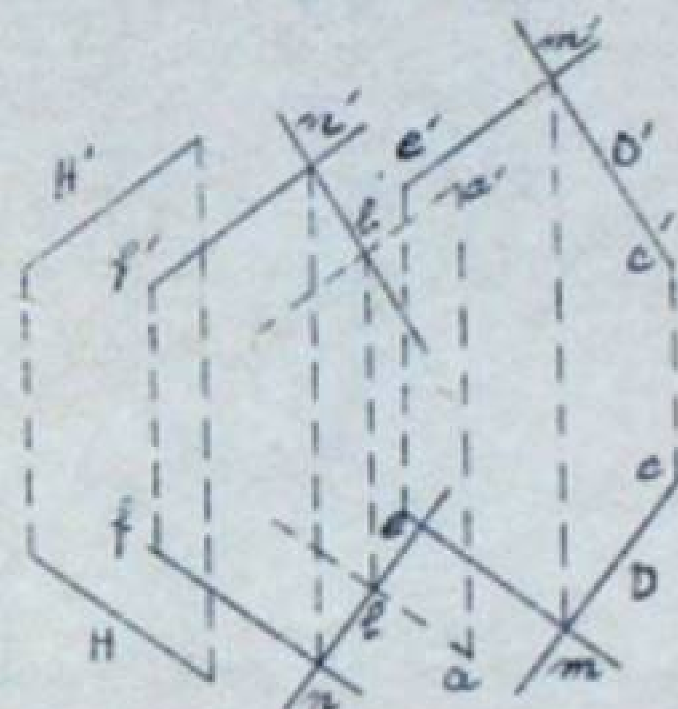
۶۰۰ ـ دو خط △ و D مفروض اند فاصله صفحاتی که بر هر یك بموازات دیگری مرور مینماید معلوم کنید

بر یکی از دو خط صفحه ای بموازات دیگری مرور میدهیم فاصله یکی از نقاط خط اخیر را از صفحه مزبور بیکی از وسائل مذکور قبل معین میسازیم

مسئله ۴۰۸

۶۰۱ ـ خطی که بموازات امتداد معین است رسم کنید بنابر آنکه تصویر قائم یا افقی یکی از نقاطش معلوم بوده و اقصر فاصله‌اش از خط دیگری نیز معلوم باشد .

خط مفروض را DD′ و امتداد معین را HH′ و نقطه مفروض خط را a فرض مینمائیم از a بموازات H رسم میکنیم تصویر افقی خط مطلوب معین میگردد بر DD′ صفحه ای بموازات امتداد HH′ مرور میدهیم چون اقصر فاصلهٔ دو خط معین است صفحه ای رسم میکنیم که بموازات صفحه اخیر بوده و فاصله اش از آن برابر اقصر فاصله مزبور باشد خط دیگر در این صفحه واقع است ولی چون تصویر افقی این خط معین است تصویر قائمش بسهولت معلوم میگردد (ش ۳۷۹)



ش ۳۷۹

مسئله ۴۰۹

۶۰۲ ـ بر دو خط D و △ خطی متکی رسم کنید که بموازات صفحه‌ای بوده و از آن بفاصله l قرار گیرد

صفحه ای بموازات صفحه مزبور و بفاصله l رسم مینمائیم محل تلاقی این صفحه را با دو خط تعیین میکنیم خط واصل بین این نقاط جواب است

مسئله ٤۱۰

۶۰۳ ـ دو خط متوازی مفروض اند ، خطی رسم کنید که از این دو خط بفواصل معین باشد .

بر دو خط متوازی مفروض صفحه ای عمود کرده مواقع عمود را تعیین میکنیم بمراکز این مواقع و شعاعهای فواصل در صفحه عمود دوائری رسم مینمائیم تا در نقطه ای یکدیگر را تلاقی نمایند از این نقطه بموازات خطوط رسم مینمائیم اینخط جواب است .

مسئله ۴۱۱

۶۰۴ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که ۱ ـ اقصر فاصله اش از یك قائم و یك افقیه معین باشد ۲ـ بشیب معین بوده و اقصر فاصله‌اش از قائم یا افقیه‌ای معلوم باشد . ۳ ـ از دو افقیه بفواصل معلوم باشد. ۴ ـ از دو خط غیر مشخص بفواصل معلوم باشد .

۱ـ چون جمیع خطوطی که از قائم بفاصله معین اند تصویر افقیشان مماس بر دائره ایست که بمرکز تصویر افقی قائم و شعاع فاصله رسم گردد پس از نقطه مفروض مماسی بر این دائره رسم میکنیم از همین نقطه خطی بموازات افقیه مفروض رسم کرده بر این خط صفحه‌ای مرور میدهیم که از افقیه مزبور بفاصله معین باشد (مسئله نمره ۵۵۸) فصل مشترك این صفحه و صفحه قائم مزبور جواب است .

۲ ـ بمرکز تصویر افقی قائم و شعاع اقصر فاصله دائره‌ای رسم مینمائیم از نقطه مفروض مماسی بر آن رسم میکنیم چون شیب خط معین است تصویر قائم آن بسهولت معین میگردد (مدرج میشود) . از نقطه مفروض بموازات افقیه رسم کرده بر این خط صفحه ای مرور میدهیم که از افقیه بفاصله اقصر فاصله باشد در این صفحه از نقطه خطی بشیب معین رسم مینمائیم (خطی رسم میکنیم که با صفحه افق زاویه معین داشته باشد) .

۳ و ٤ ـ از نقطه مفروض دو خط بموازات خطوط معین (افقیه یا غیر مشخص) رسم کرده بر هر یك صفحه ای مرور میدهیم که از موازیهای نظیر خود بفواصل معلوم باشد فصل مشترك دو صفحه جواب مسئله است .

مسئله ۴۱۲

۶۰۵ ـ در صفحه مفروض خطی بموازات امتدادی واقع در همین صفحه رسم کنید که فاصله دو خط معین باشد .

صفحه را تسطیح کرده تسطیح امتداد را نیز معین مینمائیم در تسطیح خطی

بموازات اینخط و فاصله l رسم مینمائیم خط اخیر را ترفیع بکنیم

مسئله ۴۱۳

۶۰۶ ـ خط و صفحه و نقطه ای واقع‌در صفحه مفروض‌اند، ازنقطه خطی درصفحه‌رسم کنیدکه اقصر فاصله‌اش‌از خط خارج‌صفحه‌معین‌باشد.

از نقطه واقع در صفحه بموازات خط خارج صفحه رسم میکنیم براین خط صفحه‌ای مرور میدهیم که از خط مزبور بفاصله اقصر فاصلهٔ باشد فصل مشترک‌این صفحه با صفحه مفروض جواب مسئله است .

مسئله ۴۱۴

۶۰۷ ـ صفحه ای رسم کنیدکه نسبت فواصل دوخط موازی از آن‌برابر مقدار معین باشد

خط اختیاری متکی بر دو خط متوازی مفروض رسم کرده آنرا به نسبت‌معین تقسیم مینمائیم از نقطهٔ تقسیم خطی بموازات دو خط رسم مینمائیم هر صفحه که براین خط بگذردجواب است

مسئله ۴۱۵

۶۰۸ ـ صفحه ای رسم کنیدکه بموازات امتدادی بوده و نسبت فواصل دو خط متوازی از آن برابر مقداری معین باشد

باز مانند فوق عمل مینمائیم منتها بر خطی که بموازات دو خط رسم میشودصفحه ای بموازات امتداد معین مرور میدهیم

مسئله ۴۱۶

۶۰۹ ـ بر نقطهٔ مفروض صفحه ای مرور دهیدکه‌فواصل‌دوخط‌متوازی از آن برابر مقداری معین باشد

صفحهٔ مطلوب بر نقطه مفروض و خطی که بموازات دو خط مانند مسائل فوق رسم میشود مرور میکند

مسئله ۴۱۷

۶۱۰ ـ صفحه‌ای رسم کنیدکه از دوخط متوازی بفواصل p و q باشد

خطی بموازات دو خط مانند فوق بقسمی رسم میکنیم که نسبت فواصل دو خط از آن برابر p/q باشدبر اینخط‌صفحه ای مرور میدهیم که از یکی از دوخط‌بفاصلهٔ معین p یا q باشد این صفحه جواب است .

۶۱۱ ـ در صفحهٔ p خطی رسم‌کنیدکه اقصر فاصله اش از دو خط موازی خارج آن برابر p و q باشد

صفحه ایرا که بموازات دو خط خارج‌صفحه و بفاصله p و q از آنها رسم‌میشود مانند مسئله قبل رسم میکنیم ، فصل مشترك این‌صفحه با صفحه P جواب مسئله‌است .

مسئله ۴۱۸

۶۱۲ ـ خطی بموازات امتداد معین L رسم‌کنیدکه از دوخط D و $\triangle$ بفواصل p و q باشد (هورفر)

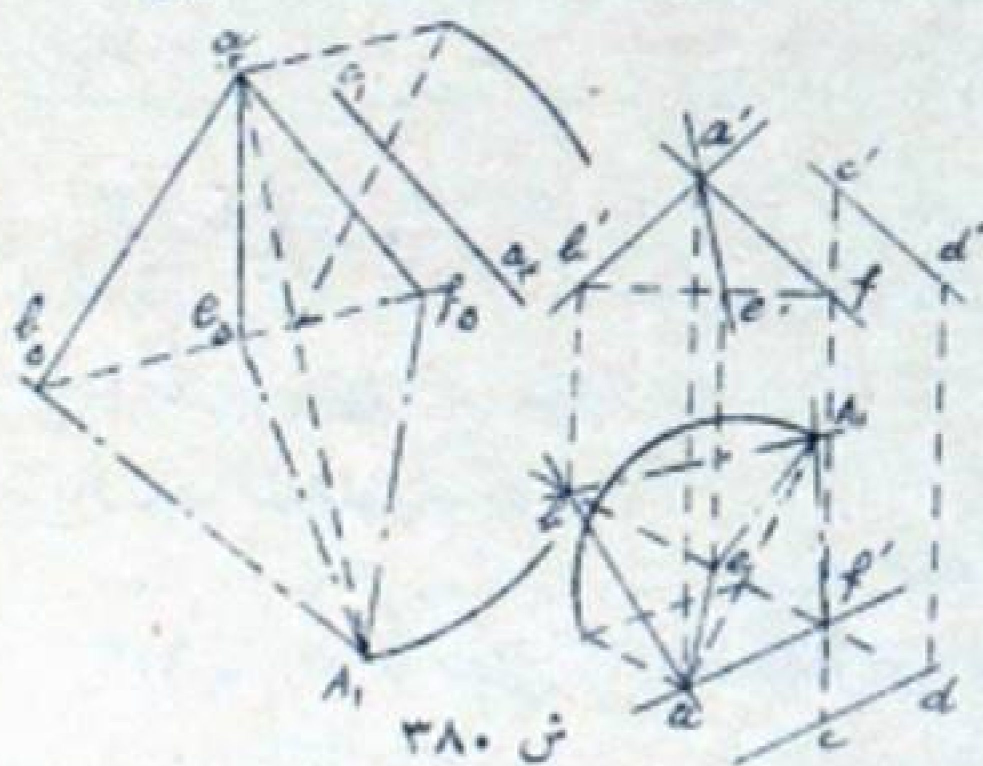
دو صفحه بر امتداد L و بموازات D و $\triangle$ مرور میدهیم فواصل دو خطرا از این صفحات بترتیب p' و q' فرض مینمائیم ، دو صفحه بموازات این صفحات وبفواصل $p'-p$ و $q'-q$ رسم مینمائیم فصل مشترك این دوصفحه جواب‌مسئله است

۲ ـ زوایا

الف ـ زاویهٔ دو خط

مسئله ۴۱۹

۶۱۳ ـ زاویه بین‌دوخط $aba'b'$ $(a_1\ b_0)$ و $cdc'd'$ $(c_1\ d_4)$ راتعیین کنید.



ش ۳۸۰

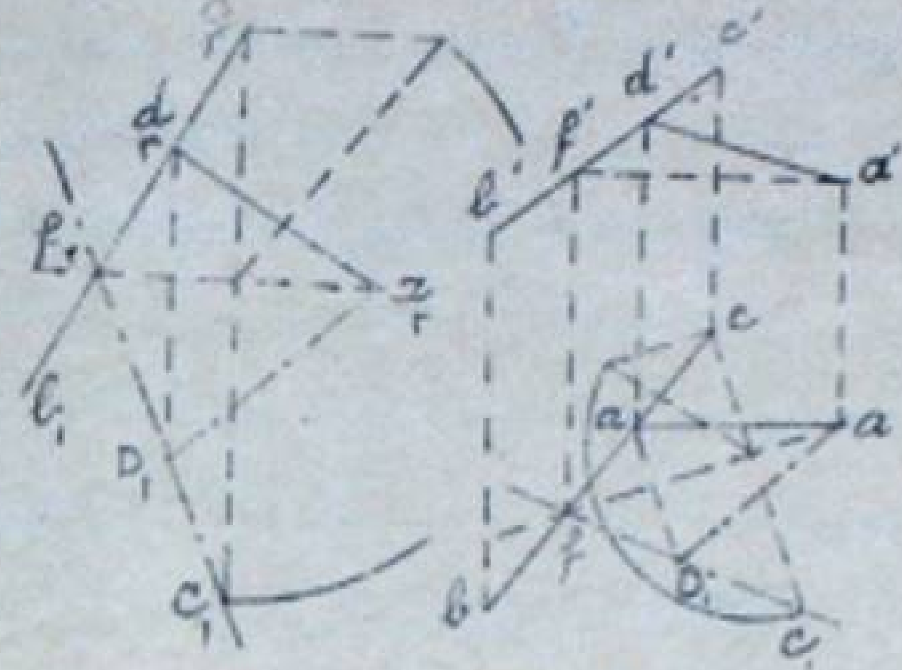
از نقطهٔ aa' (a_2) مفروض بر خطاوّل‌خطی بموازات $cdc'd'$ $(c_1\ d_4)$ رسم نموده صفحه مار بر ایندوخط‌راحول‌یکی‌ازافقیه‌های خود مثلا افقیهٔ مار بر نقطهٔ bb' (b_0)تسطیح مینمائیم مقدارحقیقی زاویهٔ معین میگردد (ش ۳۸۰)

اگر مقصودرسم منصف‌الزاویهٔ دو خط متقاطع $aba'b'$ $(a_2\ b_0)$ و $aea'e'$ $(a_2\ e_0)$ باشددر تسطیح‌منصف‌الزاویه A_1 را رسم‌نموده نقطه تلاقی آنرا با لولا به نقطه a وصل‌مینمائیم $aea'e'$ $(b_2\ e_0)$ تصویر منصف‌الزاویهٔ مزبور است (ش ۳۸۰)

مسئله ۴۲۰

۶۱۴ ـ از نقطهٔ aa' (a_2) خطی چنان‌رسم کنید که‌باخط $cbc'b'$ $(b_1\ c_2)$ زاویهٔ معین α احداث نماید

بر نقطهٔ aa' (a_2) و خط $bcb'c'$ ($b_1 c_4$) صفحه‌ای مرور میدهیم صفحه‌را حول افقیهٔ ماربر A تسطیح مینمائیم از نقطهٔ a که بر تسطیح خود منطبق است خطی چنان رسم میکنیم که تسطیح B_c را تلاقی کرده و با آن زاویهٔ α احداث کند خط اخیر را ترفیع مینمائیم $ada'd'$ ($a_2 d_3$) جواب است (ش ۳۸۱)



ش ۳۸۱

مسئله ۴۲۱

۶۱۵ - زاویهٔ خطوط ذیل را تعیین کنید : ۱ - افقیه و غیر مشخص ۲ - مواجه و غیر مشخص ۳ - نیمرخ و غیر مشخص ۴ - دو نیمرخ

۱ - خط غیر مشخص مفروض را حول افقیهٔ مزبور تسطیح مینمائیم زاویه‌ای که بین تسطیح خط و افقیه تشکیل میگردد جواب است

۲ - لولا را مواجه مفروض قرار داده خط غیر مشخص را حول آن تسطیح میکنیم زاویهٔ بین تسطیح خط و لولا برابر زاویهٔ دو خط است

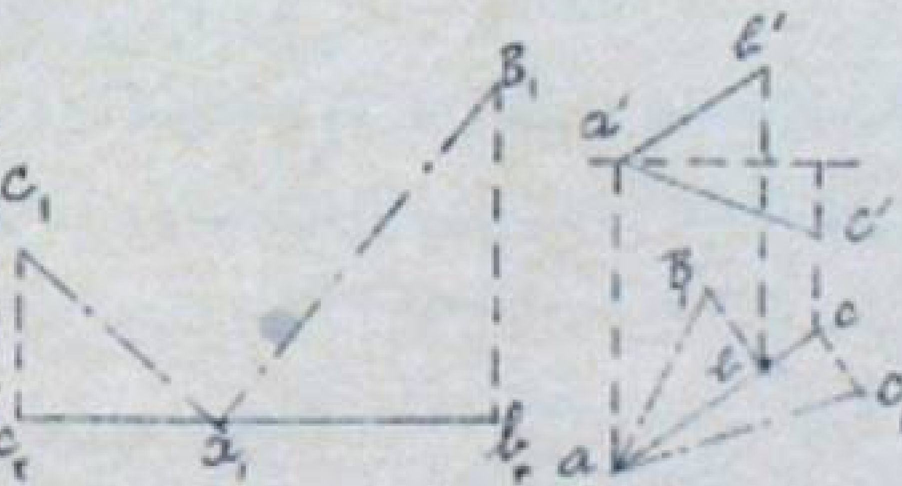
۳ - یکی از افقیه های صفحهٔ مار بر نیمرخ و خط مفروض را رسم کرده مانند مسئله قبل زاویهٔ دو خط را حول آن تسطیح مینمائیم

٤ - نیمرخها را در صفحهٔ نیمرخی که بر آنها میگذرد تسطیح مینمائیم زاویهٔ بین تسطیح خطوط جواب است .

مسئله ۴۲۲

۶۱۶ - زاویهٔ خطی را با خط‌الارض تعیین نمائید

از نقطه‌ای واقع برخط‌الارض بموازات امتداد مفروض که مقصود تعیین زاویهٔ آن با خط‌الارض است رسم کرده این خط را حول خط‌الارض تسطیح مینمائیم مقدار حقیقی زاویه معین میگردد



ش ۳۸۲

مسئله ۴۲۳

۶۱۷ - زاویهٔ دو خط واقع در یک صفحهٔ قائم را معین سازید .

فرض میکنیم $aba'b'$ ($a_1 b_3$) و $aca'c'$ ($a_1 c_2$) خطوط مزبور باشند از نقاط bb' (b_3) و cc' (c_2) خطوطی عمود بر ab اخراج کرده طول هریک‌را برابر ارتفاع نظیر خود جدا مینمائیم نقاط B_1 و C_1 حاصل میگردد این نقاط را به a وصل مینمائیم مقدار واقعی زاویهٔ $B_1 a_1 C_1$ است (ش ۳۸۲)

مسئله ۴۲۴

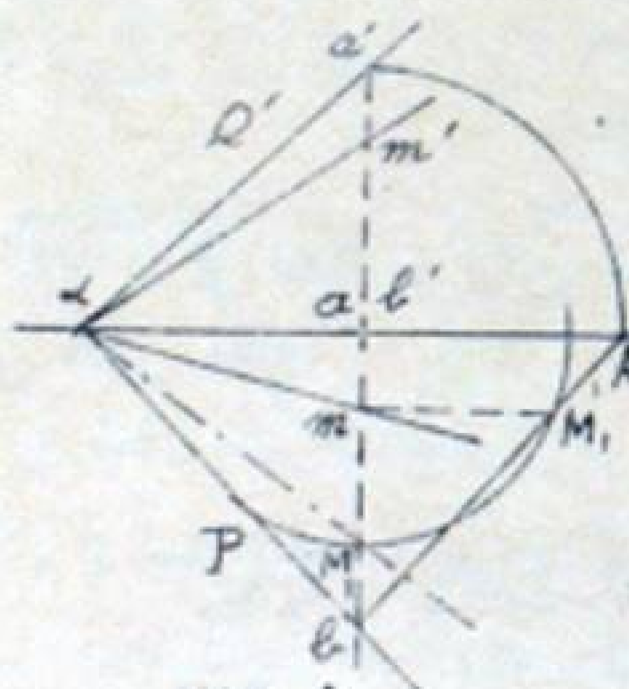
۶۱۸ - زاویهٔ بین اثر قائم صفحه و یکی از خطوط بزرگترین شیب صفحه را معین سازید

چون خط بزرگترین شیب عمود بر افقیه های صفحه است پس کافی است اثر قائم صفحه را حول اثر افقی آن تسطیح نمائیم زاویهٔ مطلوب متمم زاویهٔ بین آثار صفحه است

مسئله ۴۲۵

۶۱۹ - از نقطهٔ تلاقی آثار صفحه، و خط‌الارض خطی در صفحه رسم کنید که با خط‌الارض زاویهٔ معینی احداث نماید .

ابتدا در یکی از صفحات تصویر مثلا در صفحه افقی خط αM_1 را بقسمی رسم مینمائیم که با خط‌الارض زاویهٔ معین ω را احداث نماید پس از آن این خط را حول خط‌الارض دوران میدهیم تا بر صفحه $P\alpha Q'$ منطبق گردد ولی چون یک نقطهٔ خط یعنی α بر صفحه منطبق است پس کافی است نقطه‌ای دیگر از آن مانند M_1 را دوران داد تا بر صفحه $P\alpha Q'$ منطبق شود، برای این منظور از نقطهٔ M_1 صفحه نیمرخ $M_1 o$ را برخط‌الارض عمود کرده فصل مشترک این صفحه را با صفحه $P\alpha Q'$ که نیمرخ $aba'b'$ است معین میسازیم، نیمرخ مزبور را بر صفحه نیمرخ مرسوم تسطیح مینمائیم bA_1 نتیجه میگردد بمرکز a و شعاع aM_1 دائرهٔ دوران را در تسطیح صفحهٔ نیمرخ رسم مینمائیم تا خط bA_1 را در نقطهٔ M'_1 تلاقی نماید از M'_1 بموازات خط‌الارض رسم میکنیم تا نیمرخ را در نقطه m تلاقی نماید m' را تعیین میکنیم $\alpha m \alpha m'$ جواب مسئله است (ش ۲۸۳)



ش ۲۸۳

مسئله ۴۲۶

۶۲۰ ـ از نقطهٔ مفروض در صفحه خطی در آن چنان رسم کنید که ۱ ـ با خط‌الارض ۲ ـ با افقیهٔ مفروض یا خط غیر مشخص زاویه ای معین احداث کند .

۱ ـ بدوا از نقطهٔ تلاقی آثارصفحه‌و خط‌الارض مانند مسئله قبل‌در صفحه $P\alpha Q'$ خط $\alpha m \alpha m'$ را چنان رسم میکنیم که با خط‌الارض زاویه ω را ایجاد نماید پس‌از آن از نقطه مفروض cc' واقع در صفحه بموازات خط‌اخیر رسم مینمائیم .

۲ ـ در اینجا نیز بدوا از نقطهٔ مفروض واقع در صفحه‌خطی بموازات افقیه‌معین رسم نموده همچنین خط دیگری از همین نقطه رسم میکنیم که با افقیهٔ مزبورزاویهٔ معین احداث کند خط اخیر را که یك نقطه اش بر صفحه منطبق است حول افقیه مرسوم‌دوران‌میدهیم تانقطهٔ دیگرش بر صفحه منطبق شود (مسئله نمره ۳۹۱ ، ب)

۳ ـ باز ابتدا از نقطه مفروض واقع در صفحه خطی بموازات امتداد معین‌رسم نموده خط دیگری که با این خط‌زاویه ای برابر ω احداث کند از همین نقطه‌مرور میدهیم خط اخیر را حول خط‌اول دوران میدهیم تا نقطهٔ دیگرش بر صفحه منطبق شود (مسئله نمره ۳۹۱ ، ج) .

مسئله ۴۲۷

۶۲۱ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که نیمرخ مفروضرا بزاویه ای معین تلاقی نماید

بر نقطه و نیمرخ صفحه ای مرور داده آنرا حول‌یکی از افقیه های‌خودتسطیح میکنیم از تسطیح نقطه خطی رسم میکنیم که با تسطیح نیمرخ زاویهٔ مفروضرا احداث کند (مسئله نمره ۶۱۴) نقطه تلاقی را ترفیع میکنیم

مسئله ۴۲۸

۶۲۲ ـ دو خط AB و AC مفروض اند تصاویرخط ثالثی مطلوب‌است که بر نقطهٔ A گذشته و تصویر افقیش بر ab منطبق بوده و با AC زاویهٔ معین احداث نماید

بعبارهٔ اخری باید در صفحهٔ قائم مصوّر AB از نقطه A خطی‌رسم نمود که باAC زاویه‌ای برابر α احداث نماید ، مانند قسمت سوم مسئله نمره (۶۲۰) ابتدا از نقطهٔA

خط اختیاری که با AC زاویهٔ α را احداث کندرسم نموده اینخط را حول ACدوران میدهیم تا بر صفحه قائم AB منطبق گردد (مسئله نمره ۳۹۱ قسمت ج) .

مسئله ۴۲۹

۶۲۳ ـ بر خط مفروض صفحه ای مرور دهید بقسمی که زاویهٔ بین این خط و اثر افقی صفحه مار معین باشد .

اثر افقی خط را تعیین نموده از این نقطه در صفحه افق خطی رسم مینمائیم که با $aba'b'$ زاویهٔ معین ایجاد کند باین ترتیب که بدوا خط دیگر $aca'c'$ را چنان‌رسم میکنیم که با $aba'b'$ همانزاویه راتشکیل دهد اینخط را حول $aba'b'$ دوران‌میدهیم تا برصفحهٔ‌افقی‌منطبق گردد‌خط اخیر اثر صفحه مطلوب است پس صفحه‌مشخص‌میگردد

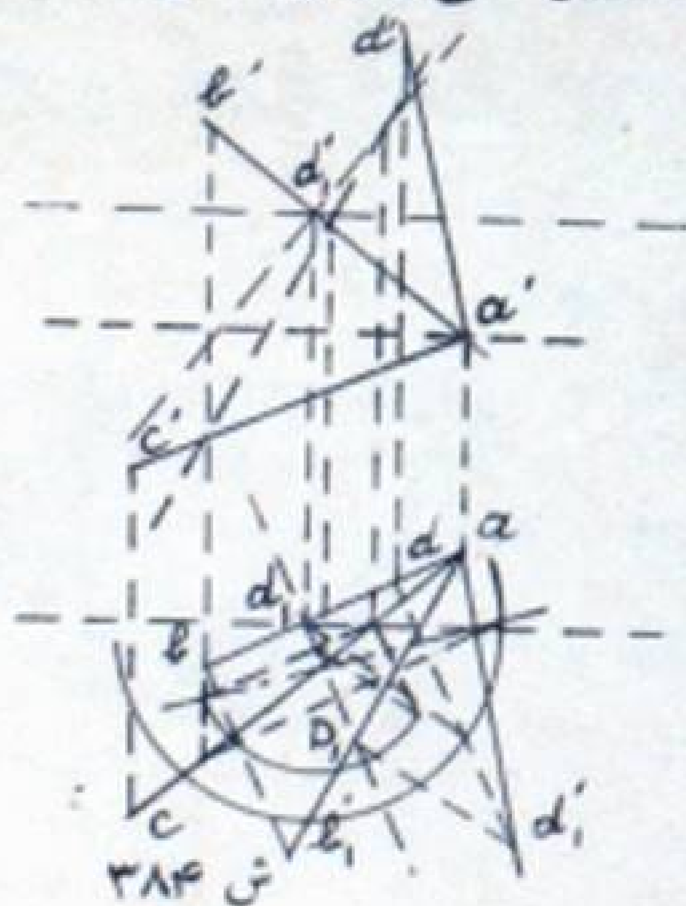
مسئله ۴۳۰

۶۲۴ ـ تصاویر افقی‌دو خط‌متوازی است زاویه بین‌دو خط‌راتعیین‌نمائید

چون در اینصورت اگر از نقطه مفروض بر یکی از دو خط خطی بموازات دیگری رسم نمائیم تصاویر افقی دو خط بر یکدیگرمنطبق میگردد پس مطلب‌راجع میشود باینکه زاویه بین دو خط واقع دریك‌صفحه قائم را تعیین کنیم(مسئله‌نمره۶۱۷)

مسئله ۴۳۱

۶۲۵ ـ خطی را مشخص‌سازید که‌تصویر افقی‌و زاویهٔ آن‌باخط‌مفروض دیگر معین باشد .

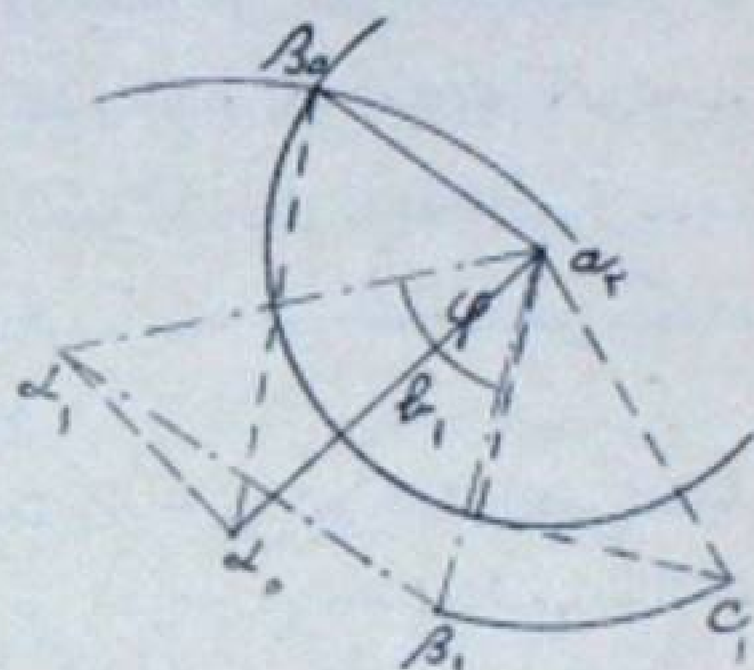

ش ۳۸۴

خط مفروض را $aba'b'$ و ac را تصویر افقی خط دیگر فرض‌میکنیم که با خط اوّل باید زاویهٔ α تشکیل دهد . از نقطهٔ aa' خط $ada'd'$ را بقسمی‌رسم مینمائیم که‌با خط $aba'b'$ زاویهٔ α احداث کند . این خط را حول $aba'b'$ دوران میدهیم‌تا بر صفحه قائم ac منطبق گردد چون یك نقطه آن منطبق است ، نقطه دیگراز آن‌را دوران میدهیم (مسئله نمره ۳۹۱قسمت‌ج) . باین‌ترتیب پس‌از انطباق تصویر قائم خط یعنی $a'c'$ معین میگردد (ش ۳۸٤)

مسئله ۴۳۲

۶۳۶ـ بر نقطه مفروض دو خط بشیب های معین مروردهید که یکدیگر را بزاویهٔ φ قطع کرده بعلاوه تصویر نقطه دیگری از یکی از دو خط معین باشد .

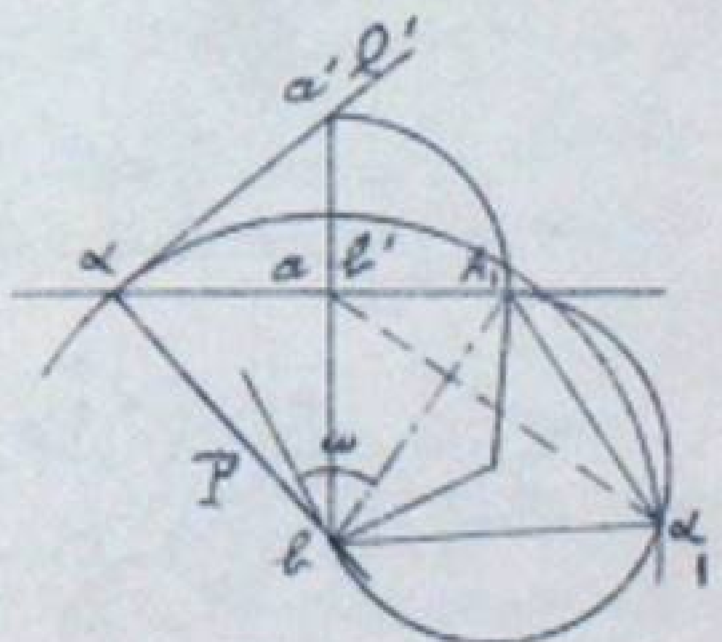
فرض میکنیم a_2 نقطه مفروض و b تصویرنقطه دیگری از خط AB باشدچون شیب این خط معین است پس a_1b را مدرج مینمائیم فرض میکنیم α_0 اثر خط AB باشد چون شیب خط دیگر نیز معین است پس اثر خط AC بر محیط دائره ایست که بمرکز a وشعاع ۲ اساس خط رسم شود ، از طرف دیگر نظر بمعلوم بودن زاویهٔ دو خط یعنی φ فاصله بین دو اثر خطوط نیز معلوم میشود (مثلثی رسم میکنیم که دو ضلعش طول حقیقی خطوط $A\alpha$ و $A\beta$ و زاویه بین آنها برابر φ باشد)پس چون بمرکز α و شعاع $\alpha_1\beta_1$ دائرهای رسم کنیم محل تلاقی این دائره با دائرهای که بمرکز a و شعاع دو اساس خط AC رسم میشود اثرخط اخیر است (ش ۳۸۵)


ش ۳۸۵

مسئله ۴۳۳

۶۳۷ ـ بر نیمرخ مفروض صفحه ای مرور دهید که زاویه بین آثار آن در فضا معین باشد .

فرض میکنیم aa' و bb' آثار قائم وافقی نیمرخ مفروض باشند پس باید بر خطالارض نقطهٔ α را چنان تعیین کرد که اندازهٔ حقیقی زاویهٔ $A\alpha B$ برابر مقدار معین ω باشد ، چون مثلث αAB را حول AB دوران دهیم تا بر صفحه نیمرخ مار بر AB منطبق گردد رأس α برامتداد عمودی قرار خواهد گرفت که از نقطهٔ تلاقی خطالارض باصفحه نیمرخ بر AB فرود آمده بنابراین بموجب این خاصیت میتوان مثلث αAB را در صفحه نیمرخ رسم نمود از اینقرار : خط $aba'b'$ را بر صفحه


ش ۳۸۶

نیمرخ مار بر خود تسطیح مینمائیم A_1b نتیجه میشود از نقطه a عمودی بر این خط فرود میاوریم حاوی زاویهٔ ω را بر A_1b مرور میدهیم تا عمود را درنقطه α_1 تلاقی نماید طولهای $b\alpha$ و $A_1\alpha$ بترتیب برابر اضلاع مثلث αAB میباشند بنا بران برای تعیین α کافی است بمرکز b و شعاع $b\alpha_1$ قوسی رسم کنیم تا خطالارضرا درنقطهٔ α تلاقی نماید خط αb اثر افقی و $\alpha a'$ اثر قائم صفحهٔ مطلوب است (ش ۳۸۶)

مسئله ۴۳۴

۶۳۸ ـ از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنید که با خط مفروض زاویهای معین تشکیل داده و ضمنا اقصر فاصلهٔ دو خط نیز معلوم باشد

چون اقصر فاصله دو خط معین است پس ابتدا از نقطهٔ مفروض aa' صفحه ای رسم مینمائیم که از خط $bcb'c'$ بفاصلهٔ اقصر فاصله باشد باین ترتیب که از نقطهٔ aa' خطی بموازات $bcb'c'$ رسم کرده بر این خط صفحهای مرور میدهیم که از خط $bcb'c'$ بفاصله معین b باشد (مسئله نمره ۵۹۳) در این صفحه از نقطهٔ aa' خطی رسم مینمائیم که با خط $bcb'c'$ زاویهٔ α را ایجاد کند (مسئله نمره ۶۲۰ قسمت ۳) .

مسئله ۴۳۵

۶۳۹ ـ صفحه ای بیك نقطه و افقیه ای مشخص است از نقطه خطی در صفحه رسم کنید که با صفحه افق زاویهٔ معین احداث کند .

از نقطه مفروض جبهه ای رسم مینمائیم که با صفحه افق زاویهٔ α را احداث کند (تصویر قائمش با خطالارض زاویهٔ α را تشکیل دهد) اینخط را حول قائم مار بر نقطه دوران میدهیم تا بر صفحه مزبور منطبق گردد .

مسئله ۴۳۶

۶۳۰ ـ خطی رسم کنید که با صفحهای موازی بوده و دو خط معین را بیك زاویه تلاقی نماید

مکان هندسی خطوطی که از نقطه ای گذشته و با دو خط یکزاویه تشکیل میدهند در صفحه معینیواقع اند که بر این نقطه میگذرد(مسئله ۳۱۱) پس صفحهٔ مزبور را رسم نموده از نقطهٔ مفروض صفحه ای نیز بموازات صفحهٔ معین رسم میکنیم فصل مشترك این دو صفحه خط مطلوب است

مسئله ۴۳۷

۶۳۱ ـ خطی رسم کنید که دوخطرا بیك زاویهٔ قطع کرده و باصفحهای موازی باشد .

ابتدا از نقطهٔ اختیاری صفحه مکان جمیع خطوطی که با دو خط زوایای متساوی احداث مینمایند رسم میکنیم (مسئله ۳۱۱) و از همین نقطه صفحه ای بموازات صفحهٔ مفروض مرور میدهیم بر دو خط مفروض خطی متکی رسم میکنیم که بموازات فصل مشترك این دو صفحه باشد

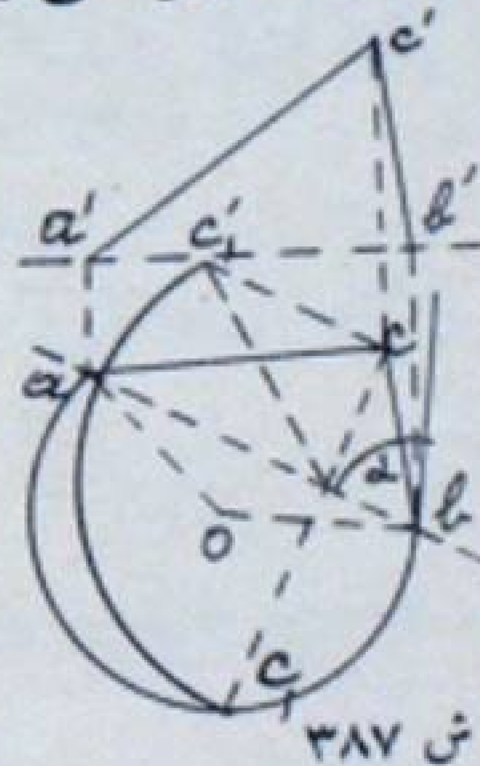
مسئله ۴۳۸

۶۳۲ - از نقطه‌ای واقع بر خط‌الارض صفحه ای رسم کنید که آثارش بر یك استقامت بوده و بایکدیگر زاویهٔ معین احداث نمایند.

چون صفحه ای که آثارش بر یك استقامت است عمود بر صفحهٔ منصف‌الزاویه ناحیه دوم میباشد پس بدوا از نقطه‌ای اختیاری عمود بر صفحهٔ منصف‌الزاویهٔ ناحیه‌دوم فرود میاوریم بر این خط که نیمرخ است صفحه ای مرور میدهیم که زاویهٔ بین آثارش مقدار معینی باشد (نمره ۶۲۷) پس از آن از نقطه واقع بر خط‌الارض ، صفحه‌ای بموازات این صفحه رسم میکنیم .

مسئله ۴۳۹

۶۳۳ - تصاویر افقی و آثار افقی زاویه ای و مقدار حقیقی آن معین است تصویر قائم زاویه مطلوب است .



ش ۳۸۷

آثار افقی زاویه را aa' و bb' و تصویر افقی راس آنرا c فرض مینمائیم چون حاوی زاویهٔ مزبور را بر افقیه ab مرور دهیم و از نقطه c راس زاویه عمودی بر لولای ab فرود آوریم تا دائره را در نقطهٔ c_1 تلاقی نماید این نقطهٔ تسطیح رأس زاویه است پس اختلاف ارتفاع را بوسیلهٔ رسم مثلث قائم‌الزاویهٔ occ'_1 میتوان تعیین نموده نقطه c' را بدست آورد (ش ۳۸۷) .

مسئله ۴۴۰

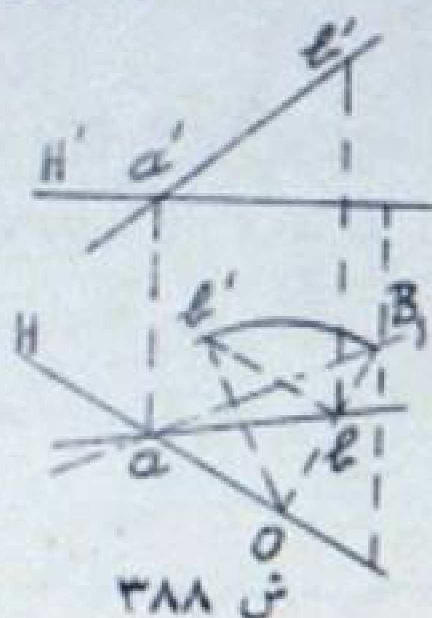
۶۳۴ - از نقطهٔ مفروض خطی متکی بر خط دیگر رسم کنید که بادو خط زوایای متساوی احداث کند .

از نقطهٔ مفروض صفحه ای رسم میکنیم که جمیع خطوطش با دو خط مزبور زوایای متساوی تشکیل دهد (مسئله ۳۱۱) فصل مشترك این صفحه را با خط مفروض معین میکنیم خط واصل بین نقطه مفروض و فصل مشترك مزبور جواب است .

مسئله ۴۴۱

۶۳۵ - افقیه و تصویر افقی خطی که آنرا تلاقی کرده با انضمام زاویهٔ دو خط معین است تصویر قائم خط را تعیین کنید

HH' را افقیه و ab را تصویر افقی خط فرض مینمائیم از نقطه a که محل تلاقی ab و H است خط aB_1 را چنان رسم مینمائیم که با افقیهٔ زاویهٔ مفروض را احداث نماید از نقطهٔ b عمودی بر افقیه فرود میاوریم تا خط مرسوم را در نقطهٔ B_1 که تسطیح b است تلاقی نماید ارتفاع b را بوسیلهٔ رسم مثلث قائم الزاویهٔ $bb'o$ تعیین نموده نقطه b' را معین میسازیم (ش ۳۸۸)

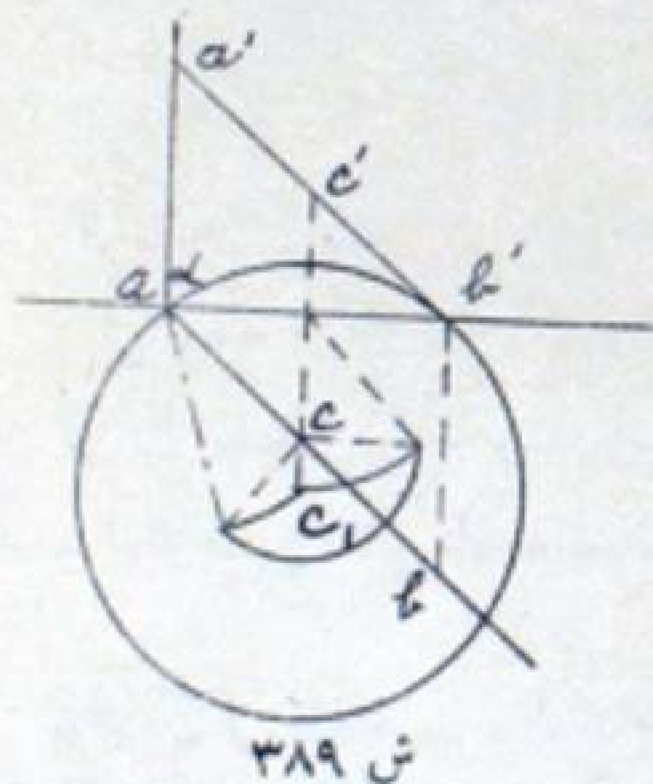


ش ۳۸۸

مسئله ۴۴۲

۶۳۶ - بر خط مفروض صفحه ای مرور دهید که زاویهٔ بین آثار آن در فضا قائمه باشد

باید نقطه ای بر خط‌الارض تعیین نمود که چون آنرا به آثار خط مفروض وصل نمائیم زاویهٔ بین خطوط واصل قائمه شود بعبارة اخری فصل مشترك خط‌الارض را با کره‌ای باید تعیین نمود که بقطر قطعه خط و محصور بین آثار خط مفروض رسم میشود برای این منظور بر خط‌الارض و نقطهٔ cc' که وسط $\overline{aba'b'}$ است (aa' و bb' را آثار خط اختیار کرده ایم) صفحه‌ای مرور میدهیم نقطه cc' را حول خط‌الارض تسطیح نموده بمرکز C_1 و شعاع طول حقیقی نصف خط $cac'a'$ دائره ای رسم مینمائیم تا خط‌الارض را در نقطهٔ مطلوب a تلاقی نماید $\alpha a'$ و αb را که آثار صفحه مطلوب است وصل مینمائیم (ش ۳۸۹)



ش ۳۸۹

۶۳۷ - بر خط $m_0 n_4$ نقطه‌ای تعیین کنید که چون آنرا بدو سر خط $a_1 b_2$ وصل نمائیم زاویهٔ حاصل قائمه شود

چون ماتدفوق استدلال کنیم معلوم میشود که برای حل مسئله باید بر خط $m_0 n_4$ و نقطهٔ c_3 وسط خط AB صفحه ای مرور داده خط $m_0 n_4$ را حول یکی از

اقبه های صفحه مثلا اقبه رقوم دو تسطیح نمود پس از آن بمرکز c_2 که بر تسطیح خود منطبق است و شعاع طول حقیقی $a_1 c_2$ دائره ای رسم کرد تا تسطیح خط $m_0 n_4$ را در نقطهٔ P_1 تلاقی نماید ترفیع این نقطه یعنی p جواب مسئله است(ش ۳۹۰)

ش ۳۹۰

مسئله ۴۴۳

۶۳۸ - آثار صفحه ای بریك استقامت است زاویه بین آنها را تعیین کرده منصف آنرا رسم کنید

ابتدا موافق طریقه کلی اثر قائم صفحه‌را حول اثرافقی آن تسطیح مینمائیم‌باینمعنی که بمرکز α و شعاع $\alpha a'$ دائره ای رسم کرده از نقطه a عمودی برآثار فرود میاوریم تا محیط دائره مرسومرا در نقطه a'_1 تلاقی نماید $a'_1\alpha b$ برابر مقدار حقیقی زاویه بین آثار است ، ولی برای‌رسم منصف الزاویه ساده‌تر آنست که دو طول مساوی $\alpha a'$ و αb رابر آثار صفحه نقل نموده‌خط $aba'b'$ را وصل کنیم پس از آن نقطه α را به وسط این خط وصل نمائیم $\alpha c \alpha c'$ که نیمرخ است تصویر منصف‌الزاویه بین آثار صفحه خواهد بود (ش ۳۹۱)

ش ۳۹۱

مسئله ۴۴۴

۶۳۹ - از نقطهٔ مفروض خطی بموازات صفحهٔ مواجه رسم کنید که با خط‌الارض زاویهٔ معین احداث نماید .

چون زاویهٔ خط مطلوب با خط الارض معین است پس زاویه آن با مواجهی که در صفحهٔ مواجه رسم شود نیز برابر همین مقدارخواهد بود بنا براین در صفحهٔ مواجه خطی رسم میکنیم که با اثر افقی آن زاویه مفروضرا احداث نماید ، پس از آن از نقطهٔ مفروض خطی بموازات این خط رسم میکنیم.

مسئله ۴۴۵

۶۴۰ - تصاویر خطی مفروض اند از اثر افقی این خط در صفحهٔ افق

خطی رسم کنید که با خط مفروض زاویهٔ معین احداث نماید .

از اثر افقی خط یکی از خطوطیرا که باخط مفروض‌زاویهٔ معین احداث‌میکند رسم مینمائیم‌این خط را حول خط مفروض دوران میدهیم تا بر صفحهٔ افق منطبق گردد

مسئله ۴۴۶

۶۴۱ بر خطی که خط الارض را قطع کرده صفحه‌ای مرور دهید بقسمی که این خط منصف الزاویهٔ بین آثار صفحه در فضا باشد .

اینمسئله را سابقا بطریقه مستقیم حل کرده ایم (نمره ۱۸۲) اینك ترسیم‌آنرا در طریقهٔ غیر مستقیم بر عهدهٔ قارئین وامیگذاریم .

مسئله ۴۴۷

۶۴۲ - دو خط متنافر مفروض‌اند ازنقطه‌ای واقع بریکی از آنها خطی رسم نمائید که خط دیگر را تلاقی کرده و با هردو یك زاویه تشکیل دهد .

ازنقطه aa' مفروض‌برخط $aba'b'$ خطی‌بموازات $cdc'd'$ رسم مینمائیم‌منصف‌الزاویه بین دوخط متقاطع حاصل را رسم میکنیم از نقطهٔ aa' عمودی برصفحه دو خط متقاطع از همین نقطه اخراج مینمائیم بر این خط و منصف الزاویهٔ مزبور صفحه ای مرور مینماید محل تلاقی این صفحه را با خط $cdc'd'$ تعیین میکنیم نقطهٔ mm' است خط مطلوب $ama'm'$ میباشد (ش ۳۹۲)

ش ۳۹۲

مسئله ۴۴۸

۶۴۳ - افقیه‌ای رسم کنید که بادو خط‌مفروض‌زوایای‌متساو . احداث کند

از نقطهٔ اختیاری صفحه‌ایرا که جمیع خطوطش با دو خط زوایای متساوی‌احداث مینماید مانند فوق رسم مینمائیم ، بردو خط مفروض افقیه ای بموازات یکی از اقبه های این صفحه و متکی بر آنها رسم مینمائیم .

مسئله ۴۴۹

۶۴۴ - از نقطه مفروض خطی رسم کنید که با سه خط زوایای متساوی احداث کند .

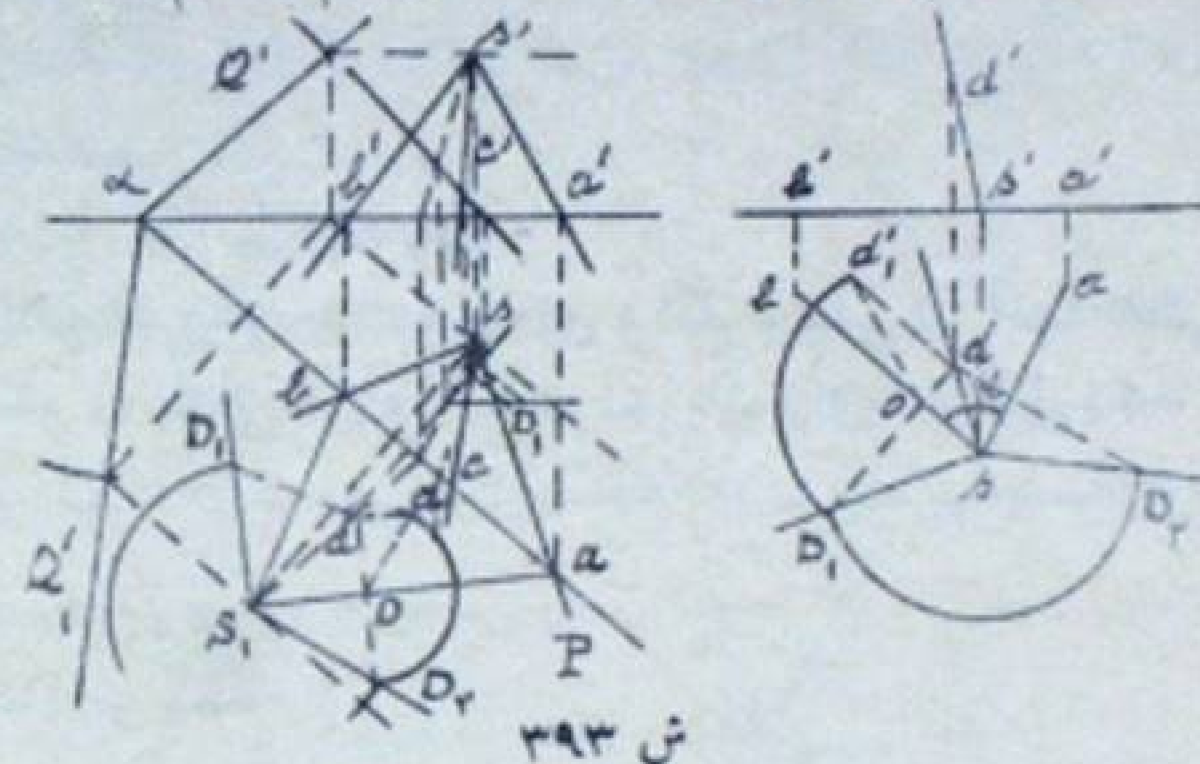
ازنقطهٔمفروض بموازات‌سه خط مفروض مزبور رسم‌میکنیم کنجی سه وجهی‌احداث میشودمکان خطوطی که‌از نقطهٔ مفروض گذشته وبا یالهای کنج دوبدو زوایای متساوی

احداث میکند صفحاتی است که (مانند مسئله نمره ۵۲۹) رسم میشود فصل مشترك این صفحات خطی است که جواب مطلوب است .

مسئله ۴۵۰

۶۴۵ ـ مقصود رسم کنج سه وجهی است که سه زاویه آن معین باشد (زوایای بین یالها)

ابتدا یکی اززوایا را در صفحه افق رسم مینمائیم مثلا asb را برابر α اختیار مینمائیم اگر وجوه دیگر کنج را حول یالهای sa و sb بر صفحه افق تسطیح نمائیم باوضاع sC_1 و sC_2 در میاید حال چون دو طول مساوی براین دو ضلع مانند sD_1 و sD_2 نقل نموده و از نقاط D_1 و D_2 که تسطیح نقطه D از یال SC میباشند دو عمود بر لولا های نظیر فرود آوریم نقطه d که تصویر افقی نقطه D از یال SC است معین میگردد واضح است اختلاف ارتفاع این نقطه برسم مثلث قائم‌الزاویه dod'_1 بدست میاید بنابراین تصویر قائم یال سوم کنج یعنی $s'd'$ مشخص میشود .



ش ۳۹۳

۶۴۶ ـ چنانچه وجه ASB بر صفحه افق منطبق نبوده بلکه بر صفحه اختیاری $P\alpha Q'$ واقع باشد

همواره ممکن است صفحه را حول اثرش تسطیح کرده مانند فوق عمل نمود منتها باید ملاحظه کرد که در اینصورت ترفیع نقطه d که باینوسیله بدست میاید تصویر موقع عمودی که از نقطه مطلوب D بر وجه $P\alpha Q'$ فرود آمده و چون از این نقطه عمودی بر صفحه مزبور اخراج نموده طول آنرا برابر اختلاف ارتفاع dd'_1 جدا کنیم نقطه dd' که متعلق بیال سوم SC است مشخص میگردد (۳۹۳).

مسئله ۴۵۱

۶۴۷ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که با دو خط زوایای معین تشکیل دهد

از نقطه مفروض بموازات دو خط رسم مینمائیم زاویه‌ای تشکیل میشود از رأس زاویه مانند فوق خطی رسم میکنیم که بکنج حاصل سه زاویه‌اش معین باشد .

مسئله ۴۵۲

۶۴۸ ـ از نقطه مفروض خطی رسم کنید که دو خط معینی را بیك زاویه قطع نماید بعلاوه زاویه آن با صفحه افق یا باصفحه غیرمشخص نیز مقدار معلومی باشد .

ابتدا از نقطه مفروض صفحه مکان جمیع خطوطی را که با دو خط یك زاویه تشکیل میدهند مانند مسائل قبل رسم میکنیم در این صفحه از نقطه مفروض خطی رسم میکنیم که با صفحه افق یا با صفحه مفروض زاویه‌ای معین تشکیل دهد

مسئله ۴۵۳

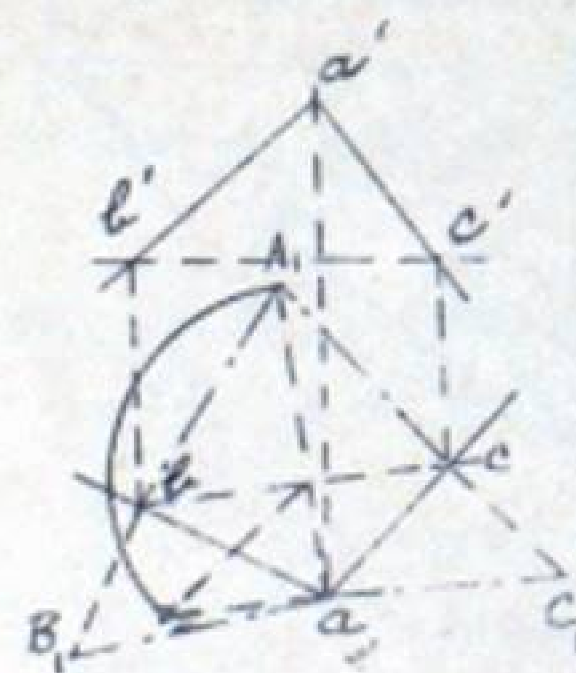
۶۴۹ ـ دو خط متقاطع مفروض اند مقصود تعیین نقطه‌ایست که فاصله‌اش از صفحه آنها معین بوده بعلاوه خط واصل بین نقطه و محل تلاقی خطوط با هر یك از آنها زاویه ای معین تشکیل دهد .

ابتدا از محل تلاقی دو خط متقاطع خطی رسم مینمائیم که با هر یك از دوخط زوایای معین تشکیل دهد (نمره ۶۴۵) پس از آن براین خط نقطه ای تعیین میکنیم که از صفحه دوخط بفاصله معین قرار گیرد .

مسئله ۴۵۴

۶۵۰ ـ زاویهٔ دو خط را تعیین کنید که تصویر افقی آنها و زاویه هر یك با قائم معین باشد

چون زاویه خطوط با قائم معین است پس زاویه آنها با صفحه افق که متمم زوایای مزبور باشد نیز معلوم است پس خط aB_1 راچنان رسم مینمائیم که با ab زاویه متمم زاویه مفروض را ایجاد نماید اختلاف ارتفاع نقطه b را با صفحه افقی مار بر a' که بالاختیار بر قائم a فرض شده برابر bB_1 است که چون آنرا در جهتی اختیاری نقل نمائیم تصویر قائم ab معین میگردد بهمین ترتیب تصویر قائم ac نیز معلوم شده و در نتیجه تصویر قائم زاویه و مقدار حقیقی آن معلوم میشود (ش ۳۹۴)

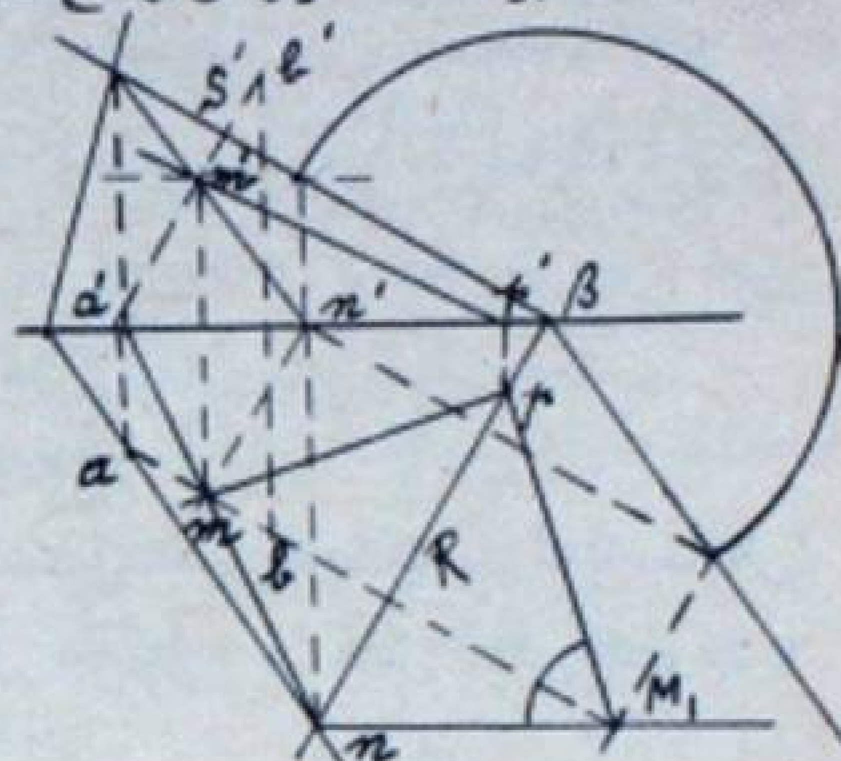


ش ۳۹٤

ب ـ زاویه خط و صفحه ـ زاویه دو صفحه

مسئله ۴۵۵

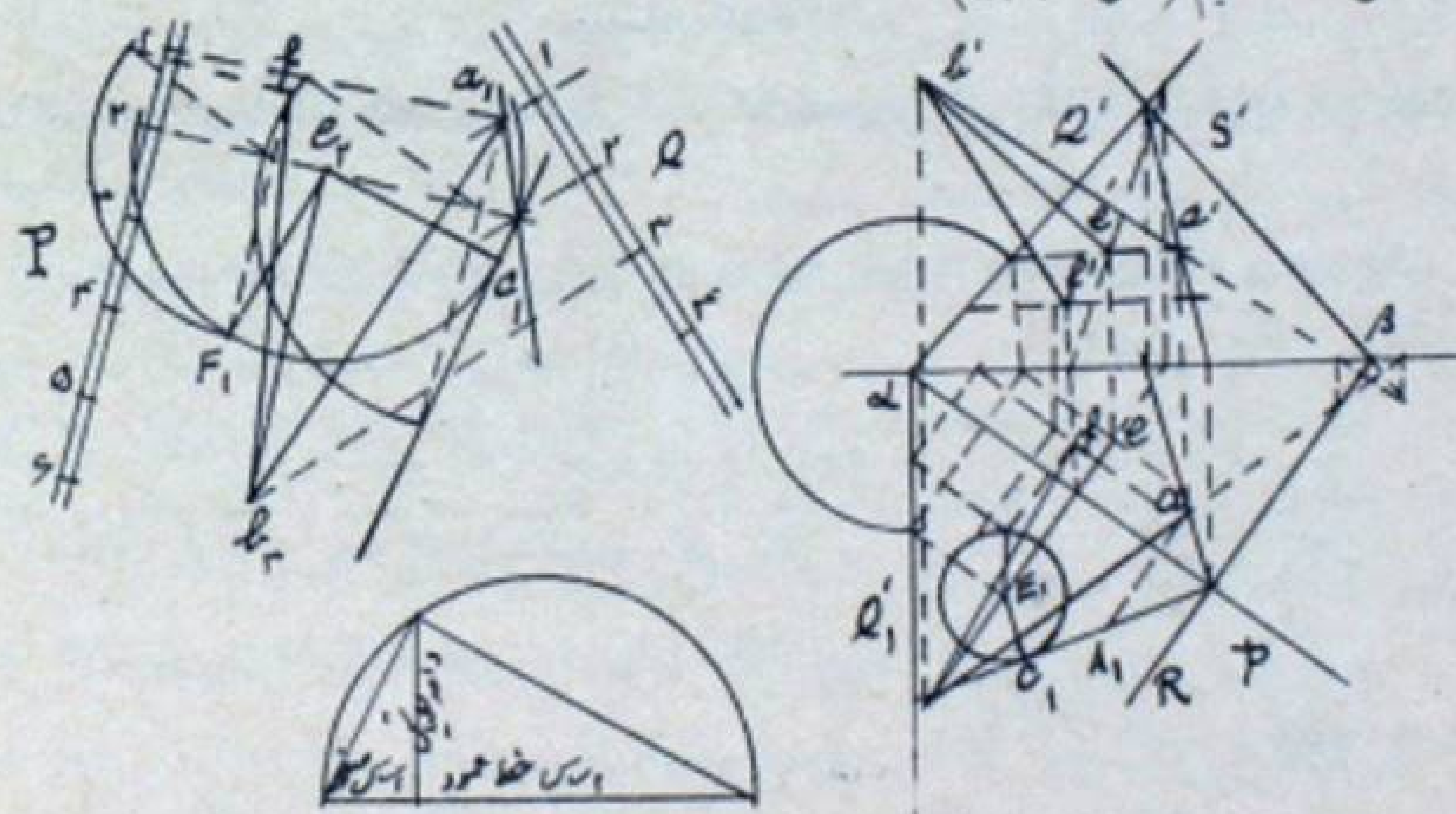
۶۵۱ ـ بر خط مفروض واقع در صفحه ای صفحه‌ای مرور دهید که با صفحه اول زاویهٔ معین احداث کند



ش ۳۹۵

بر خط مفروض که واقع‌درصفحه است صفحه $R\beta S'$ رابرآن عمودمیکنیم فصل مشترك این صفحه را باصفحه $P\alpha Q'$ تعیین میکنیم‌خط $mnm'n'$ است‌درصفحه عمود از نقطه mm' خطی رسم مینمائیم که با $mnm'n'$ زاویهٔ مفروضرااحداث نماید خط $mpm'p'$ حاصل میگردد . صفحه‌ای که‌برخط اخیر و خط $aba'b'$ مرور میکند جواب مسئله است(ش۳۹۵)

طریقهٔ دیگر نیز برای ترسیم فوق در کار است کــه آنرا سابقا در فصل سوم متذکر شده ایم (نمره ۵۳۲) .



ش ۳۹۶

مسئله ۴۵۶

۶۵۲ ـ بر خط مفروض که خارج صفحه $P\alpha Q'$ و متلاقی با آن است صفحه‌ای مرور دهید که با صفحه اول زاویه معین تشکیل دهد .

حل هندسی اینمسئله در فصل دوم نمره (۳۳۴) ذکر شده است در اینجا فقط آنرا رسم مینمائیم (ش ۳۹۶) .

مسئله ۴۵۷

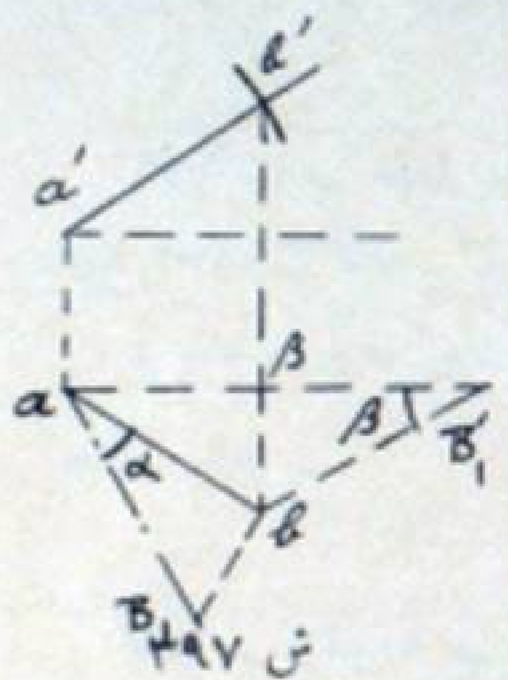
۶۵۳ ـ بر خط مفروض صفحه ای‌مرور دهید که با خط دیگر زاویه‌معین احداث کند

بر خط دیگر صفحه ای عمود مینمائیم بر خط مفروض صفحه ای مانند مسئله قبل مرور میدهیم که با صفحهٔ مزبور متمم‌زاویه مفروضرا احداث نماید .

مسئله ۴۵۸

۶۵۴ ـ تصویر قائم AB را با معلومات a و a' و ab و زاویه AB با یکی از صفحات تصویر معین نمائید .

فرض میکنیم α زاویهٔ خط AB با صفحهٔ افق باشدچون‌از نقطهٔ a با خط ab زاویه α را بنا نمائیم اختلاف ارتفاع نقطهٔ b نسبت بافقیهٔ مار بر a' برابر bB_1 که عمود بر αb است خواهد بود بنابراین b' برسم رابط و جدا کردن $\alpha b'$ مساوی bB_1 بدست میاید ، حال اگر β زاویهٔ خط AB باصفحه قائم باشد چون‌اختلاف بعد نقاط A و B معین و مساوی $b\beta$ است پس با این‌معلوم (ضلع) و زاویهٔ β مثلث قائم‌الزاویه‌ای بنا مینمائیم‌ضلع‌دیگر این مثلث برابر طول‌تصویر قائم است که چون‌بمرکز a' و شعاع این ضلـع دائـره ای رسم نمائیم رابط نقطهٔ b را در نقطهٔ b' که تصویر قائم خط است تلاقی خواهد کرد (ش ۳۹۷) .

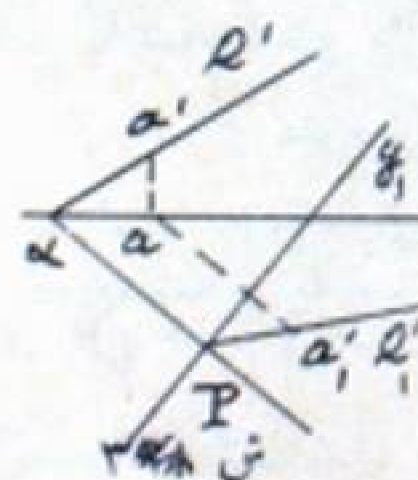


ش ۳۹۷

مسئله ۴۵۹

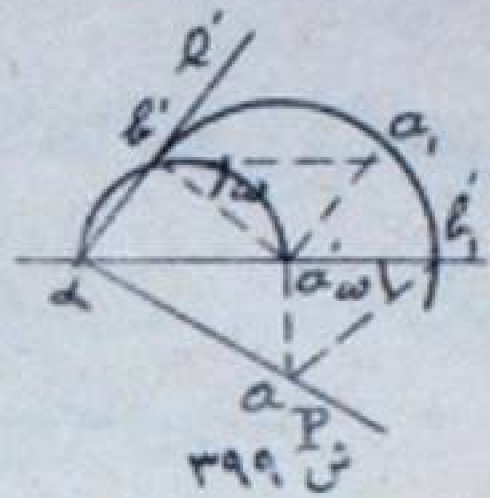
۶۵۵ ـ اثر قائم صفحه ایرا تعیین کنید که اثر افقی آن و زاویه‌ایکه‌بایکی ازصفحات تصویر احداث میکند معین‌باشد .

$P\alpha$ را اثر افقی صفحه و ω را زاویهٔ آن با صفحهٔ افق فرض مینمائیم ، برای تعیین اثر قائم صفحه‌خط‌الارض‌راعمود بر $P\alpha$ اختیار کرده از نقطهٔ α_1 خط $\alpha_1 Q'_1$ را چنان رسم میکنیم که‌باخط‌الارض جدید زاویه ای برابر ω ایجاد نماید وضع جدید صفحه را قبل از تغییر صفحه بوسیلهٔ رسم افقیهٔ $a'_1 a_1$ و تعیین‌نقطهٔ aa' معلوم مینمائیم $P\alpha Q'$ صفحهٔ مطلوب است (ش ۳۹۸)



ش ۳۹۸

چنانچه $P\alpha$ اثر افقی صفحه بوده و ω زاویهٔ صفحه مطلوب با صفحه قائم باشد ملاحظه میکنیم که اگر صفحه را حول اثر قائم تا معلوم خود تسطیح نمائیم باید از نقطهٔ aa' مفروض بر اثر افقی عمودی بر اثر قائم مزبور فرود آورده خطی بموازات همین اثر قائم و برابر طول aa' رسم نمائیم تا زاویه تسطیحی بدست آید اما چون در اینجا زاویه‌تسطیحی وضلع aa' از مثلث تسطیحی معین‌است‌پس اگر با معلومات aa' و ω مثلث قائم‌الزاویه ای بنا نمائیم‌فاصله تصویر نقطهٔ یعنی a' از لولا یعنی اثر قائم صفحه بدست میاید بقسمی کـه چون بقطر $\alpha a'$ نیمدائره ای رسم کرده بمرکز a' و شعاع ضلع مثلث مرسوم دائره ای رسم کنیم نقطه تلاقی دو دائره متعلق باثر قائم صفحه است بقسمی که از وصل α باین نقطه بدست میاید (ش ۳۹۹)


ش ۳۹۹

مسئله ۴۶۰

۶۵۶ - بر خط مفروض صفحه ای مرور دهیدکه با خط‌الارض زاویهٔ معین احداث کند

بر خط مفروض صفحه‌ای مرور میدهیم که با صفحه نیمرخ متمم زاویه مفروضرا ایجاد نماید .

مسئله ۴۶۱

۶۵۷ - زاویهٔ بین خط و صفحه ای که بیك نقطه و خط‌الارض نموده شده تعیین کنید .

از نقطه‌ای واقع بر خط عمودی بصفحه مزبور فرود میاوریم زاویه‌ای که بین‌این عمود و خط تشکیل میگردد تسطیح مینمائیم متمم آن جواب مطلوب است

مسئله ۴۶۲

۶۵۸ - کنجی که یك یالش جبهیه است مفروض است زاویه‌ایکه یال سوم کنج یا صفحه دو یال دیگر احداث میکند معین نمائید

از نقطه‌ای مفروض بر یال سوم کنج عمودی بصفحهٔ دو یال دیگر فرودمیاوریم و در اینجا چون یالهای مزبور افقیه و جبهیه اند رسم عمود سهل میشود ،زاویه‌ایکه بین این عمود و یـال سوم ایجاد میشود تسطیح مینمائیـم متمم زاویه اخیر جواب مسئله است .

مسئله ۴۶۳

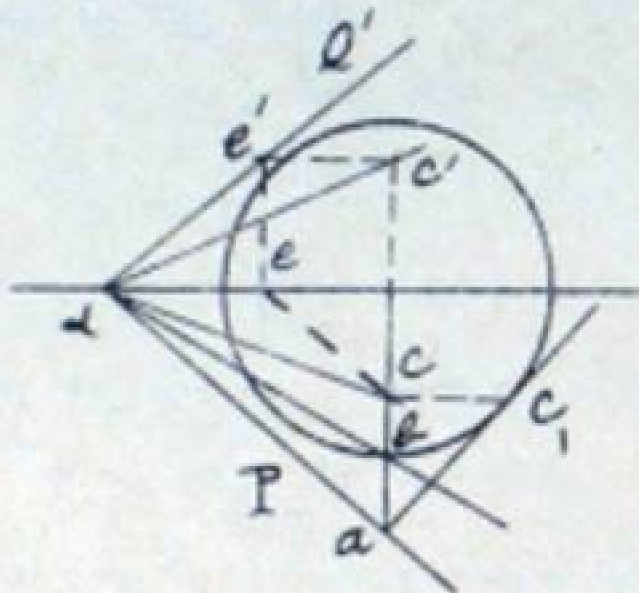
۶۵۹ - زاویهٔ خطی رابا صفحهٔنیمرخ یا باصفحهٔمنصف‌الزاویهٔتعیین نمائید

از نقطهٔ واقع بر خط عمودی بصفحه نیمرخ (مواجه) یا بر صفحهٔ منصف‌الزاویه (نیمرخ) فرود میاوریم زاویهٔ بین این عمود و خط را تسطیح نموده متمم آنـرا معین میسازیم .

مسئله ۴۶۴

۶۶۰ - اثر افقی صفحه و زاویهٔ آن با خط‌الارض معین است اثر قائم صفحه مطلوب است

ابتدا از نقطه α در صفحهٔ افق خطی رسم مینمائیم که با خط‌الارض زاویه مزبور را احداث نماید،چون این‌خط حول‌خط‌الارض دوران نماید مخروط دواری رسم میکند پس باید بر $P\alpha$ صفحه ای مرور داد که مماس بر سطح مخروطی مزبور باشد بـرای این منظور صفحهٔ نیمرخی مرورمیدهیم تا $P\alpha$ را در نقطهٔ a و سطح مخروطی را در دائره ob تلاقـی نماید از نقطهٔ a مماس بر اینداثره رسم میکنیم نقطه تماس را ترفیع میکنیم cc' بدست میاید $\alpha c\alpha c'$ وضع جدید αb پس از انطباق بر صفحه مطلوب است بنابراین صفحه بوسیلهٔ $P\alpha$ و خط $\alpha c\alpha c'$ مشخص‌میگردد (ش ٤٠٠)


ش ۴۰۰

مسئله ۴۶۵

۶۶۱- از نقطهٔمفروض‌خطی‌رسم‌کنیدکه با دو صفحه غیرمشخص‌زوایای معین احداث کند

از نقطهٔ مفروض دو عمود بر صفحات مزبور فرودمیاوریم از همین نقطه‌خطی رسم میکنیم که با عمود های مرسوم متمم زوایای مفروض با صفحات را احداث کند (نمره ٦٤٧) . این خط جواب مسئله است .

مسئله ۴۶۶

۶۶۲ - از نقطهٔ مفروض خطی رسم کنیدکه باخط مفروض و صفحه‌معین زوایای معلوم احداث کند

بر خط مفروض صفحه ای عمود نموده از نقطه مفروض مانند مسئله قبل خطی

رسم میکنیم که با صفحه مفروض زاویهٔ معین و با صفحهٔ عمود مزبور متمم زاویهٔ نظیر خود را احداث نماید .

مسئله ۴۶۷

۶۶۳ ـ زاویهٔ صفحه ایرا با خط‌الارض تعیین کنید

از نقطه ای واقع بر خط الارض عمودی بصفحه فرود میاوریم متمم تسطیح زاویه این خط و خط‌الارض را معین میسازیم

مسئله ۴۶۸

۶۶۴ ـ نقطه و قائمی مفروض اند از نقطه خطی رسم کنید که با صفحهٔ قائم زاویهٔ معین احداث کند بفرض آنکه اقصر فاصله بین قائم و خط مطلوب نیز معین باشد ، مسئله‌را برای حالات دیگر که خط مفروض افقیهٔ یا غیر مشخص است نیز حل کنید .

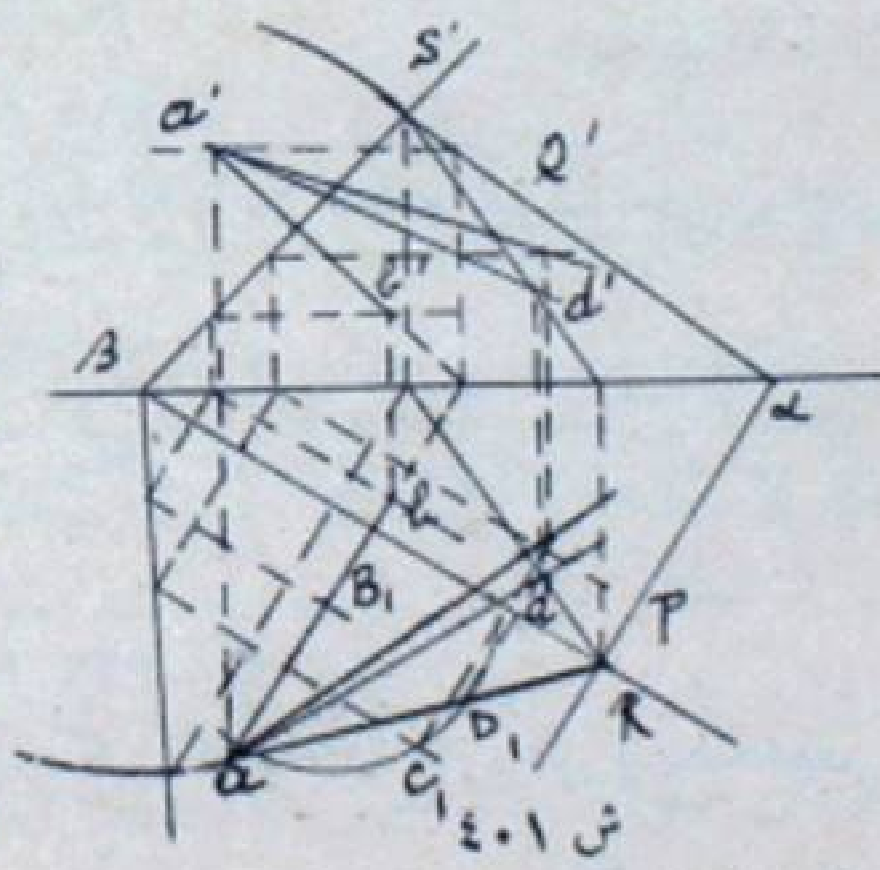
۱ ـ چون اقصر فاصله نقطه و قائم معین است پس تصویر افقی خط مطلوب مماس بر دائره ایست که بمرکز قائم یعنی ω و شعاع اقصر فاصله رسم شود بنابراین مماس db را رسم مینمائیم حال باید تصویر قائم ab را طوری تعیین کرد که زاویه‌اش باصفحهٔ قائم معین باشد و اینمسئله را سابقا حل و رسم نموده ایم (نمره ۸) .

۲ ـ وقتی خط افقیه یا غیر مشخص باشد باید از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای بموازات آنها رسم کرده که از خطوط بفاصلهٔ اقصر فاصله باشد (نمره ۵۹۲) پس از آن در این صفحه خطی رسم نمود که با صفحهٔ قائم‌زاویه معین احداث نماید (نمره۶۶۵) ممکن است نیز بوسیله تغییر صفحه یا افقیه یا خط غیر مشخص را بقائم بدل‌ساخته مانند حالت اول عمل نمود .

مسئله ۴۶۹

۶۶۵ ـ دو صفحهٔ متقاطع و نقطه ای واقع بر یکی از آنها مفروض است از این نقطه خطی در عین صفحه‌رسم کنید که با صفحهٔ دیگر زاویه معین احداث کند

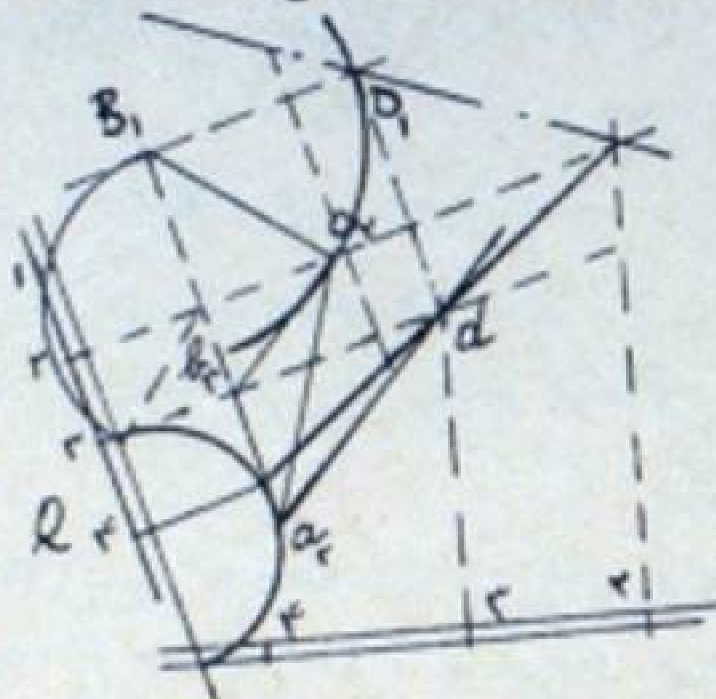
از نقطهٔ aa' که واقع در صفحهٔ $P\alpha Q'$ است عمودی برصفحهٔ $R\beta S'$ فرود میاوریم از همین نقطه نیز خطی رسم میکنیم که با این‌عمود متمم زاویهٔ مفروض را احداث نماید محل تلاقی خط اخیر و



ش ۴۰۱

موقع عمود را معین‌میسازیم نقاط مزبوررا حول اثر افقی صفحه $R\beta S'$ تسطیح نموده بمرکز تسطیح موقع عمود و شعاع فاصله آن از تسطیح محل تلاقی خط با صفحه دائره B_1C_1 را رسم میکنیم تا تسطیح فصل مشترک دو صفحه را در نقطه D_1 تلاقی نماید این نقطه را ترفیع میکنیم $ada'd'$ جواب مسئله است (ش ۴۰۱) .

۶۶۶ ـ صفحات P و Q و نقطه a_2 واقع در صفحه P مفروض اند از این نقطه خطی در صفحه P رسم کنید که باصفحهٔ Q زاویه ای معین احداث نماید



ش ۴۰۲

از نقطه a_2 عمودی بر صفحه Q فرود آورده خطی رسم میکنیم که با عمود مزبور متمم زاویه مفروض رااحداث نماید محل‌تلاقی خط اخیر و موقع عمود را در صفحه Q تعیین مینمائیم نقاط c_2 و b_3 بدست میایند این دونقطه را حول افقیه ای از صفحه Q مثلا افقیه رقوم دو آن تسطیح‌مینمائیم بمرکز B_1 وشعاع B_1c_2 دائـره ای رسم میکنیم تا تسطیح فصل مشترک دو صفحه‌را در نقطه D_1 تلاقی کند نقطه D_1 را ترفیع میکنیم a_2d جـواب مسئله است . (ش ۴۰۲)

مسئله ۴۷۰

۶۶۷ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای بموازات امتداد معین رسم کنید که اولا با خط ثانیا با صفحه ای زاویه معین احداث نماید

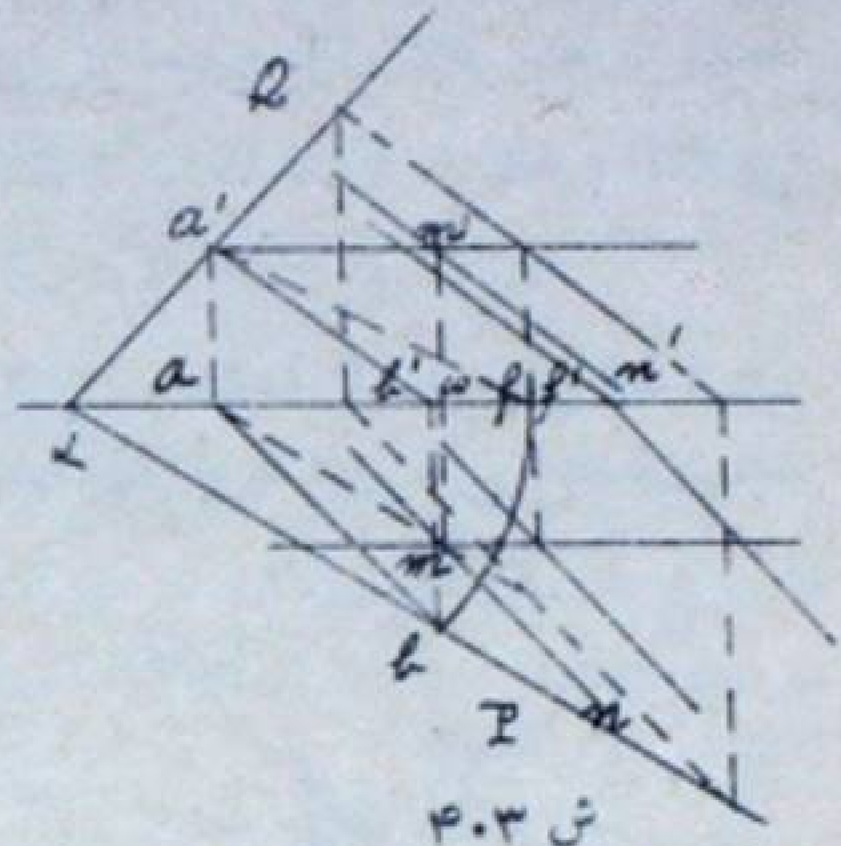
از نقطه مفروض بموازات امتدادمعین رسم مینمائیم، از این خط صفحه‌ای‌مرورمیدهیم که با خط یا صفحه مفروض زاویه معین احداث کند (نمره ۶۵۳)

مسئله ۴۷۱

۶۶۸ ـ در صفحهٔ مفروض خطی رسم کنید که با صفحه افق زاویه معین احداث کرده و از خط‌الارض بفاصله معلومی قرار گیرد

ابتدا در صفحه $P\alpha Q'$ خطی رسم مینمائیم که با صفحه افق زاویه معین احداث نماید باین ترتیب که از نقطه اختیاری aa' واقع بر اثر قائم صفحه جبهیه $afa'f'$ را چنان رسم میکنیم که با خط‌الارض زاویه ω را احداث نماید پس آن این جبهیه را

حول قائم a آنقدر دوران میدهیم تا اثر افقیش بر اثر افقی صفحه منطبق شود یعنی بر صفحه‌قرار گیرد $aba'b'$ حاصل میشود حال بایددر صفحه $P\alpha Q'$ خطی بموازات امتداد $aba'b'$ رسم کرد که‌ازخط‌الارض فاصله l قرار گیرد ، بـرای این کار ابتدا بر خط‌الارض صفحه ای بموازات $aba'b'$ مرور میدهیم بس از آن‌صفحه دیگری بموازات این‌صفحه وبفاصله اقصر فاصله دو خط از آن رسم مینمائیم فصل مشترك صفحهٔ اخیر با صفحه $P\alpha Q'$ یعنی خط $mnm'n'$ جواب‌مسئله‌است (ش۴۰۳)



ش ۴۰۳

مسئله ۴۷۲

۶۶۹ـ دو صفحه متقاطع P و Q وخط MN خارج‌صفحات مفروض‌است‌در صفحه P خطی رسم کنید کـه با صفحه Q زاویه معین احداث نموده و اقصر فاصله اش از MN معین باشد

بدواً در صفحه P خطی رسم میکنیم که با صفحه Q زاویهٔ معین ایجاد کند (نمره ۶۶۵) بس از آن بر MN صفحه‌ای‌بموازات‌اینخط مرور میدهیم صفحهٔ دیگری‌رسم میکنیم که از این صفحه بفاصلهٔ اقصر فاصله مفروض باشد فصل مشترك این صفحه با صفحه P جواب مسئله است

مسئله ۴۷۳

۶۷۰ بر خط مفروض صفحه ای مرور دهید که با خطی دیگر زاویهٔ‌معین احداث نماید .

برخط دیگر صفحه‌ای عمود مینمائیم برخط‌اول صفحه‌ای مرور میدهیم که باصفحه مزبورمتمم‌زاویهٔ مفروضرا احداث کند (نمره ۶۵۲) .

مسئله ۴۷۴

۶۷۱ ـ از نقطه مفروض صفحه ای رسم کنید که با دو صفحه زوایای معین احداث نماید .

از نقطهٔ مفروض خطی رسم میکنیم که با صفحات مزبور متمم زوایای مفروضرا احداث نماید (نمره ۶۶۱) از نقطهٔ بر این خط صفحه ای عمود میکنیم این صفحه جواب مطلوب است .

مسئله ۴۷۵

۶۷۲ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه ای رسم کنید که با دو خط زوایای معین احداث نماید

بر خطوط صفحاتی عمود میکنیم از نقطه مفروض مانند مسئله قبل صفحه‌ای رسم میکنیم که با این صفحات متمم زوایای مفروضرا احداث کند

مسئله ۴۷۶

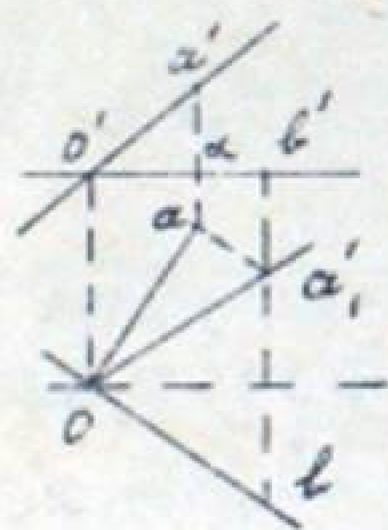
۶۷۳ ـ از نقطهٔ مفروض خطی بموازات صفحه P یا عمود بر امتداد D رسم نمائید که با صفحه Q یا خط Δ زاویه معین ایجاد کند

از نقطهٔ مفروض صفحه ای بموازات صفحه P یا صفحه ای عمود بر امتداد Δ رسم مینمائیم‌در این صفحه‌از نقطه‌مزبورخطی‌رسم‌میکنیم که باصفحه Q یا امتداد Δ زاویه معین احداث کند (نمره ۶۶۵ و نمره ۶۲۰) .

مسئله ۴۷۷

۶۷۴ ـ رأس O از زاویه‌قائمه AOB کـه ضلع oB از آن افقیه است مفروض‌میباشدتصاویر OA و OB را تعیین کنید بفرض آنکه بدانیم OB با صفحه قائم و OA با صفحه افق زوایای معینی احداث میکند .

جون زاویهٔ خط OB باصفحه‌قائم معین بوده‌و از طرفی این خط افقیه است بس Ob را طـوری رسم مینمائیم که با خط‌الارض زاویهٔ مفروضرا احداث نماید تصویر قائم آن یعنی Ob' موازی خط‌الارض است از طرف دیگر جون زاویهٔ O قائمه است و یك ضلع آن افقیه میباشد بس تصویرافقی Oa عمودبر Ob رسم میشود وچون زاویه OB با صفحه افق معین بوده و تصویر افقی‌این خط‌نیز معلوم‌است تصویر قائم آن بسهولت معین میگردد (نمره ۸) . (ش ۴۰۴)



ش ۴۰۴

مسئله ۴۷۸

۶۷۵ ـ از نقطه مفروض a، خطی بموازات امتداد غیر مدرج D رسم نمائیدبقسمی که با صفحه معین P زاویه ای برابر φ احداث نماید

از نقطه a_2 بموازات امتداد D رسم مینمائیم تصویر خط معین میگرددبایدروی یك نقطه دیگر از آن را مشخص ساخته خط را مـدرج نمود . برای این منظور

ملاحظه میکنیم که خط مرسوم از نقطهٔ a_2 اثر صفحه قائمی است پس مسئله راجع میشود باینکه در صفحهٔ قائم از نقطه a_2 خطی رسم کنیم که با صفحه P زاویه معین φ را ایجاد نماید (مسئله نمره ٦٦٥) .

مسئله ۴۷۹

٦٧٦ - خطی رسم کنید که بر نقطه‌ای گذشته و با یکی از صفحات تصویر زاویه معینی احداث کند و بعلاوه از خط الارض بفاصله معینی قرار گیرد .

ابتدا از نقطهٔ مفروض صفحه ای بموازات خط‌الارض رسم مینمائیم که از آن بفاصلهٔ معین باشد (نمره ۵۹۲) در این صفحه از نقطهٔ مفروض خطی رسم میکنیم که با صفحهٔ افق زاویهٔ مفروضرا احداث کند

مسئله ۴۸۰

٦٧٧ - بر نقطه مفروض خطی متکی بر خط دیگر بقسمی رسم کنید که با صفحات تصویر زوایای متساوی احداث نماید

از نقطهٔ مفروض صفحه ای بموازات یکی از صفحات منصف‌الزاویه رسم‌مینمائیم محل تلاقی این صفحه را با خط مزبور تعیین‌میکنیم نقطه را بمحل تلاقی وصل مینمائیم خط واصل جواب است .

مسئلهٔ ۴۸۱

٦٧٨ - از نقطه A صفحه ای مرور دهید که از نقطه B بفاصله r بوده و خط D را بزاویه معین φ تلاقی نماید .

بر خط D صفحه ای عمود مینمائیم . باید بر نقطه صفحه ای مرور داد که با این صفحه متمم زاویهٔ مفروضرا احداث کرده و از نقطهٔ B بفاصلهٔ r قرار گیرد برای این منظور از نقطهٔ مفروض عمودی بر صفحه مرسوم رسم نموده از همین نقطه خطی رسم مینمائیم که با این عمود زاویهٔ مزبور را احداث نماید چون خط اخیر حول عمود مزبور دوران نماید سطح مخروطی رسم میکند هر صفحه که مماس براین سطح مخروطی باشد با خط مفروض زاویهٔ مزبور را ایجاد خواهد نمود پس بین جمیع صفحات باید آنرا انتخاب کرد که از نقطهٔ B بفاصله r باشد بنابراین یکی از صفحات را رسم کرده آنرا حول عمود مزبور دوران میدهیم تا از نقطهٔ B بفاصله معین قرار گیرد (نمره ۴۹۸).

مسله ۴۸۲

٦٧٩ - زاویه بین صفحه مصور خط مفروض و صفحه P را تعیین نمائید .

ساده‌تر این است که از نقطه‌ای اختیاری دوعمود بر صفحات مزبور فرود آوریم زاویهٔ حادهٔ بین ایندو عمود برابر زاویه دو صفحه است .

مسئله ۴۸۳

٦٨٠ - خطی باثارش مشخص است آثار صفحه مار بر این خط را تعیین کنید بقسمی که این صفحه با صفحه قائم مصور خط زاویه معین احداث کند

بعبارة اخری باید بر خط مفروض صفحه ای مرور داد که با صفحهٔ دیگر زاویهٔ معین احداث نماید . (نمره ٦٥٢) .

مسئله ۴۸۴

٦٨١ - از نقطه مفروض صفحه‌ای مرور دهید که باسه خط معین زوایای متساوی ایجاد کند .

بدواً از نقطه مفروض خطی رسم مینمائیم که باسه خط مزبور زوایای متساوی احداث کند (نمره ٦٤٤)از نقطه صفحه ای بر این خط عمود مینمائیم .

مسئله ۴۸۵

٦٨٢ - ازنقطه مفروض صفحه‌ای رسم کنید که باسه صفحه مفروض زوایای متساوی احداث کند .

ابتدا از نقطهٔ مفروض خطی رسم مینمائیم که با سه خط عمود برسه صفحهٔ مزبور زوایای متساوی ایجاد کند (نمره ٦۴۴) از این نقطه صفحه ای عمود بر این خط رسم میکنیم .

مسئله ۴۸٦

٦٨٣ - از رأس کنجی سه‌وجهی خطی رسم کنید که باسه وجه یا سه‌یال کنج زوایای متساوی احداث کند

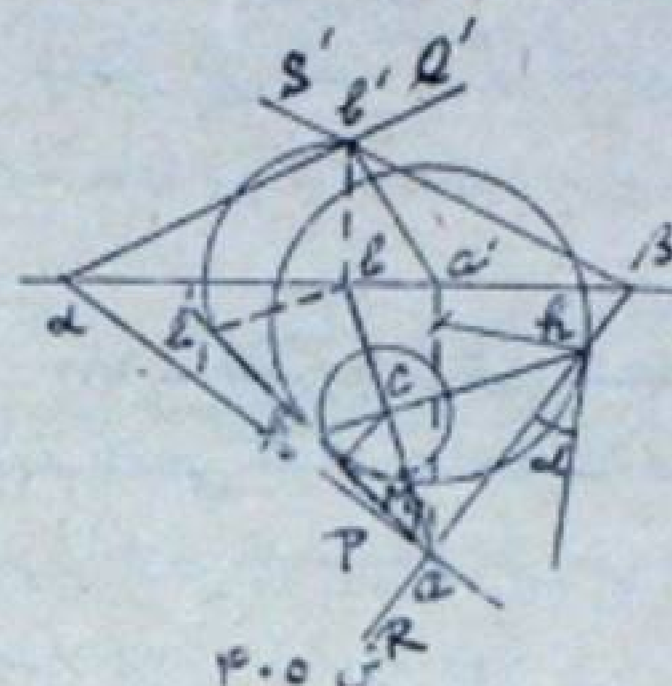
مانند مسائل قبل حل میشود .

مسئله ۴۸۷

٦٨۴ - آثار قائم دو صفحه را تعیین کنید بفرض آنکه آثار افقی و زاویه دو صفحه و تصویر افقی فصل مشترکشان معین باشد .

موافق طریقهٔ که‌در (نمره ۵۳۲)ذکر شد عمل مینمائیم باین ترتیب که بر نقطه

اختیاری بر تصویر افقی فصل مشترك عمودی اخراج میکنیم تا آثار صفحه را درنقاط k و b تلاقی نماید بر خط bk حاوی زاویهٔ دو صفحه‌را بر bk طرح میکنیم تا ab را در نقطهٔ M_1 تلاقی نماید بشعاع CM_1 دائره ای رسم کرده از a مماسی بر آن رسم میکنیم ازنقطهٔ b عمودی بر ab اخراج میکنیم تا مماسرا در نقطهٔ b'_1 تلاقی نماید bb'_1 برابر ارتفاع نقطه b است چون b' را تعیین کنیم آثار صفحه تعیین میگردد . (ش ۴۰۵)



ش ۴۰۵

مسئله ۴۸۸

۶۸۵ - از نقطه مفروض خطی مرور دهید که با دو صفحه زوایای مساوی احداث کرده ضمنا با صفحه افق یا صفحه غیر مشخص زاویه‌معین ایجاد نماید .

از نقطه مفروض صفحه ای بموازات صفحهٔ منصف فرجه در صفحه رسم مینمائیم مکان خطوطی که با دوصفحه مزبور زوایای متساوی احداث مینماید در این‌صفحه واقع است (نمره ۲۸۹) در این صفحه از نقطهٔ مفروض خطی رسم میکنیم که باصفحه افق (نمره۱۱۱) باصفحه غیر مشخص (نمره ۶۶۵) زاویه‌معین احداث‌نماید

مسئله ۴۸۹

۶۸۶ - برخط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که باصفحات تصویر یك زاویه احداث کند

از یکی از نقاط خط مفروض عمودی بر یکی از صفحات منصف‌الزاویه فرود میاوریم صفحه‌ایکه براین خط و خط مفروض میگذرد جواب مسئله است

مسئله ۴۹۰

۶۸۷ - بر خط مفروض صفحه‌ای مروردهید که با دوخط یادو صفحه زوایای متساوی احداث نماید

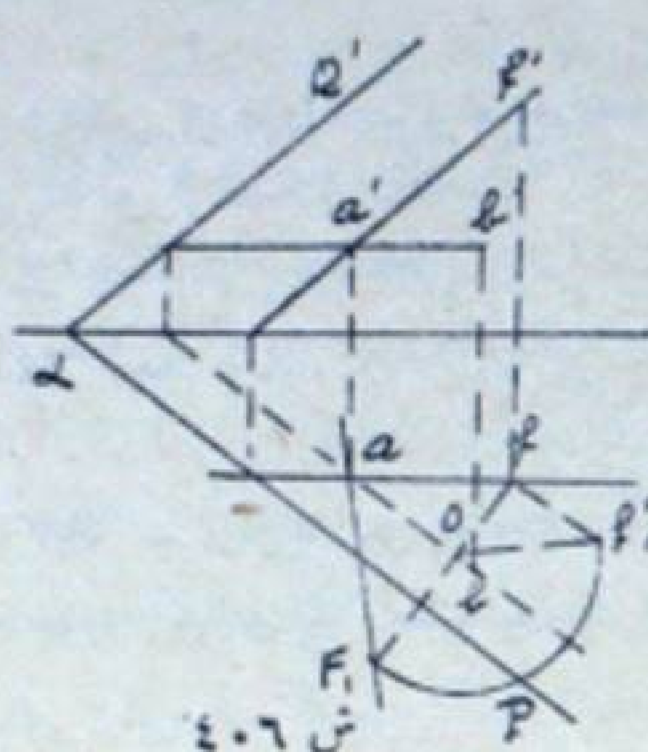
از نقطهٔ واقع بر خط خطی بموازات منصف‌الزاویه دو خط یا منصف‌الزاویه‌مسطحه فرجه دو صفحه رسم مینمائیم صفحه ایکه براین خط وخط‌مفروض بگذرد جواب‌است

مسئله ۴۹۱

۶۸۸ - از نقطه مفروض صفحه‌ای رسم کنید که اثر افقیش باخط‌الارض

زاویه معین احداث کرده بعلاوه زاویه بین آثار درفضا نیز معین باشد

ازنقطهٔ مفروض aa' افقیه $aba'b'$ را چنان‌رسم‌مینمائیم که تصویرافقیش باخط‌الارض زاویه ایرا که اثر افقی صفحه با خط الارض احداث مینماید ایجاد کند ولی چون زاویه‌بین آثار نیز معین است پس مقدار حقیقی زاویه بین افقیه وجبهیه صفحه نیز معلوم باشد بنابراین از نقطهٔ a خطی بموازات‌خط‌الارض رسم‌نموده و خط دیگری نیز رسم میکنیم که‌با ab زاویه مفروض بین آثار صفحه را احداث کند خط اخیر تسطیح جبهیهٔ مار بر نقطه a حول افقیه ab است بنابراین میتوان اختلاف‌ارتفاع‌یك نقطه‌مانند f از آنرا بوسیلهٔ رسم مثلث off'_1 بدست آورده نقطهٔ f را معین ساخت و صفحه $P\alpha Q'$ رامشخص‌نمود(ش۴۰۶)

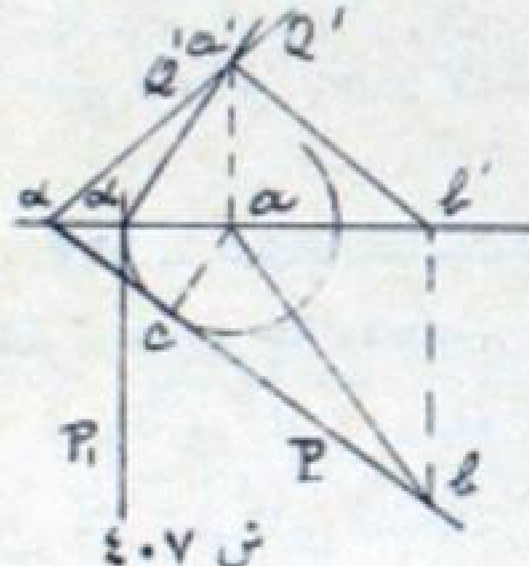


ش ۴۰۶

مسئله ۴۹۲

۶۸۹ - بر خط مفروض صفحه ای‌مرور دهید که‌بایکی از صفحات‌تصویر زاویهٔ معین احداث کند

آثر خط را aa' و bb' فرض مینمائیم از یکی‌از دو اثر مثلا از aa' خطی رسم‌مینمائیم که باخط‌الارض زاویهٔ صفحه مفروضرا با صفحهٔ افق احداث کند(صفحه منتصب) صفحه منتصب $P_1\alpha_1Q'_1$ را حول قائم a دوران میدهیم تا بر نقطه bb' مرور کند باین ترتیب که دائره $a\alpha_1$ را رسم کرده از b مماسی بر آن مرور میدهیم خط اخیر اثر افقی صفحه‌و $\alpha Q'$ اثر قائم آن است (ش ۴۰۷)



ش ۴۰۷

بهمین منوال میتوان وقتی زاویهٔ صفحه‌با صفحه قائم معین باشد آنرامشخص‌ساخت

مسئله ۴۹۳

۶۹۰ بر دو خط AB و CD دو صفحه مرور دهید که یکدیگر رابزاویهٔ φ تلاقی کرده‌ضمنا یکی از صفحات مثلاصفحه مار بر AB با صفحه افق‌زاویهٔ ω را احداث نماید

ابتدا بر AB صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه افق زاویه ω را احداث‌نماید

بس از آن بر خط CD صفحه ای مرور میدهیم که بااین صفحه زاویهٔ φ راتشکیل دهد (نمره ۶۵۲) .

مسئله ۴۹۴

۶۹۱ ـ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای مرور دهید که بادو صفحه معین زوایائی برابر α و β تشکیل دهد .

از نقطه مفروض خطی رسم مینمائیم که با صفحات مزبور متمم زوایای α و β را تشکیل دهد (نمره ۶۶۱) براین خط از نقطه مفروض صفحه‌ای عمود مینمائیم .

مسئله ۴۹۵

۶۹۲ ـ زاویهٔ دو صفحه راکه آثار افقی آنها منطبق است تعیین کنید

چون آثار افقی منطبق است پس بوسیلهٔ تغییر صفحه هر دو صفحه را بمنتصب تبدیل مینمائیم زاویه ای که بین آثار قائم صفحات در وضع جدید ایجاد میگردد جواب مسئله است .

مسئله ۴۹۶

۶۹۳ ـ زاویهٔ دو صفحه راکه مقیاس شیب هایشان متوازی است معین نمائید

از نقطهٔ اختیاری دو عمود بر صفحات مزبور فرود میاوریم واضح است ایندوخط بر یك امتداد منطبق خواهند شد (بر یك صفحه قائم واقع اند) زاویه بین ایندوخط را معین میسازیم (نمره ۶۱۷) .

مسئله ۴۹۷

۶۹۴ ـ صفحه منصف فرجه دو صفحه راکه هر کدام بیك نقطه و فصل مشترك دو وجه مشخص است رسم نمائید

بوسیله دو تغییر صفحه فصل مشترك دو صفحه را بقائم بدل میسازیم زاویهٔ که بین آثار افقی این صفحات تشکیل میشود مساوی فرجه دو صفحه است دراین وضع منصف الزاویه را رسم نموده وضع اول آنرا بدست میاوریم بر فصل مشترك و وضع جدید منصف الزاویه صفحه‌ای مرور میدهیم .

ش ۴۰۸

مسئله ۴۹۸

۶۹۵ ـ اثر افقی صفحه و زاویه آن باصفحه نیمرخ معینی است اثر قائم صفحه مطلوب است

مقدار ω یعنی زاویه بین دو صفحه را حاده فرض مینمائیم (اگر حاده نباشد مکمل آنرا در نظر میگیریم) چون زاویهٔ بین عمود هائی که از نقطه اختیاری بر دو صفحه متقاطع فرود آید مساوی زاویه دو صفحه است پس از نقطه اختیاری aa' مواجه $aba'b'$ را رسم کرده از همین نقطه عمودی بر اثر افقی $P\alpha$ از صفحه مطلوب فرود میاوریم پس از آن ملاحظه میکنیم که زاویه بین دو عمود مرسوم بر صفحات یعنی ω معین بوده وتصویر افقی زاویه و افقیه‌ای از صفحه زاویه نیز معین است پس تصویر قائم زاویه را معین میسازیم تصویر قائم عمودی که باید از نقطه aa' بر صفحه مطلوب فرود آید معلوم میشود چون از α عمودی براینخط فرود آوریم صفحه $P\alpha Q'$ مشخص میگردد (ش ۴۰۸)

مسئله ۴۹۹

۶۹۶ ـ آثار افقی دو صفحه و یك نقطه از فصل مشترکشان در دست است زاویهٔ صفحات را معین نمائید

چون یك نقطه ازفصل مشترك دو صفحه معین است پس آثار قائم صفحات نیز معلوم شده حل مسئله بحالت کلی منجر میگردد (نمره ۵۳) .

مسئله ۵۰۰

۶۹۷ ـ زاویهٔ دو صفحه ایراکه بر یك نقطه از خط الارض گذشته اند تعیین نمائید .

از نقطه اختیاری دو عمود بر صفحات مزبور فرود میاوریم زاویه حاده ای که بین این خطوط تشکیل میشود تسطیح مینمائیم .

مسئله ۵۰۱

۶۹۸ ـ زاویه دو صفحه مواجه را معلوم کنید

صفحه نیمرخی رسم نمود. فصل مشترك آنرا با هر یك از صفحات معلوم میسازیم خطوط حاصل در صفحه نیمرخ مزبور تسطیح میکنیم زاویهٔ بین این خطوط برابر زاویهٔ دو صفحه است .

مسئله ۵۰۲

۶۹۹ ـ زاویه بین صفحه مواجه و صفحهٔ غیر مشخص را معین نمائید .

باز از نقطه اختیاری دو عمود بر صفحات مزبور فرو آورده زاویهٔ بین آن ها را تسطیح می نمائیم .

مسئله ۵۰۳

۷۰۰ ـ زاویهٔ بین صفحهٔ قائم تصویر را باصفحه غیر مشخص معین کنید .

بوسیلهٔ تغییر صفحه افق صفحه مزبور را بقائم بدل مینمائیم زاویهٔ ایکه بین اثر افقی جدید آن و خط الارض جدید ایجاد میشود جواب است

مسئله ۵۰۴

۷۰۱- زاویه‌یکی از صفحات تصویر را با صفحه‌ای که یك‌نقطهٔ خط‌الارض نموده شده معین کنید .

در صفحه مزبور نیمرخی رسم کرده آنرا بر صفحه نیمرخ مار بر خود تسطیح مینمائیم زاویه ایکه بین تسطیح این خط و نیمرخ ایجاد میشود برابر زاویه بین صفحه مزبور و صفحه افق و متمم آن مساوی زاویه بین صفحه مزبور و صفحه قائم است

مسئله ۵۰۵

۷۰۲ - زاویه صفحه مفروضرا با صفحه نیمرخ تعیین کنید

از نقطهٔ اختیاری دو عمود بر صفحات مزبور فرود آورده زاویه بین این خطوط را معین مینمائیم .

مسئله ۵۰۶

۷۰۳ - بر نیمرخ مفروض صفحه ای مرور دهید که با صفحه نیمرخ زاویه معین احداث نماید .

چون هرنیمرخ بموازات جمیع صفحات نیمرخ است پس کافی‌است بر نیمرخ‌مزبور که در صفحه نیمرخ مار برخود قرار دارد صفحه ای مرور دهیم که با صفحه‌نیمرخ مزبور زاویه معین‌احداث نماید (نمره ۶۵۲) .

مسئله ۵۰۷

۷۰۴ - آثارصفحه مواجهی راکه برنقطهٔ مفروض‌گذشته وصفحهٔ مواجه دیگر را بزاویه معین تلاقی مینماید معین سازید .

از نقطه مفروض aa' صفحهٔ نیمرخی مرور داده فصل مشترك آنرا با صفحهٔ‌مواجه که خط $bcb'c'$ است‌معلوم مینمائیم . خط‌اخیر را در صفحه نیمرخ مزبور تسطیح کرده از تسطیح نقطهٔ a یعنی A_1 در همین صفحه خطی رسم میکنیم که‌با B_1C_1 زاویه مزبور رااحداث کند آثار خط اخیر راکه‌متعلق به آثار صفحه مواجه‌است معین‌ساخته از آنهابموازات‌خط‌الارض رسم میکنیم صفحه مشخص میگردد (ش۴۰۹)

ش ۴۰۹

مسئله ۵۰۸

۷۰۵ - از نقطهٔ مفروض صفحه ای عمود بر صفحهٔ مفروض رسم کنید که با صفحه افق زاویهٔ معین احداث کند .

ازنقطه مفروض عمودی بر صفحه معین‌فرود آورده بر این خط صفحه‌ای‌مرور میدهیم که با صفحه افق زاویهٔ معین احداث کند (بشیب‌معینی باشد) (نمره۶۸۹).

مسئله ۵۰۹

۷۰۶- بر خط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که‌با صفحهٔ نیمرخ زاویه ای معین احداث کند .

موافق طریقهٔ کلی عمل مینمائیم (نمره۶۵۲) .

مسئله ۵۱۰

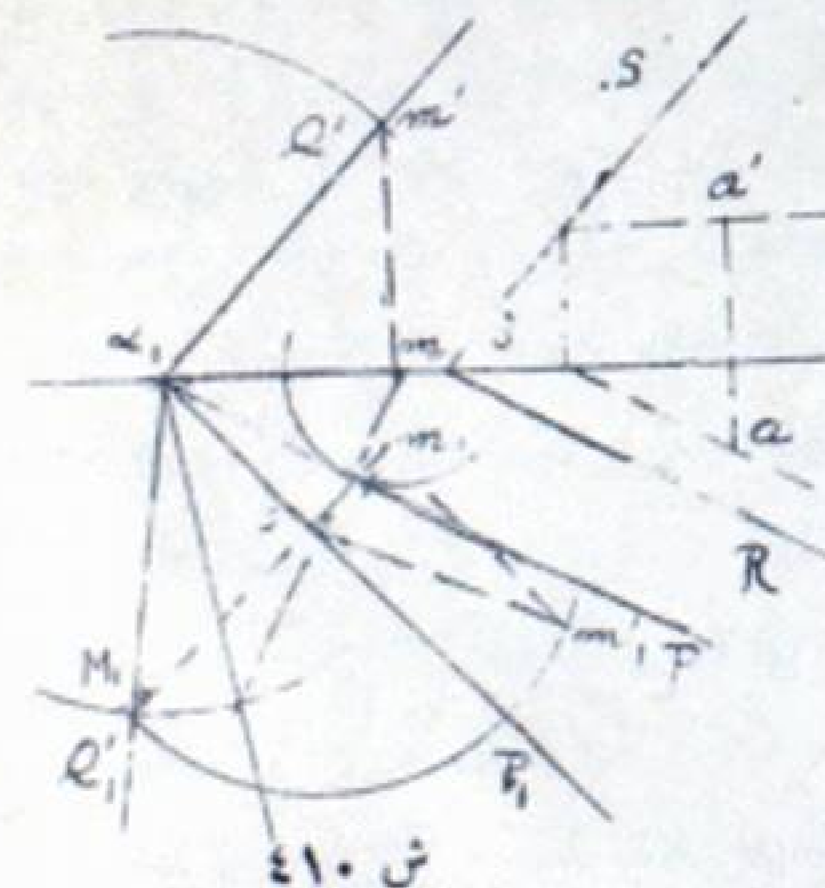
۷۰۷ از نقطهٔ مفروض صفحه‌ای‌رسم کنید که با خط الارض و صفحهٔ‌دیگر زوایای معین ایجادکند .

از نقطه مفروض خطی رسم میکنیم که باصفحهٔ نیمرخ و صفحهٔ معین زوایای‌برابر متمم زوایای مزبور احداث کند(نمره ۶۶۱) بر این خط از همین نقطه صفحه ای عمود میکنیم .

مسئله ۵۱۱

۷۰۸ - از نقطهٔ مفروض صفحه ای مرور دهید که با صفحات تصویر و صفحه‌ای‌که باثارش نموده شده زوایای متساوی احداث کند .

از نقطه α که محل تلاقی آثار صفحه وخط الارض است خطی رسم میکنیم که باصفحات مزبورزوایای متساوی‌تشکیل دهد (نمره۶۸۲) ازنقطه مفروض صفحه‌ای بر این خط عمود مینمائیم .



ش ۴۱۰

مسئله ۵۱۲

۷۰۹ - از نقطهٔ مفروض‌صفحه‌ای مرور دهید که‌باصفحه‌افق‌زاویهٔ‌معینی احداث‌کرده ضمنا زاویه بین آثارش در فضا نیز معین باشد

از نقطهٔ α_1 واقع‌بر خط‌الارض‌دوخط α_1P_1 و α_1Q_1 را بقسمی رسم مینمائیم که زاویهٔ بین‌آنها مساوی زاویهٔ‌بین‌آثار صفحه در فضا باشد از نقطه ای واقع بر αQ_1 مثلا M_1 خطی عمود بر αP_1 فرود آورده مثلث قائم‌الزاویهٔ $o_1m_1m'_1$ رابا معلومات M_1o (وتر) و زاویهٔ تسطیحی (زاویه‌ای که صفحهٔ مطلوب باید با صفحه

افق احداث کند) بنا میکنیم اگر αP_1 اثر افقی و $\alpha Q'_1$ تسطیح اثر قائم صفحه حول آن باشد باید نقطهٔ m_1 بر خط الارض قرار گیرد ولی حال که چنین نیست چون بمرکز α_1 و شعاع αm_1 قوسی رسم نمائیم وضع m_1 بر خط الارض بصورت m معین میگردد واضح است وضع o را نیز میتوان معین نموده خطوط αP و $\alpha Q'$ را در وضع جدید مشخص نمود بقسمی که صفحه $P\alpha Q'$ عبارت از صفحه ای است که بر نقطه α گذشته و حائز شرائط مسئله است ، حال چون از نقطهٔ مفروض aa' صفحه $R\beta S'$ را بموازات این صفحه رسم کنیم جواب مسئله معین میگردد . (ش ٤١٠)

مسئله ۵۱۳

۷۱۰ - بر خط مفروض دو صفحه مرور دهید که بزاویه α تلاقی کند بنابر آنکه یکی از صفحات بموازات امتداد معینی باشد

ابتدا صفحه ایرا که بموازات امتداد معین است مشخص میسازیم باین ترتیب که بر خط مفروض صفحه ای بموازات امتداد معین است مرور میدهیم پس از آن بر خط مزبور که واقع در صفحه است صفحه ای مرور میدهیم که باصفحه اول زاویهٔ معین α احداث کند (نمره ٦٥١) .

مسئله ۵۱۴

۷۱۱ - بر دو خط مفروض دو صفحه مرور دهید که بزاویه φ تلاقی کرده و اولا یکی از صفحات با یك صفحه تصویر زاویه معین داشته باشد ثانیا یکی از صفحات بموازات امتداد مفروض باشد ثالثا یکی از صفحات با صفحه یا با خط مفروض زاویهٔ معین داشته باشد

۱ - بر یکی از خطوط صفحه‌ای مرور میدهیم که با یکی از صفحات تصویر زاویهٔ مفروضرا احداث نماید (نمره ٦٥٢) بر خط دیگر صفحه‌ای مرور میدهیم که با این صفحه زاویهٔ معین ایجاد کند (نمره ٦٥٢) .

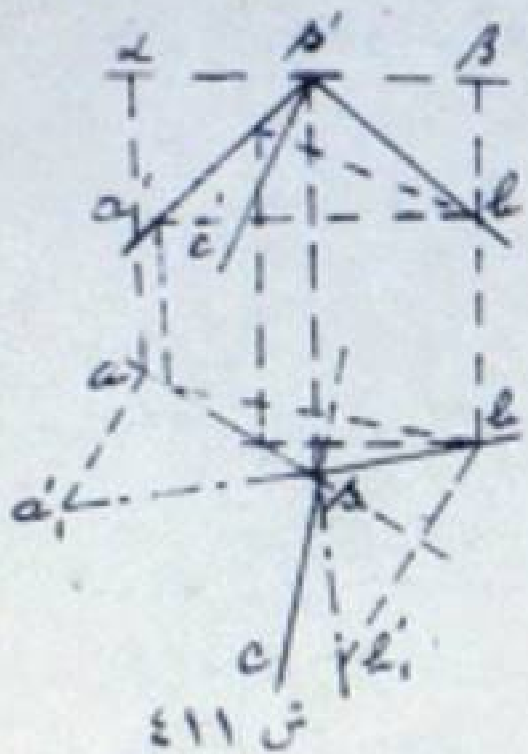
۲ - بر یکی از خطوط صفحه ای بموازات امتداد معین مرور میدهیم و بر خط دیگر صفحه‌ای که با صفحه اول زاویهٔ معین تشکیل دهد (نمره ٦٥٢) .

۳ - بر یکی از خطوط صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه یا با خط مفروض زاویهٔ معین ایجاد کند ، بر خط دیگر صفحه مرور میدهیم که با این صفحه زاویهٔ مفروض احداث نماید .

ج - کنج ها

۷۱۲ - تصاویر کنج سه قائمه ایرا تعیین کنید که تصاویر راس و یك یال و یکی از دو تصویر یال دیگرش معین باشد

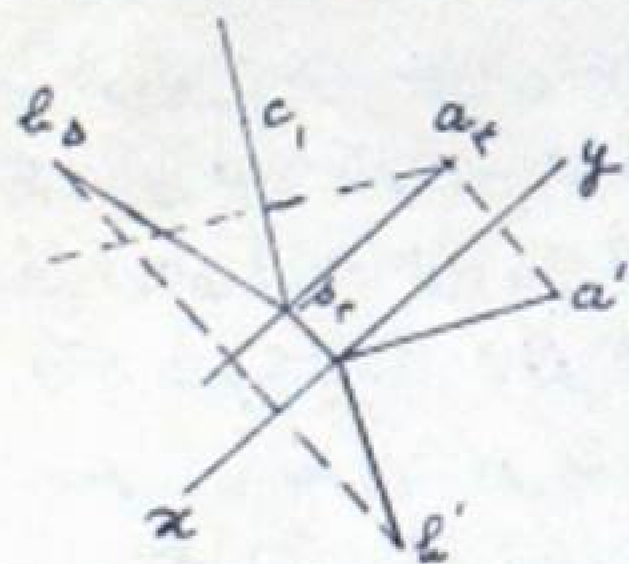
چون تصاویر یك یال مثلا تصویر افقی یال دیگر معین است میتوان تصویر قائم آنرا بوسیله تغییر صفحه و تبدیل یال معلوم به جبهه معین نمود . باین ترتیب که Sa را خط الارض جدید فرض کرده sa'_1 را معین مینمائیم (جبهه) از نقطه s عمودی بر sa'_1 اخراج نموده از نقطهٔ b'_1 بر sa عمودی فرود میاوریم تا امتداد تصویر افقی یال را در نقطهٔ b تلاقی کند طول $\beta b'$ را برابر $\beta_1 b'_1$ جدا میکنیم $s'b'$ تصویر قائم یال دیگر معین میشود حال نظر باینکه کنج سه قائمه است چون از نقطهٔ ss' عمودی بر وجه $asba's'b'$ اخراج کنیم یال سوم کنج نیز معین میگردد (ش ٤١١)



ش ٤١١

۷۱۳ - تصویر مدرج راس کنج سه قائمه و تصویر مدرج یك یال و تصویر غیر مدرج یال دیگر کنج معین است مقصود تعیین تصاویر مدرج یالهای دیگر است .

بوسیلهٔ تغییر صفحهٔ قائم خط $s_2 a_4$ را که تصویر مدرج یال معلوم کنج اختیار شده بموازات صفحه قائم رسم میکنیم $s'a'$ تصویر قائم این یال است (خط الارض بموازات sa اختیار میشود) در این وضع از نقطهٔ s' عمودی بر $s'a'$ اخراج کرده از یکی از نقاط آن مثلا b' عمود دیگری بر خط الارض فرود میاوریم تا امتداد یال غیر مدرج را در نقطهٔ b تلاقی کند رقوم b برابر طول $\beta b'$ است که چون بمقیاس تحویل کنیم نقطهٔ b مدرج میگردد ولی نظر باینکه کنج سه قائمه است برای تعیین یال سوم کنج باید از s_3 عمودی بر صفحهٔ مشخص asb اخراج نموده آنرا مدرج ساخت (ش ۴۱۲)

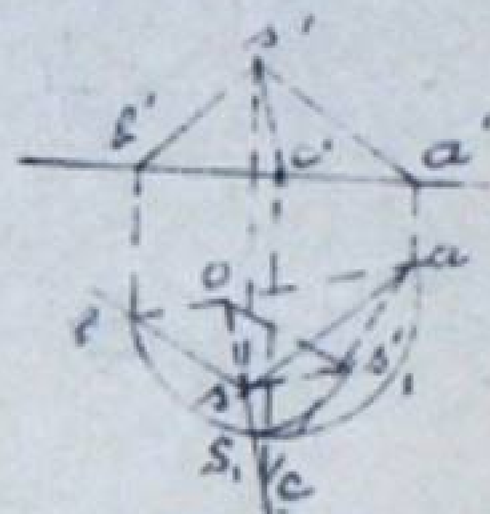


ش ۴۱۲

مسئله ۵۱۵

۷۱۴ ـ کنج سه قائمه ای رسم کنید که تصاویر افقی یالهای آن بانضمام اثر افقی یکی از آنها معین باشد.

aa' را اثر افقی یال معلوم فرض مینمائیم چون اثر افقی وجه sab بر sc عموداست پس چون از a عمودی بر sc فرودآوریم اثر افقی این وجه معین میگرددهمچنین چون از نقطه a عمودی بر sb فرود آوریم اثر افقی وجه sac نیز معلوم شده و در نتیجه اثر افقی وجه دیگر هم معین میگردد حال برای تعین تصویر قائم s کافی است بقطر ab نیمدائره ای رسم کرده sc را امتداد دهیم تا محیط آنرا در نقطه S_1 که مسطیح راس کنج حول لولای ab است تلاقی نماید از رسم مثلث قائم الزاویه oss'_1 و نقل ارتفاع ss'_1 بر رابط s تصویر قائم s معین شده و کنج مشخص میگردد (ش ۴۱۳).


ش ۴۱۳

۷۱۵ ـ کنج سه قائمه ای رسم کنید که تصاویر غیر مدرج یالهای آن بانضمام اثر یکی از آنها معلوم باشد

a را اثر یال sa فرض میکنیم چون یالهای sc و sb بر وجوه مقابل عموداند پس اثر این وجوه خطوطی خواهد بود که از نقطهٔ a بر یالهای مزبور عمودشود، چون این عمود ها را رسم نمائیم آثار هر سه وجه کنج معلوم میگردد حال برای تعیین ارتفاع s دائره ای بقطر ab رسم کرده sc را امتداد میدهیم تا آنرا در نقطه S_1 که تسطیح s حول اولای ab است تلاقی کند مثلث قائم‌الزاویهٔ oss'_1 را (مثلث تسطیحی) با معلومات کافی بنا مینمائیم ss'_1 برابر رقوم نقطه s است که چون آنرا بمقیاس تحویل کنیم این نقطه‌نیز مدرج میگردد (ش ٤۱۳).

مسله ۵۱۶

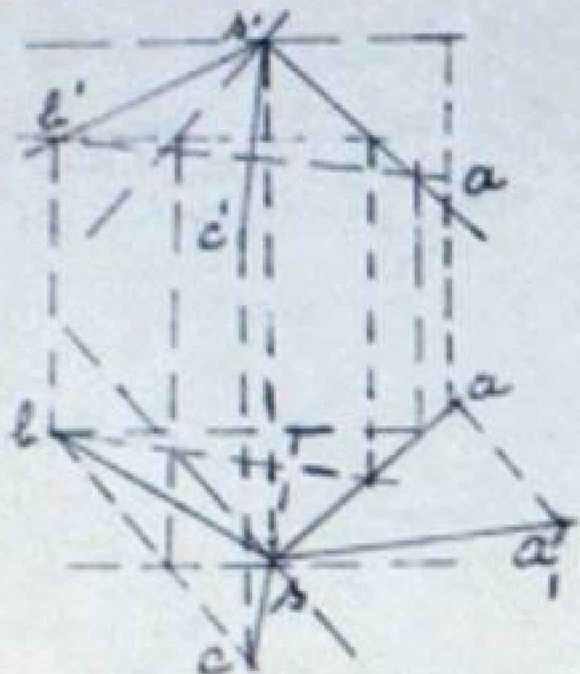
۷۱۶ ـ کنج سه قائمه ای بنا کنید که تصاویر افقی دویال و آثار افقی آنها معین باشد.

sa و sb را تصاویر افقی دو یال و a و b را آثار آنها فرض میکنیم پس تصویر افقی یال سوم کنج عمودی است که از نقطه s بر ab فرود آید بنابراین حل مسئله منجر میشودبمسئله قبل. (ش ۴۱۳)

مسئله ۵۱۷

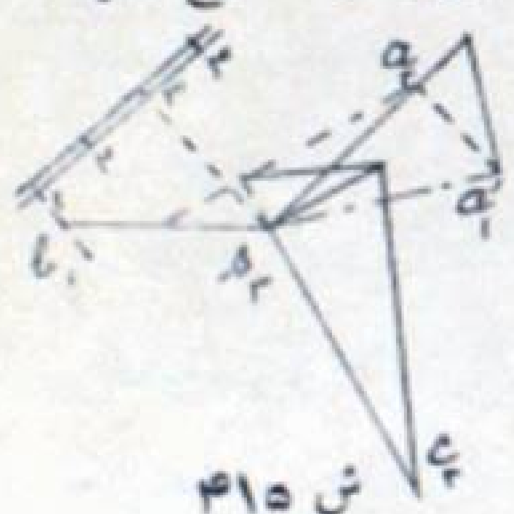
۷۱۷ ـ کنج سه قائمه ای رسم کنید که تصاویر رأس، تصویر افقی و طول یك یال و تصویر افقی یك یال‌دیگرش معین باشد.

چون تصویر افقی و طول یك یال و تصاویر راس معین است پس میتوان تصویر قائم این یال را بوسیله رسم‌مثلث‌قائم‌الزاویه saa'_1 بدست آورد باینمعنی که از نقطهٔ a عمودی بر sa اخراج کرده بمرکز s و شعاع طول حقیقی یال دائره‌ای رسم میکنیم تا عمود را در نقطه a'_1 تلاقی کند طول aa'_1 برابر اختلاف ارتفاع بین نقاط a و s است پس a' مشخص میشود ولی چون تصویر افقی یال دیگر کنج نیز معین است مسئله منجر بیکی از مسائل قبل میگردد (ش ٤۱٤)


ش۴۱۴

۷۱۸ ـ کنج سه‌قائمه ای رسم کنید که تصویر مدرج یك رأس تصویر و طول یك یال و تصویر غیر مدرج یال دیگرش معین باشد

بوسیلهٔ تصویر راس و تصویر غیر مدرج وطول یال میتوان این یال‌را مدرج نمود باین ترتیب که ازنقطه a عمودی بر sa اخراج کرده‌بمرکز s و شعاع طول حقیقی‌یال قوسی رسم مینمائیم تاعمود مزبور را در نقطهٔ a' تلاقی کند aa' برابر اختلاف ارتفاع نقطه s و a است که چون آنرا مقیاس تحویل کنیم مثلا رقوم a برابر دومیشود ولی چون تصویر غیر مدرج یال دیگر نیز معین است پس بقیه مسئله را مانند یکی از مسائل قبل حل میکنیم (ش ٤۱۵).


ش ۴۱۵

مسئلهٔ ۵۱۸

۷۱۹ـ بردوخط متقاطع مفروض دوصفحه مروردهید که‌یکدیگررابفرجه معین تلاقی کرده و دو فرجهٔ دیگر کنج حاصل متساوی باشند

دوخط متقاطع را AB و AC فرض مینمائیم چون بفرض فرجه های AB،وAC با هم متساوی اند پس وجوه مقابل آنها نیز متساوی شده لازم میایدیال سوم کنج‌یعنی AD درصفحه ای واقع باشد که مکان جمیع خطوط متحدالزاویه‌با دوخط AB،وAC است، بنابراین برای حل‌مسئله بایدصفحهٔ مزبوررارسم نموده بعبارة اخری‌منصف‌الزاویه

خطوط BA و AC را رسم کرده از نقطه A عمودی برصفحه مار بر دو خط اخراج مینمائیم پس از آن بر یکی از دوخط AB یا AC صفحه مرور میدهیم که زاویه‌اش با صفحه‌مزبور برابر نصف فرجه مفروض‌بین دو وجه کنج باشد فصل مشترك صفحهٔ اخیر با صفحهٔ مرسوم یال سوم کنج است

مسئله ۵۱۹

۷۲۰ ـ مثلث حادالزاویه ای در صفحهٔ افق مفروض است نقطه ای تعیین کنید که چون آنرا بسه رأس‌مثلث وصل کنیم کنج حاصل سه قائمه شود

چون یالهای کنج بر وجوه نظیر خود عمود اند پس برای تعیین تصویر افقی‌راس کنج باید ارتفاعات مثلث مزبور را رسم نموده،تا در نقطه مطلوب تلاقی نماید، ارتفاع این نقطه را بوسیلهٔ تسطیح یکی از زوایای کنج حول لولای نظیر خود میتوان بدست آورد.

مسئله ۵۲۰

۷۲۱ ـ مثلث حادالزاویه ای که یك رأس آن ثابت فرض شده درصفحه‌ای مفروض است.

مقصود تعیین مکان نقاطی از فضا است که از این نقاط اضلاع مثلث مزبور بزاویهٔ قائمه رویت میشوند.

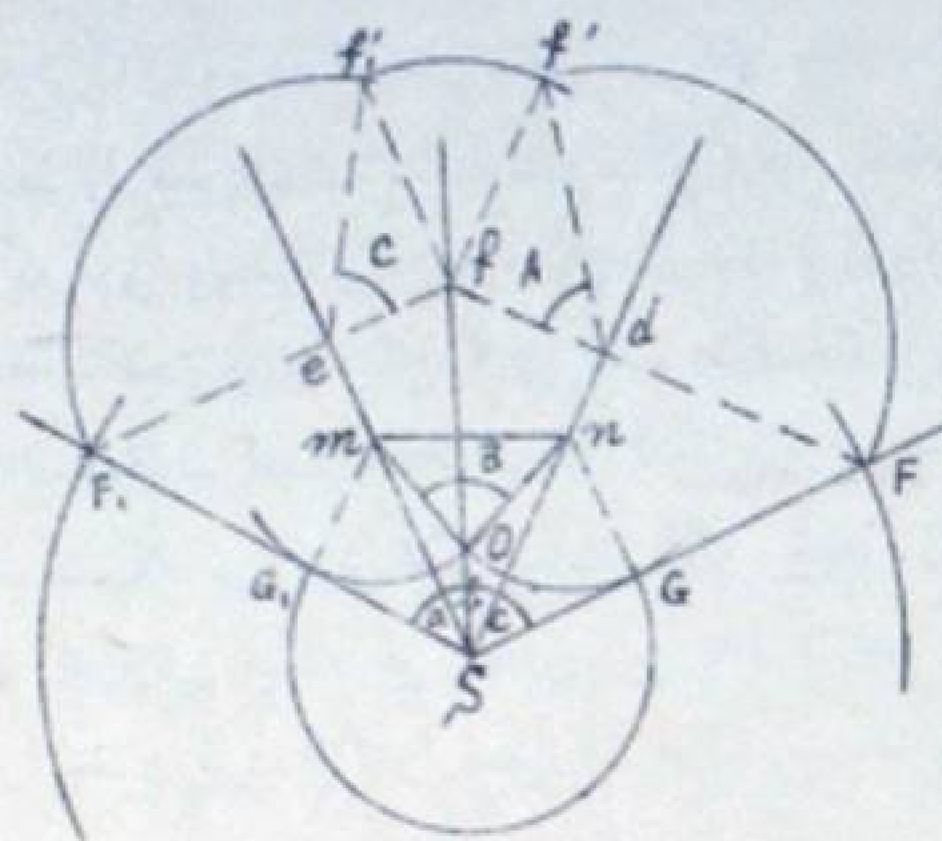
مثلث مزبوررا در صفحه افق فرض مینمائیم، چنانکه قبلا مذکور شد یکی ازنقاطی که دارای خاصیت مذکورباشند تصویر افقیش بر محل تلاقی ارتفاعات مثلث مزبور بوده و تصویر قائمش را بوسیله تسطیح یکی‌از زوایای قائمه حول لولای نظیر میتوان معین ساخت حال اگر مثلث مزبور حول یك‌راس خود دوران نماید محل تلاقی ارتفاعات آن نیز حول همین نقطه دوران خواهد کرد ولی چون ارتفاعش درضمن دوران تغییر نمیکند پس تصویر قائمش بر خطی سیر خواهد کرد که از تصویر قائم یکی از نقاط بموازات‌خط الارض رسم شود بنابراین مکان نقاط مزبور دائره‌است

مسئله ۵۲۱

۷۲۲ ـ کنج سه وجهی را بامعلومات ذیل رسم نمائید:

الف ـ a و b و c. ب ـ A و b و c. ج ـ b و c و C. د ـ b و A و C ه ـ A و C و a. و ـ A و B و C.

الف ـ وجوه a و b و c را در صفحه ای مثلا صفحه افق مجاور یکدیگر بنا میکنیم. طولهای SF و SF_1 را بر اضلاع خارجی زوایامساوی یکدیگر جدامیکنیم نقاط F و F_1 تسطیح های یك نقطه از یال سوم کنج حول لولا های نظیر خودمیباشند چون ازاین نقاط دوعمود بر این لولا ها فرود آوریم نقطهٔ f که تصویر یك نقطه‌ای از یال سوم کنج است معین میگردد و برای تعیین ارتفاع آن (رقومش) مثلث قائم الزاویهٔ dff' رابا معلومات کافی رسم میکنیم ff' ارتفاع نقطهٔ f است پس زاویهٔ $f'df$ برابر A میباشد و بهمین ترتیب معلوم میشود زاویهٔ $f_1'ef$ مساوی C است. برای تعیین زاویهٔ سوم کنج دو طول مساوی SC و SC را اضلاع خارجی زوایا نقل نموده از نقاط G و G_1 دو عمود بر آنها اخراج میکنیم تا اضلاع زاویه b را در نقاط n و m تلاقی کنند دوائر nG و mG_1 را رسم میکنیم‌در نقطهٔ o متلاقی‌میگردند‌زاویه مطلوب mon است، واضح است نقطه o نیز بر یال Sf و mn عمود براین یال است. (ش ۴۱۶)

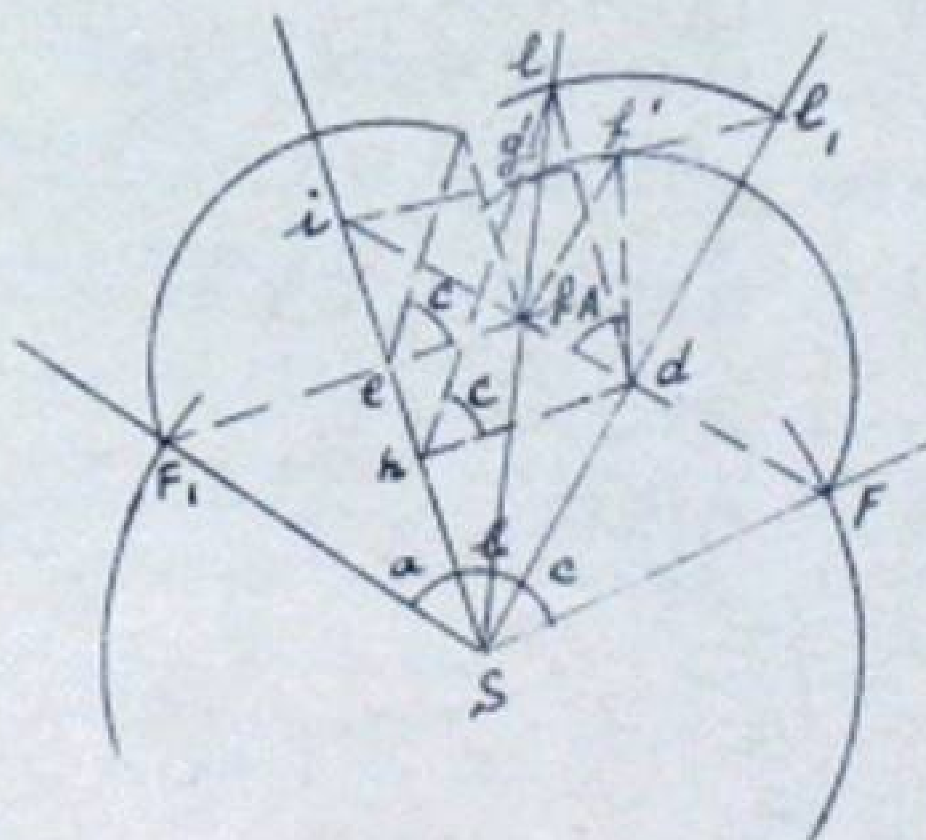


ش ۴۱۶

ب ـ وجوه b و c را مجاور یکدیگر در صفحهٔ افق‌بنا میکنیم برنقطهٔاختیاری d مفروض بر ضلع مشترك دو زاویهٔ مزبور اخراج کرده زاویهٔ A را در نقطه dبنا میکنیم بقسمیکه یك ضلعش براین عمود منطبق باشد، عمودمزبور ضلع دیگر زاویه C را در نقطهٔ F که تسطیح یالی از کنج‌است قطع مینماید چون بمرکز d وشعاع dF دائره ای رسم کنیم ابندائره ضلع زاویه A را در نقطه f' قطع میکند و بالاخره اگر از این نقطه بموازات Sd رسم کنیم نقطه f که متعلق‌بیال سوم کنج است‌مشخص میگردد. از این نقطه عمودی بر ضلع دیگر وجه b فرود میاوریم و از همین نقطه خطی بموازات همین ضلع رسم کرده طول آنرا برابر ff' جدا میکنیم از نقطهٔ f_1

بموقع عمود معینی نقطه C وصل مینمائیم زاویهٔ C معین میگردد ، زاویه را مانند حالت اول میتوان معین کرد واضح است SF_1 و SF باهم مساوی باشند (ش ۴۱۶)

ج ـ زوایای b و c را مجاور یکدیگر ، بر صفحهٔ افق رسم مینمائیم فرض میکنیم فرجهٔ C بر صفحهٔ b (افق) حول عمود hd وارد بر یال Si تسطیح شده باشد ، از نقطهٔ d عمود Fdi را بر یال Sd اخراج میکنیم ، اینخط راخط‌الارض اختیار کرده اثر قائم وجه a را تعیین مینمائیم ، چون اثر افقی وجه مزبور معین است نقطه i محل تلاقی آن با خط‌الارض متعلق باثر قائم مطلوب است کافی است نقطه دیگری ازاین خط را معین نمائیم ، اما عمود dl ترفیع نقطه مانند L از وجه a را معین مینماید که فوق وجه b قرار دارد وچون ارتفاع این نقطه به تغییر خط‌الارض های ماربر نقطهٔ d ثابت میماند پس کافی است طول dl را بر عمود Sd نقل کنیم خط il_1 اثر قائم مطلوب است ، وقتی وجه dSF ترفیع میشود نقطه F درصفحه dil_1 قوسی رسم میکند که مرکزش d و شعاعش dF میباشد ، ایندائره اثر قائم صفحه رادر نقاط f' و g' تلاقی میکند هر یك از این نقاط متناظر با یال کنج مطلوب اند چون نقطه f'_1 را اختیار کرده f'f را بموازات اولا رسم نمائیم نقطه f مشخص میگردد و مسئله بحالت قبل رجوع میشود زیرادو وجه hSd و dSF و فرجه A بین آنها معین است ، از نقطه f عمود feF_1 را فرود آورده و ff'_1 را بر ff' و eF_1 را مساوی ef'_1 جدا مینمائیم واضح است باید ef'_1 بموازات hl باشد زیرازوایای e و h متناظر بایك فرجه اند

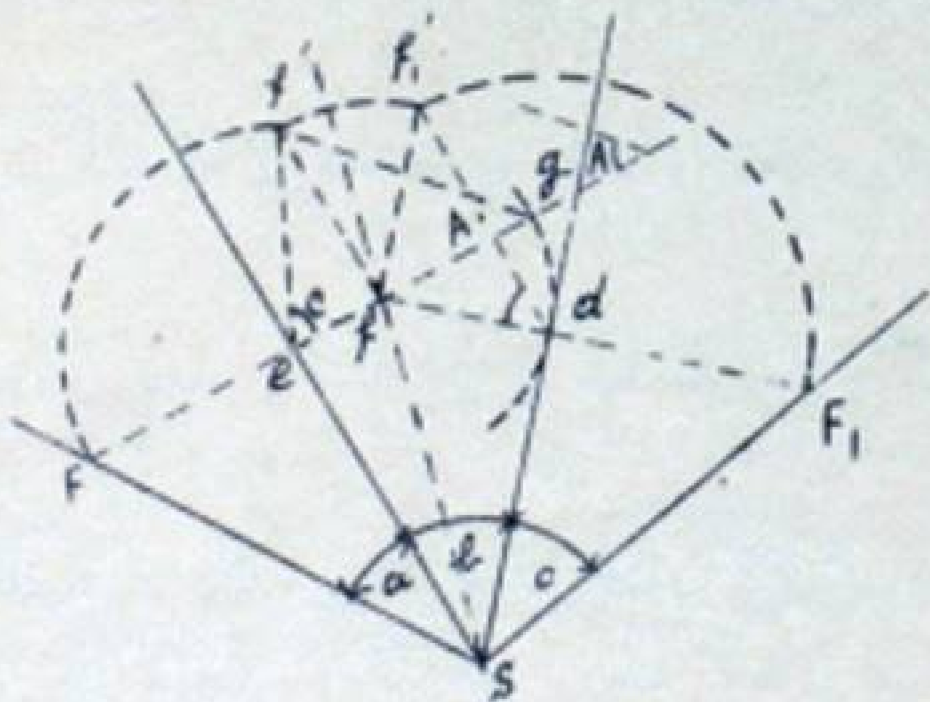


ش ۴۱۷

د ـ وجه b را در صفحه افقی رسم میکنیم زوایای A و C را بر صفحه افقی حول عمود های مرسوم براضلاع این زاویه در نقاط m و m' بنا مینمائیم صفحه ای بموازات وجه b مرور میدهیم بقسمی که فاصله اش از این وجه مثلا برابر mn باشد ، تسطیح نقطه تلاقی این صفحه با ضلع زاویه C نقطه o میاشد بقسمی که

mo عمود بر لولا رسم شود چون m'n' را برابر mn جدا نموده خط n'o' راعمود بر Sd رسم کنیم نقطه o' نیز معین میگردد ، اما نظر باینکه طول اضلاع no و n'o' فقط بستگی بزاویه C و طول mn دارندچون از نقاط o و o' دو خط بموازات اضلاع زاویه b رسم کنیم نقطه متلاقی آنها f متعلق بیال سوم کنج است که از وجه b بفاصله ای برابر mn قرار دارد ، عمود های fe و fd را فرود میاوریم ff' و ff'_1 را برابر mn جدا نموده زاویه fef'_1 مساوی C و زاویه fdf' را مساوی A اختیارمیکنیم برای تعیین وجوه مجهول کافی است dF را برابر df' و eF_1 را مساوی $e'f_1$ جدا نمائیم زاویه B مانند حالت قبل معین میگردد . (ش ۴۱۷)

ه ـ وجه معلوم a را درصفحه افقی رسم میکنیم نقطه f را به اینقسم تعین میکنیم، طولهای ef' و eF را برابر یکدیگر جدا میکنیم بقسمیکه eF عمود بر لولابوده و ef' با امتداد eF زاویه ای برابر C احداث نماید اگر وجه b معلوم بود فرجهٔ مجاور بضلع اینوجه را باینطریق تعیین میکردیم که از نقطهٔ f عمودی بر این ضلع فرود آورده طولهای ff' و ff'_1 را برابر یکدیگر جدامینمودیم زاویهٔ مطلوب برابر A میگردید ، اا همواره ممکن است مثلثی مانند f'fg متساوی مثلث f'_1fd بنا کرده و طول مجهول fd را بدست آورد ، چون بمرکز f و شعاع fg دائره ای رسم نموده بر آن از نقطهٔ S مماسی رسم کنیم Sd یال سوم کنج مشخص میگردد و مانند مسئله سابق فرجه B ووجه C را میتوان تعیین نمود ،ازنقطه

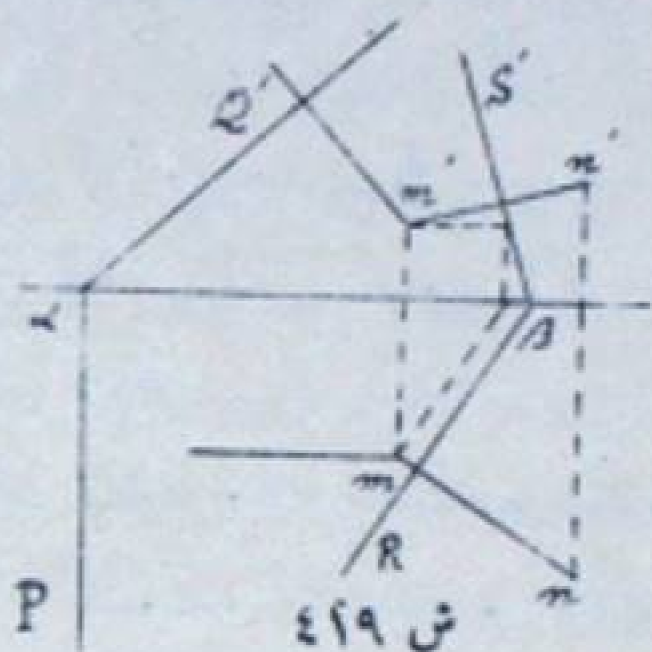


ش ۴۱۸

S دو مماس ممکن است بر دائره مرسوم مرور داد اما کنجی که ازمماس ثانی احداث میشود زاویه اش مکمل زاویه A خواهد بود (ش ۴۱۸)

و ـ دو صفحه اختیاری رسم مینمائیم که بفرجه A یکدیگررا تلاقی نمایند،برای سهولت یکی از صفحات را صفحه افقی اختیار میکنیم باین ترتیب از نقطه اختیاری

صفحه ای رسم میکنیم که با صفحه افق فرجه معین A را ایجاد نماید در اینجا نیز ساده تر آنست که صفحهٔ مرسوم را صفحه منتصب اختیار نمائیم پس صفحه منتصب $P\alpha Q'$ را بقسمی مرور میدهیم که اثر قائمش با خط الارض فرجه A را احداث نماید ، پس از آن از نقطه اختیاری mm' صفحه ای چنان مرور میدهیم که با هر یك از صفحات افق و $P\alpha Q'$ زوایای B و C را احداث کند برای این منظور از نقطه mm' دو عمود بر صفحات مزبور فرود میاوریم (قائم و جبهه) وازنقطه mm' خطی مانند $mnm''n'$ رسم میکنیم که با هر یك از دو خط مزبور زوایاى B و C را تشکیل دهند (نمره ۴۲۱) واضح است چنین خطی با صفحات مزبور متمم همین زوایا را احداث مینماید ، بنابراین اگر از نقطه mm' صفحه ای بر این خط عمود نمائیم این صفحه با صفحات افق و $P\alpha Q'$ زوایای B و C را ایجاد میکند بعبارة اخری کنج مطلوب بوسیله سه صفحهٔ مزبور مشخص شده و وجوه a و b و c از آن بوسیله تسطیح زوایای نظیر معین میگردد(ش ۴۱۹)



ش ۴۲۹

تمرینات

۱ ـ در صفحه مفروض خطی رسم کنید که از خط خارج صفحه و نقطه‌ای واقع بر همین خط بفاصله معین r باشد

۲ ـ خطی را حول محوری دوران دهید تا فاصله اش از خط مفروض دیگر برابر l شود

۳ ـ بر خطی صفحه ای مرور دهید بقسمیکه زاویه بین آثارش در فضا ماگزیموم باشد

۴ ـ نقاط A و B و خط xy در یك صفحه مفروض اند بر خط نقطه‌ای مانند M بقسمی تعیین کنید که زاویه AMB ماگزیموم باشد .

۵ ـ بر خط مفروض صفحه‌ای مرور دهید که زاویهٔ بین آثار آن در فضا مقدار معین باشد .

۶ ـ از نقطهٔ o واقع درصفحه P خطی دراین صفحه رسم کنید که مجموع زوایای آن با دو خط خارج صفحه مینیموم باشد .

۷ ـ بر خط مفروض نقطه ای تعیین کنید که چون آنرا بدو سرخطی وصل کنیم مقدار این زاویه مینیموم باشد .

۸ ـ برخط مفروض نقطه ای تعیین کنید که چون آنرا بدو سرخطی وصل کنیم زاویه حاصل مقدار معین گردد .

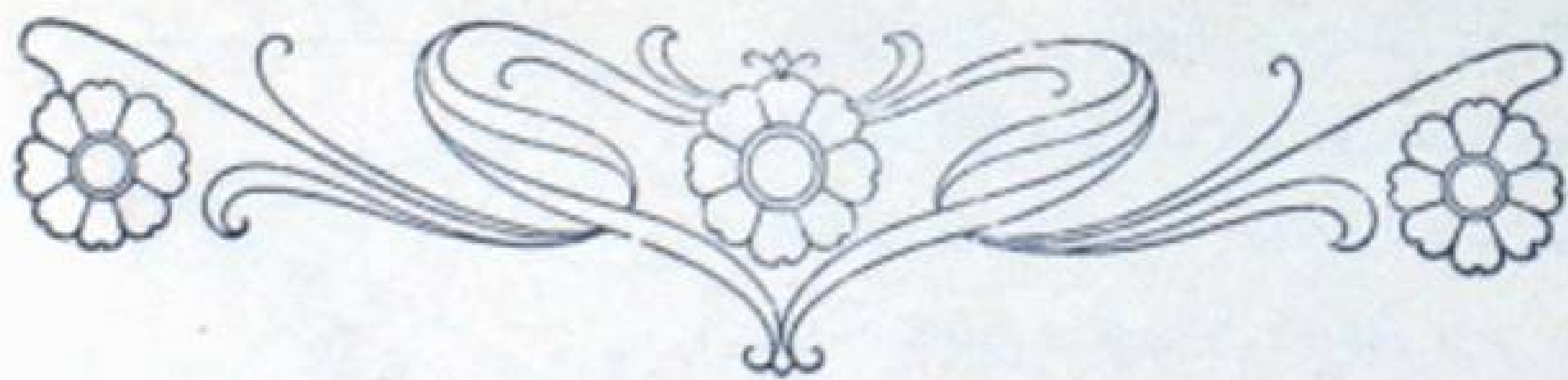
۹ ـ در صفحهٔ مفروض خطی بموازات یکی از خطوط صفحه رسم کنید بقسمی که اقصر فاصله اش از خط خارج صفحه معین باشد .

۱۰ ـ صفحه ای رسم کنید که وجوه کنجی را در مثلثی مشابه با مثلث مفروض قطع کرده و با دو یال کنج زوایای متساوی احداث نماید .

۱۱ ـ خطی‌را حول محوری دوران دهیدتابا دوخط زوایای متساوی احداث کند

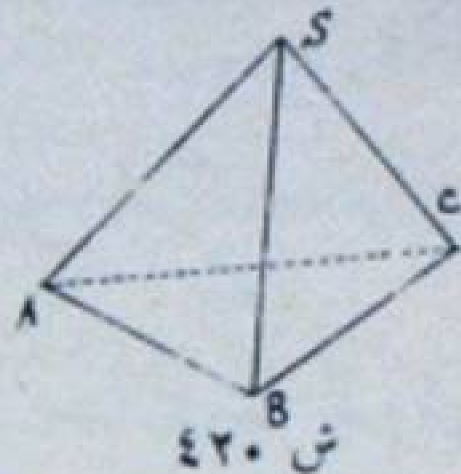
۱۲ ـ صفحه‌ای حول محور دوران دهید تا بادو خط زوایای متساوی ایجاد کند

امثال و نظائر مسائل فوق بیشمار است و ما رؤس اینمسائل را در قسمت پنجم از فصل دوم کتاب متذکر شده‌ایم و بهمین جهت دیگر از حل و رسم آنها صرف‌نظر کرده ترسیم آنها را بعهده قارئین وا میگذاریم



فصل پنجم ـ نمایش کثیر الوجوه

قبل از آنکه شروع بحل مسائل راجع بچهار وجهی بنمائیم لازم است تذکر دهیم که چون در موقع رسم این اشکال همینکه ارتفاع رأس چهارم جسم معین میشود تصویر قائم آن را بسهولت میتوان معلوم نمود لذا در مواقع مقتضی از رسم تصویر قائم شکل صرف نظر شده است وضمنا بمناسبت آنکه وقتی تصویر افقی جسم و ارتفاع رأس S معین شد مثل این است که تصویر مدرج جسم معلوم شده غالبا تصویر اجسام را در هندسه رقومی ترسیم نموده ایم (ش ۴۲۰)


ش ۴۲۰

الف ـ چهار وجهی

مسئله ۵۲۲

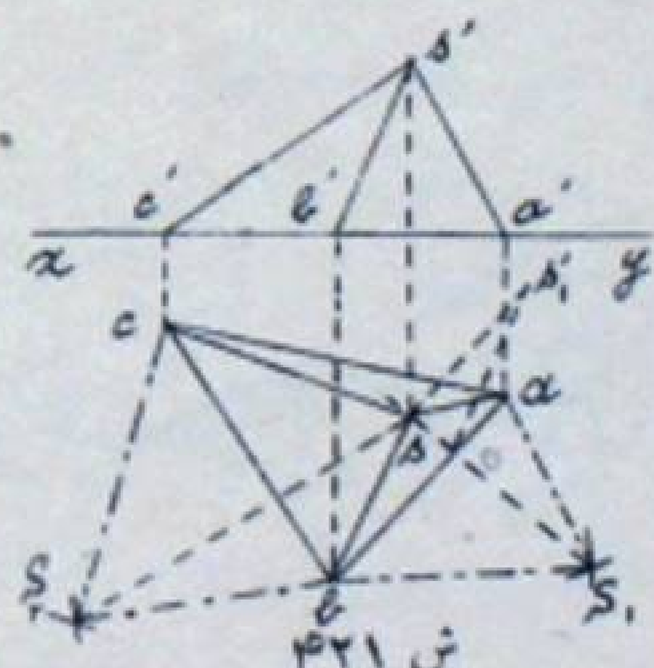
مطلوب رسم ملخص چهاروجهی SABC است که قاعدهٔ آن ABC بر صفحه افق مفروض باشد با معلومات ذیل :

۷۲۳ ـ طول یالهای SA و SB و SC .

مثلثات S_1ab و S_2bc را با معلومات سه ضلع حول ab و bc رسم مینمائیم نقاط S_1 و S_2 تسطیح های راس S حول لولا های ab و bc میباشند بنا بر این تصویر افقی راس S بر محل تلاقی عمودهائی واقع است که از نقاط S_1 و S_2 بر لولا های ab و bc فرود آید . ارتفاع این نقطه را برسم مثلث قائم الزاویهٔ sos'_1 (مثلث تسطیحی) تعیین مینمائیم و نقطهٔ s' را مشخص میکنیم (ش ۴۲۱)

۷۲۴ ـ طول یالهای SA و SB و فرجهٔ AB

مثلث S_1ab را بامعلومات سه ضلع بنا مینمائیم چون فرجهٔ AB معین است با این معلوم و وتر S_1o مثلث قائم الزاویهٔ sos'_1 را بنا مینمائیم (مثلث تسطیحی) نقطه s و ارتفاع S و در نتیجه نقطهٔ s' معین میگردد (ش ۴۲۱)


ش ۴۲۱

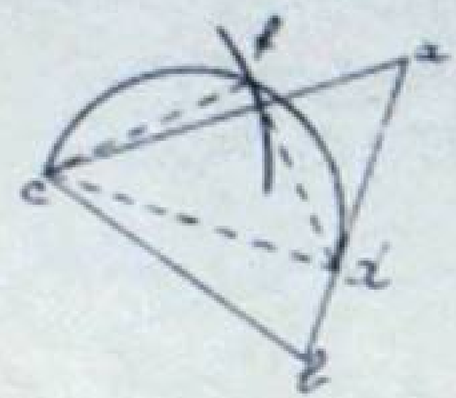
۷۲۵ ـ طول یالهای SA و SB و یکی از فرجه های BC و AC

فرض میکنیم فرجهٔ AC معین باشد با معلومات SA و SB مثلث S_1ab را بنا میکنیم زاویهٔ S_1ab معین میگردد ولی چون فرجهٔ AC نیز معلوم است پس کنج

a را میتوان با معلومات کافی (دو زاویه و فرجهٔ مقابل یکی از آنها) مانند مسئله (نمره ۷۲۲ قسمت ج) بنا کرده امتداد یال as را معین ساخت وچون تسطیح S یعنی S_1 نیز معین است تعیین تصاویر S بینهایت سهل میگردد . (ش ۴۲۱)

۷۲۶ ـ طول یالهای SA و SB ، ارتفاع جسم وارد از رأس C

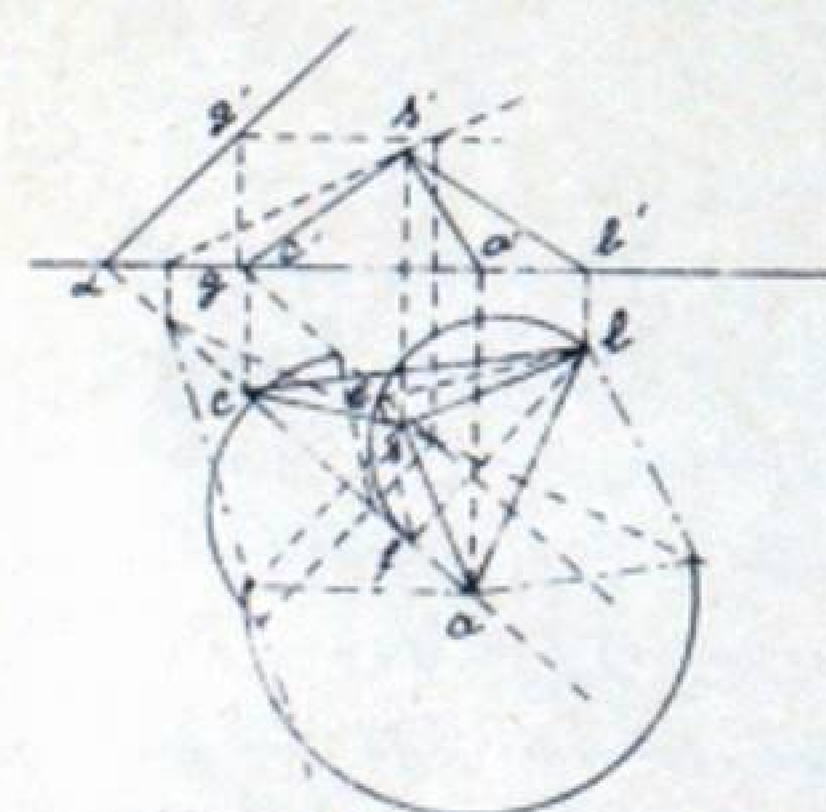
فرض میکنیم ارتفاع وارد از رأس C مساوی l باشد چون ارتفاع مثلث abc را نیز از نقطهٔ C رسم کنیم اینخط وتر مثلث قائم الزاویه ایست که ضلع دیگرش ارتفاع مفروض راس C است و یکزاویه‌اش برابر فرجهٔ AB میباشد بنابر این مثلث مزبور را با معلومات وتر و یك ضلع رسم میکنیم زاویه fda برابر فرجه AB میگردد و مسئله مانند (نمره ۷۲۴) رسم میشود (ش ۴۲۲)


ش ۴۲۲

۷۲۷ ـ طول یالهای SA و SB و یکی از ارتفاعات رؤس A و B

چون با مفروضات مسئله مانند فوق وجه های BC و AC معین میشود بس کنج های a و b با معلومات کافی (دو زاویه و فرجه مقابل یکی از آنها) رسم میگردد و در نتیجه امتداد یکی از یالهای Sa و Sb مشخص شده و چون تسطیح S_1 نیز معلوم است ss' نیز معین میگردد

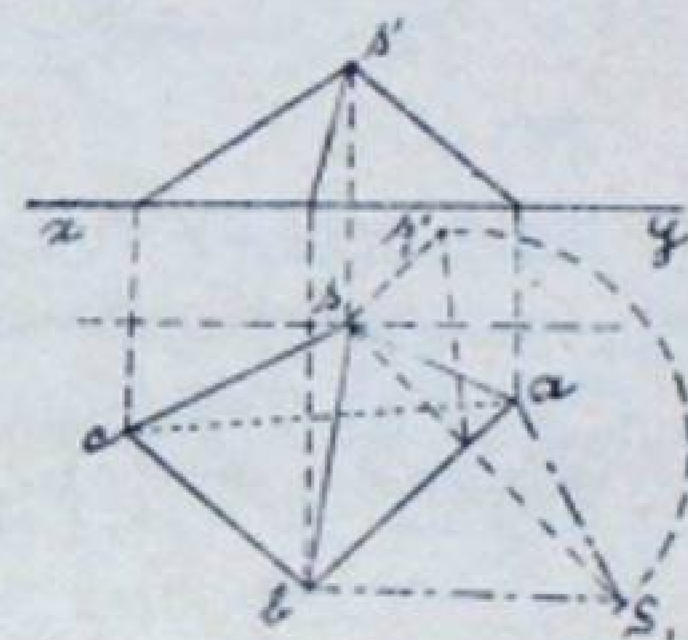
ممکن است بس از رسم مثلث S_1ab با معلومات SA و SB و تعیین یکی از فرجه های BC و AC یکی از صفحات SBC و SAC را بمدد زاویه تسطیحی آن رسم نموده و نقطه S_1 را حول یکی از افقیهٔ های bc و ac دوران داد تا برصفحه مزبور منطبق گردد ازاینقرار فرض میکنیم ارتفاع وارد از راس B معلوم باشد از نقطه b ارتفاع مثلث bca را رسم کرده با این وتر و ارتفاع معلوم مثلث قائم الزاویه bfc را بنا میکنیم از نقطه f خطی بموازات ac رسم میکنیم اینخط افقیه ای از صفحهٔ SAC است که ارتفاعش برابر fh میباشد چون آنرا امتداد دهیم تاخط الارض را در نقطه g تلاقی


ش ۴۲۳

کند و رابط gg' را بطول hf جدا کنیم و از نقطه تلاقی ac با خط‌الارض به نقطه g' وصل نمائیم اثر قائم صفحه SAB نیز معین میگردد ، حال از نقطه S صفحه قائم S_1o را بر افقیهٔ ab عمود مینمائیم نقطه S در این صفحه واقع است‌فصل مشترك صفحه $P\alpha Q'$ را با این صفحه قائم تعیین میکنیم‌بر اینخط نقطه ای‌معین‌میسازیم که از نقطهٔ a یا b بفاصله SA یا SB باشدنقطه مزبور وضع جدید S_1 پس‌ازدوران حول ab و انطباق برصفحه $P\alpha Q'$ است (ش ٤۲۳)

۷۲۸ - طول یالهای SA و SB و بعد رأس S

مثلث S_1ba را با معلومات سه ضلع رسم مینمائیم S_1 تسطیح راس S حول لولای ab است ترفیع این نقطه از طرفی برعمودی واقع است که از S_1 بر لولا فرود آید وازطرف دیگر برخطی واقع‌است که بموازات خط الارض و بفاصلهٔ بعد معین رسم میگردد بنا بر این نقطهٔ s بر محل تلاقی این دو خط بدست میاید و ارتفاع آنرا بوسیلهٔ رسم مثلث قائم الزاویه sos' معین‌میکنیم زیرا از این‌مثلث وتر و یك ضلع معین است (ش ٤۲٤)


ش ٤۲٤

۷۲۹ـ طول یالهای SA و SB و ارتفاع راس S . (رقوم رأس S)

مثلث S_1ab را با معلومات سه ضلع رسم میکنیم چون ارتفاع رأس S معین است پس باز از مثلث‌قائم الزاویه تسطیحی ss'_1o وتر‌ویك ضلع مشخص است آنرا رسم میکنیم s معین میگردد و s' را نیز بوسیلهٔ رسم رابط معین مینمائیم (ش ۴۲٤)

۷۳۰ - طول یالهای SA و SB و شیب یکی‌از آنها

با معلومات SA و SB و ab مثلث S_1ab را بنا میکنیم چون شیب یکی از یالهای SA و SB معین است وبعلاوه‌طول‌یکی‌از آنها نیزمعلوم‌است‌میتوان‌طول تصویر این یال رامعین‌ساخت‌وبمرکز a یا b دائره‌ای بشعاع طول‌مزبور رسم کرد تا عمودی راکه‌از S_1 بر لولای ab فرود میاید در نقطه s تلاقی نماید واضح است ارتفاع s' بوسیله رسم مثلث قائم‌الزاویه تسطیحی بسهولت معین میگردد.

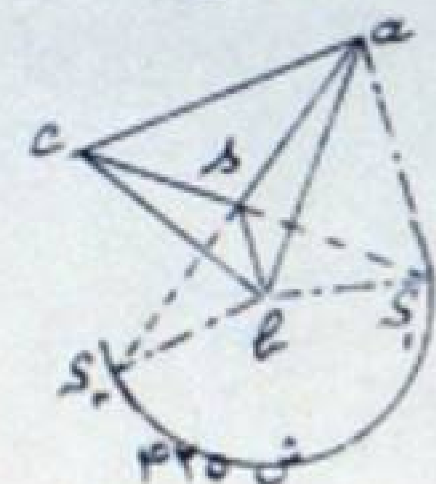
۷۳۱ - طول یالهای SA و SB و شیب یال SC

جمیع خطوطی که ازنقطهٔ c بشیب معین رسم میشوند در سطح مخروطی دواری

قرار دارند که محورش قائم نقطهٔ c بوده و مولدش با محور متمم زاویهٔ مزبور را احداث مینماید ازطرف دیگر جمیع نقاطی که از A و B بفواصل SA و SB قراردارند بر محیط دائره ای واقع اند که مرکزش موقع عمود وارد از S_1 بر ab بوده و شعاعش مساوی ارتفاع مثلث S_1ab است بنا بر این نقطهٔ مطلوب S بر محل تلاقی محیط دائرهٔ مزبور و سطح مخروطی مذکور است .

۷۳۲ - طول یالهای SA و SB و زاویهٔ SBC یا SAC

با طولهای SA و SB مثلث S_1ab را بنا میکنیم رأس s برعمودی واقع است که از S_1 بر لولا ab فرود آید از طرف دیگر تسطیح راس S بر خطی واقع است که از نقطهٔ b یا a رسم شده و با خطوط bc یا ac زوایای فرض مسئله را ایجاد نماید . یکی از این خطوط را رسم میکنیم و از آن طول aS_2 را برابر aS_1 جدا مینمائیم نقطهٔ s بر عمودی واقع است که از نقطهٔ S_2 برلولای ac فرود آید بنا بر این بر محل‌تلاقی ایندو خط قراردارد ارتفاع این نقطه را بسهولت میتوان تعیین کرده s' را مشخص ساخت (ش ۴۲۵)

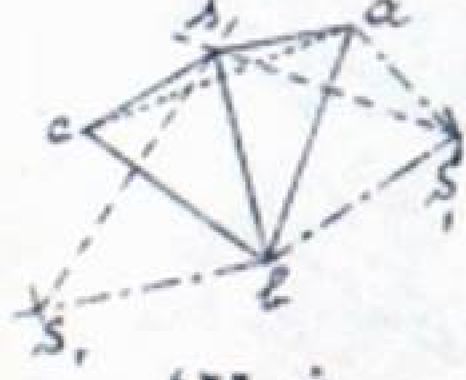

ش ۴۲۵

۷۳۳ - طول یالهای SA و SB و یکی از زوایای حول رأس C

باز با طولهای SA و SB مثلث S_1ab را بنا میکنیم چون یکی از زوایای حول راس C مثلا SCA معین است این زاویه را نیز از نقطه c با خط ca بنا میکنیم‌پس از آن بمرکز a و شعاع aS_1 قوسی رسم میکنیم تا ضلع زاویه را در نقطهٔ S_2 که تسطیح راس S حول لولای ca است تلاقی نماید از نقاط S_1 و S_2 دو عمود بر لولا های نظیر فرود میاوریم‌تا در نقطهٔ s که تصویر افقی راس S است تلاقی نمایند تصویر قائم رأس را نیز معین میسازیم تصاویر جسم مشخص میشود (ش ۴۲۵)

۷۳۴ - طول یالهای SA و SB وارتفاع یکی ازمثلثات SBC و SAC از رأس C

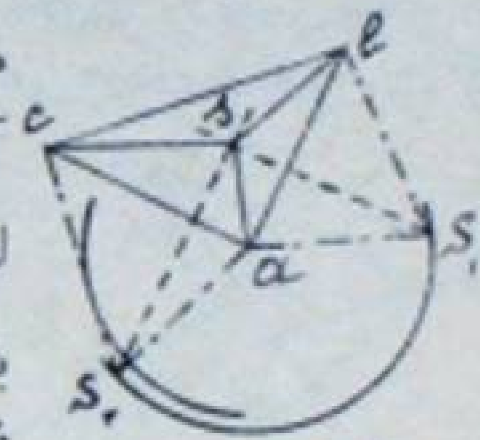
فرض میکنیم ارتفاع مثلث SAC از رأس C معین‌باشد پس تسطیح یال SA مماس بر دائره ایست که بمرکز c و شعاع ارتفاع مزبور رسم شود تسطیح این‌یالرا رسم‌میکنیم از آن طولی برابر SA جدا مینمائیم از منتها الیه یعنی S_2 عمودی بر لولای ac فرود میاوریم از نقطه S_1 که‌بوسیله معلومات SA و SB معین شده نیز عمودی بر ab فرود میاوریم محل تلاقی ایندو


ش ٤۲٦

عمود تصویر افقی نقطهٔ S است و تصویر قائم آن‌مانند قبل معین میگردد(ش ۴۲۶)

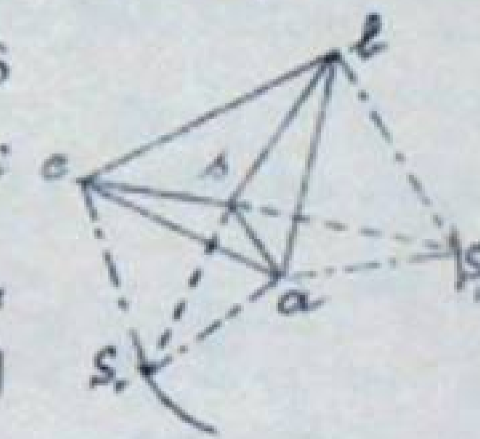
۷۳۵ ـ طول یا لهای SA و SB و ارتفاع یکی از مثلثات SAB و SAC از رؤس A و B

فرض میکنیم ارتفاع وارد از نقطهٔ A برضلع SC از مثلث SAC معین باشد پس یال SC از نقطهٔ A بهمین فاصله قرار دارد بنا بر این بمرکز a و شعاع طول مزبور دائره ای رسم میکنیم و از نقطهٔ C مماس بر آن رسم مینمائیم امتداد یال SC معین میگردد حال اگر بمرکز a و شعاع SA دائره ای رسم کنیم مماس‌مزبور را درنقطهٔ S_2 که تسطیح رأس S حول لولای ac است تلاقی خواهد نمود و چون مثلث S_1ab را بامعلومات کافی رسم کنیم S_1 که تسطیح رأس S حول‌لولای ab است نیز معین‌میشود ، واضح است تصاویر S مانندمسائل قبل بسهولت معلوم میگردد (ش ۴۲۷)


ش ۴۲۷

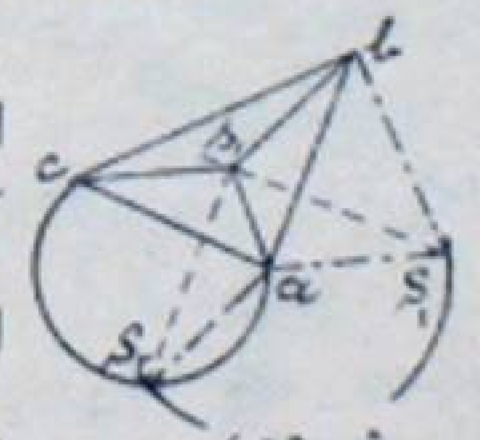
۷۳۶ ـ طول یالهای SA و SB ، ارتفاع یکی از مثلثات SAC و SCB وارد از رأس S

مثلث S_1ab را بنا میکنیم فرض میکنیم ارتفاع مثلث SAC معین باشد پس تسطیح S یعنی S_2 حول لولای ac بر خطی واقع است که بموازات ac و بفاصلهٔ ارتفاع مزبور رسم شود از طرف دیگر فاصلهٔ S_2 از نقطهٔ a برابر طول SA است که معلوم فرض شد پس اگر بمرکز a و شعاع S_1a دائره‌ی رسم نمائیم ، خط مزبور را درنقطه S_2 تلاقی خواهد کرد وباین ترتیب تصاویر رأس S بسهولت معین میشوند (ش ۴۲۸)


ش ۴۲۸

۷۳۷ ـ طول یالهای SA و SB و یکی از زوایای ASC و BSC

زاویهٔ ASC را معلوم اختیار مینمائیم پس تسطیح رأس S از طرفی بر محیط دائره حاوی زاویهٔ مز بور واقع است که بر وتر ac طرح شود و از طرفی برنقطهٔ S_1 منطبق است که بوسیلهٔ رسم مثلث S_1ab با معلومات فـرض معین میگردد بنابراین چون بمرکز a و شعاع aS_1 دائره ای رسم نمائیم تا دائرهٔ حاوی مزبور را تلاقی کند نقطه S_2 معین میگردد وبوسیله نقاط


ش ۴۲۹

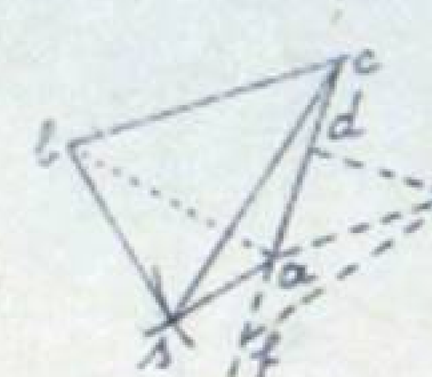
S_1 و S_2 تصاویر راس S مشخص میشود (ش ۴۲۹)

۷۳۸ ـ طول یالهای SA و SB و یکی‌از فرجه های SA و SB .

فرجه SA را معلوم فرض مینمائیم چون میتوان مثلث S_1ab را رسم کـرد پس زاویه baS_1 معین‌میگرددودرنتیجه کنج A با معلومات دوزاویه وفرجه مقابل یکی از آنها رسم میشود و امتداد تصویر sa معین میگردد و چون تسطیح S معین است پس s و در نتیجه s' نیز بدست خواهد آمد .

۷۳۹ ـ طول وشیب یال SA و شیب‌یال SB یا SC

با طول‌یال SA وشیب آن مثلث‌قائم الزاویه S_1ad رابنامینمائیم ad برابرطول‌تصویر افقی یال SA است‌چون S_1d مساوی ارتفاع نقطهٔ S است پس‌بااین‌طول و شیب یال SB مثلث‌قائم الزاویه S_1df رابنامینمائیم df نیز مساوی طول تصویر یال SB حال بمراکز a و b و شعاع های ad و fd دوائـرئ رسم مینمائیم تا یکدیگر را در نقطه s کـه تصویر افقی رأس S است تلاقی نمایند واضح است تصویر قائم s' بمناسبت‌معلوم بودن طول‌یال AS معین‌میگردد(۴۳۰)


ش ۴۳۰

۷۴۰ ـ طول وشیب‌یال SA وارتفاع یکی ازمثلثات SAB و SAC ازرأس S

بوسیلهٔ طول یال SA و ارتفاع مثلث SAB وارد از راس S میتوان تسطیح این مثلث را رسم نموده و در نتیجهٔ S_1 یعنی تسطیح رأس جسم را حول لولای ab معین ساخت بقسمی که تصویر افقی S بر خطی واقع میشود که از S_1 معلوم بر ab عمود گردد ، از طرف دیگر با معلومات طول یال SA و شیب آن طول تصویرش مانند مسئله قبل معین میگردد بمرکز a و شعاع طول مزبـور دائره ای رسم مینمائیم تا عمود مرسوم را در نقطهٔ s که تصویر افقی رأس S است تلاقی نماید .

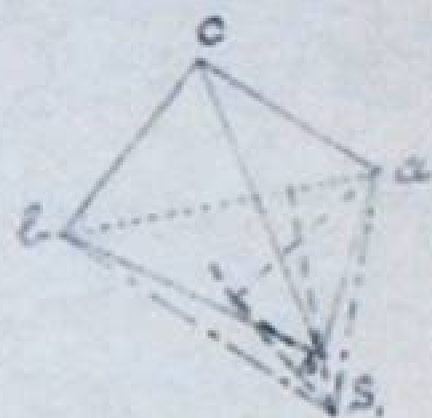
۷۴۱ ـ طول و شیب یال SA و ارتفاع مثلث SBC وارد از رأس S .

بوسیلهٔ طول و شیب یال SA طول تصویر افقی این یال و ارتفاع S از رسم مثلث قائم الزاویهٔ S_1ad معین میگردد اما چون ارتفاع مثلث SBC نیز معلوم است‌با معلوم بودن ارتفاع جسم‌از رأس S میتوان‌مثلث قائم‌الزاویه ای رسم نمود و فاصلهٔ تصویررأس را از لولای bc معین ساخت پس ازمعلوم شدن این فاصله‌خطی بموازات bc وبفاصله

مزبور رسم میکنیم و بمرکز a و شعاع طول افقی یال SA دائره ای رسم مینمائیم نقطهٔ تلاقی ایندو خط تصویر افقی راس S است .

۷۴۲ ـ طول و شیب یال SA وارتفاع مثلث SAB یا SAC از راس A

چون ارتفاع مثلثSAB از راس Aمعین است پس تسطیح یال SB مماس‌بردائره ایست که بمرکز a و شعاع مزبوررسم گردد از طرفی نظر بمعلوم بودن طول یال SA چون بمرکز a و شعاع این طول دائره ای رسم کنیم مماس مرسوم را درنقطه S_1 که تسطیح رأس S حول لولای ab است تلاقی خواهد کرد اما بوسیلهٔ معلومات طول وشیب یال SA طول تصویر افقی این یال معین میشود که چون بشعاع این‌طول وبمرکز a دائرهٔ دیگری رسم کنیم این دائره عمود مرسوم از S_1 برلولا را درنقطه‌مطلوب s تلاقی‌خواهد کرد.(ش۴۳۱)


ش ۴۳۱

۷۴۳ ـ طول‌وشیب یال SA وارتفاع‌یکی ازمثلثات SAB و SAC از رؤس B و C .

در این موردتسطیح یال SA مماس بر دائره ایست که بمرکز b و شعاع ارتفاع مفروض رسم گردد چون این‌مماس را رسم نموده از آن طول یال SA را جدا کنیم S_1 که تسطیح راس S حول لولای ab است معین‌میگردد از این نقطه عمودی بر ab فرود میاوریم بمرکز A و شعاع طول تصویر افقی SA قوسی رسم میکنیم‌تاعمود ،مزبور را در نقطهٔ s که‌تصویر افقی راس S است‌تلاقی‌نماید

۷۴۴ ـ طول و شیب یال SA و یکی از زوایای ASB یا ASC .

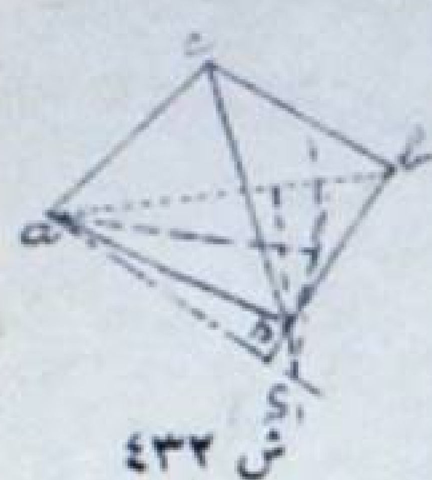
حاوی زاویهٔ معلومASB را بر ضلع ab طرح میکنیم تسطیح رأس S بر محیط ایندائره واقع است ولی چون طول یال SA نیز معین است پس بمرکز a و شعاع این طول قوسی رسم کنیم محیط دائرهٔ حاوی را در نقطهٔ S_1 تلاقی مینماید ازطرف دیگر بمناسبت معلوم بودن شیب یال SA طول تصویر افقی آن معین میگرددوچون بمرکز a و شعاع این طول دائره ای رسم نمائیم تاعمود وارد از نقطهٔ S_1 بر لولای ab را تلاقی کند محل تقاطع نقطه s است .

۷۴۵ ـ طول و شیب یال SA و یکـی از زوایـای قاعدهٔ مثلثات SAB و SAC .

اگر زاویه SAB معین باشد از نقطه a خطی چنان رسم میکنیم که با ab زاویهٔ مزبور را احداث نماید اینخط تسطیح یال SA حول لولای ab است چون از آن

طول SA را جدا کنیم S_1 تسطیح S بدست میاید از این نقطه عمودی بر لولای ab فرود میاوریم تصویر افقی S بر این خط قرار دارد از طرفی نظر بمعلوم بودن طول یال و شیب آن طول تصویر افقیش معین است‌بقسمی که چون بمرکز a و شعاع طول مزبور دائره‌ای‌رسم کنیم محل‌تلاقی‌دائره‌وعمود مرسوم‌نقطهٔ s رامعین‌میسازد(ش۴۳۲)

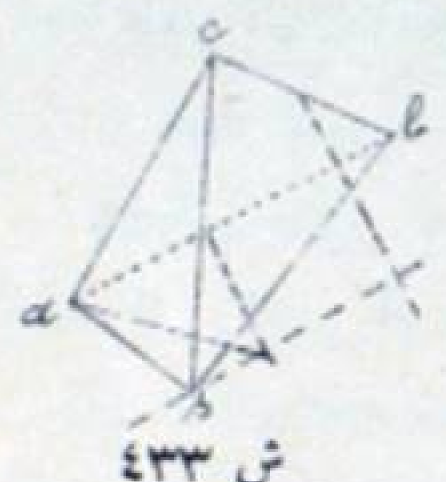
اگر زاویه SBA معلـوم باشد از نقطهٔ b خطی رسم مینمائیم که با ab زاویهٔ مز بور را احداث کند بمرکز a و شعاع SA دائره ای رسم میکنیم تا اینخط را تلاقی کند نقطهٔ تلاقی تسطیح راس S حول ab است بقیه عملیات مانند فوق‌است .


ش ۴۳۲

۷۴۶ ـ طول و شیب یال SA و یکی از فرجه های AB ، AC ، BC .

بوسیلهٔ طول و شیب یال SA ارتفاع نقطهٔ S را معین میسازیم (نمره ۷۳۹) پس‌از آن اگر فرجهٔ AB را معلوم فرض نمائیم در صفحه SAB افقیه‌ای بارتفاع مزبور رسم میکنیم (نمره ۷۲۷) بمرکز a و شعاع طول تصویر افقی یال SA دائره‌ای رسم میکنیم تا افقیه مرسوم را در نقطهٔ مطلوب s تلاقی‌نماید (ش ۴۳۳)

ولی اگر فرجه BC معین باشد باز د ر صفحـه معلوم SBC افقیه ای بارتفاع S رسم میکنیم بر این خط نقطه ای تعیین میکنیم که از نقطهٔ معین a بفاصله معلوم SA قرار گیرد .


ش ۴۳۳

۷۴۷ ـ طول و شیب یال SA ، بعد رأس S .

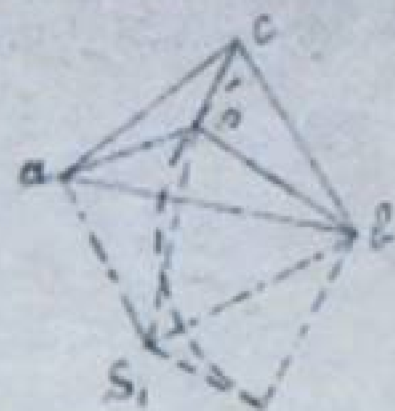
بوسیلهٔ طول و شیب یال طول تصویر افقی آن معین میگردد ، چون بمرکز a و طول مزبور قوسی رسم کنیم و خطی بموازات‌خط‌الارض و بفاصله بعدمفروض رسم نمائیم ایندوخطیکدیگر رادرنقطه مطلوب s تلاقی خواهند کرد .

۷۴۸ ـ طول و شیب یال SA و یکی از ارتفا عات جسم وارد از رؤس A و B و C

چون بوسیلهٔ معلوم بودن ارتفاع‌جسم و ارتفاع نظیر آن در مثلث abc فرجه‌های AB ، AC ،و BC معین میگـردد پس حل این مسئله مانند مسئله نمره (۷۴٦) خواهد بود .

۷۴۹ ـ طول یال SA ، شیب یال SB و ارتفاع مثلث SAB از راس S

بوسیلهٔ طول یال SA وارتفاع مثلث SAB تسطیح رأس S را حول لولای ab میتوان معین ساخت باین ترتیب که خطی بموازات ab وبفاصلهٔ ارتفاع مزبور رسم مینمائیم بمرکز a و شعاع SA دائره ای رسم میکنیم تا اینخطرا تلاقی نماید S_1 حاصل میشود ضمنا $S_1 b$ نیز برابر طول‌حقیقی یال SB است و بمناسبت آنکه شیب این یال نیز معین است طول تصویر افقی آن معلوم شده و جون بمرکز b و شعاع این طول قوسی رسم‌کنیم تا عمود مرسوم از S_1 بر ab را تلاقی نماید s بدست خواهد آمد (ش ۴۳۴)



ش ۴۳۴

۷۵۰ ـ طول یال SA ، شیب یال SB ارتفاع مثلث SAC از رأس S

بوسیلهٔ طول یال SA و ارتفاع مثلث SAC تسطیح راس S حول لولای ac و در نتیجهٔ طول یال SC معین میگردد و مسئله منجر میشود باینکه طول دو یال وشیب یال سوم از چهار وجهی در دست است (نمره ۷۳۱)

۷۵۱ ـ طول یال SA ، شیب یال SB یك ارتفاع از مثلثات SAB و SAC از رؤس A و B و C

در هر دو صورت یعنی خواه ارتفاع مثلث SAB خواه ارتفاع مثلث SAC معین باشد تسطیح راس S بوسیلهٔ رسم این مثلثات حول یکی از لولا های ab و ac معین میگردد و جون شیب یال SB نیز معلوم است حل مسئله مانند دو مسئله قبل میشود

۷۵۲ ـ طول یال SA شیب یال SB یکی از زوایای مثلثات SAB و SAC

در اینجا نیز بوسیلهٔ معلوم بودن یکزاویه از مثلثات مزبور جون همواره دوضلع دیگر آن نیز جزو فرض مسئله است تسطیح راس S حول یکی از لولا های ab و ac معین میگردد و مانند مسائل قبل حل میشود .

۷۵۳ ـ طول یال SA، شیب یال SB و فرجهٔ AB

جون فرجهٔ AB معلوم است وجه SAB معین میگردد پس از مشخص شدن این وجه ازنقطه b در آن خطی بشیب‌معین رسم میکنیم این خط را تسطیح کرده بمرکز a و شعاع طول SA دائره ای رسم میکنیم تا خط مزبور را تلاقی کند تسطیح راس

بدست میاید آنرا ترفیع میکنیم s معین میشود .

۷۵۴ ـ طول یال SA ، شیب یال SB ، ارتفاع رأس S

جون طول یال SA و ارتفاع S معین است بوسیلهٔ رسم مثلث قائم الزاویه ای با این معلومات طول تصویر افقی یال SA معین میگردد همچنین نظر بمعلوم بودن شیب یال SB و ارتفاع S طول تصویر افقی این یال نیز معلوم میشود پس s بر محل تلاقی دو دائره واقع است .

۷۵۵ ـ طول یال SA ، شیب یال SB ، فرجهٔ BC .

بر BC صفحه ای بشیب معین مرور میدهیم در آن از نقطهٔ b خطی بشیب یال SB رسم میکنیم بر این خط نقطه‌ای چنان مشخص میسازیم که از نقطهٔ a بفاصله‌طول معلوم SA قرار گیرد

۷۵۶ ـ طول یال SA ، شیب یال SB ، یکی از ارتفاعات جسم از رؤس A و C

جون بوسیلهٔ هر یك از ارتفاعات جسم و ارتفاع نظیر آن از مثلث قاعده فرجه های AB و BC معین میگردد مسئله بیکی ازنمرات (۷۵۳) یا (۷۵۵) رجوع‌میشود :

۷۵۷ ـ طول یال SA، ارتفاع مثلثات SAB و SAC از رأس S

بوسیله طول یال SA و ارتفاع مثلث SAB تسطیح راس S حول لولای ab معین میگردد و همچنین بوسیله طول یال SA و ارتفاع مثلث SAC تسطیح راس S حول لولای ac معلوم میشود بنابراین s معین میگردد .

۷۵۸ ـ طول یال SA ، ارتفاع مثلثات SAB و SBC

باز با طول یال SA و ارتفاع مثلث SAB تسطیح راس S را حول لو لای ab میتوان معین کرد و بدین طریق طول یال SB را مشخص ساخت پس از آن‌باطول این یال و ارتفاع مثلث SBC تسطیح راس S حول لولای bc معین میگردد . ودر نتیجهٔ تصاویر راس S مشخص میشود

۷۵۹ ـ طول یال SA ارتفاع مثلث SAB از راس S و یکی‌ازارتفاعات مثلثات SAB و SAC از رؤس A و B و C

بوسیلهٔ معلومات اول مسئله تسطیح راس S حول لولای ab معین میگردد . حال اگر مثلا ارتفاع راس C از مثلث SAC معلوم باشد باید دائره ای بمرکز C و

شعاع ارتفاع مزبور رسم کرد و از نقطه A مماس بر آن مرور داد این خط امتداد تسطیح یال SA حول لولای ac است چون از آن طول AS را نقل کنیم تسطیح راس S حول ac نیز معین میشود و در نتیجه تصاویر S مشخص میگردد . همچنین است اگر سایر ارتفاعات معین باشد .

۷۶۰ ـ طول یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از راس S و یکی از زوایای مثلثات SAB و SAC .

با طول یال SA و ارتفاع ABS تسطیح S را حول لولای ab معین مینمائیم ضمنا طول SB نیز معین میگردد ، حال مثلا اگر زاویهٔ BSC معین باشد حاوی این زاویه را حول bc رسم مینمائیم و بمرکز b و شعاع SB قوسی رسم میکنیم تا محیط دائره را در نقطه ای که تسطیح راس S حول لولای bc است تلاقی کند و بوسیله تسطیح های مزبور راس s را معلوم میسازیم ، همچنین اگر زاویهٔ ACS معلوم باشد از نقطهٔ C خطی رسم میکنیم که با ac همین زاویه‌را ایجاد کند بمرکز a و شعاع SA دائره ای رسم میکنیم تا ضلع زاویه را تلاقی کند نقطهٔ تلاقی تسطیح راس S حول لولای ac است .واضح است پس از معلوم شدن تسطیح S حول دولولا تصاویر رأس بسهولت معین میگردد .

۷۶۱ ـ طول یال SA ارتفاع مثلث SAB از رأس S و فرجهٔ AB .

چون بادو معلوم اول تسطیح راس S حول لولای ab معین‌میگردد و فرجهٔ AB نیز معلوم است مسئله یکی ازحالات قبل راجع میشود (نمره ۷۲۴)

۷۶۲ ـ طول یال SA ارتفاع مثلث SAB از راس S یکی ازفرجه های BC و AC

مانند مسئله قبل معلوم میشود که حل اینمسئله مانند مسئله (نمره ۷۲۵) است .

۷۶۳ ـ طول یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از راس S یکی ازفرجه های SA و SB و SC

مانند مسئله نمره (۷۲۴و۷۲۵) حل میشود

۷۶۴ ـ طول یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از راس S یك ارتفاع جسم از رؤس A و B و C و S

مانند مسئله نمره (۷۲۶،۷۲۷و۷۲۹) است

۷۶۵ ـ طول یال SA ، ارتفاع مثلث AB از راس S ، بعد راس S

مانند مسئله نمره (۷۲۸) حل میشود .

۷۶۶ ـ طول یال SA ،ارتفاع مثلث SBC از راس S ، یکی‌اززوایای مثلثات جانبی .

اگر زاویه ای از مثلثات SAB یا SAC معین باشد چون طول یال SA نیز معلوم است بوسیله این معلومات میتوان هر یك از مثلثات مزبور را رسم کرده تسطیح راس S را حول لولا های نظیر بدست آورد و پس از آن بوسیله ارتفاع مثلث SBC تسطیح S حول لولای bc نیز معلوم شده و تصاویر راس مشخص میگردد ، حال اگر زاویه‌ای از مثلث SBC معین باشد باز چون ارتفاع این مثلث نیز معلوم است ابتدا تسطیح S را حول لولای bc بدست میاوریم و بوسیله معلومات SB و SC و SA جسم را بنا مینمائیم .

۷۶۷ ـ طول یال SA ، ارتفاع مثلث SBC از راس S ، فرجه BC



ش ۴۳۵

بر bc صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه افق زاویه معین احداث نماید چون ارتفاع مثلث SBC معین است پس اگر خطی بموازات bc و بفاصله مزبور رسم نمائیم تسطیح راس S بر اینخط قرار دارد این خط را در صفحه معلوم SBC ترفیع میکنیم بر آن نقطه ای تعیین مینمائیم که از نقطه a بفاصله معین طول یال SA باشد s بدست میاید (ش ۴۳۵)

۷۶۸ ـ طول یال SA ارتفاع مثلث SBC از راس S ، ارتفاع جسم از رؤس S و A

باطول یال SA و ارتفاع جسم ازرأس S طول تصویر افقی یال SA معین‌میگردد همچنین باارتفاع مثلث SBC و ارتفاع جسم فاصلهٔ تصویر S از لولای cb معلوم میشود چون خطی بموازات bc و بفاصله‌مزبور رسم کرده دائره‌ای بمرکز c و شعاع‌تصویر SA رسم نمائیم نقطهٔ s محل تلاقی دو خط است .

۷۶۹ ـ طول یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از رأس A یا B و :
الف ـ ارتفاع مثلثات SAC و SBC از رؤس A و B و C ، ب ـ یکی از زوایای مثلثات جانبی ، ج ـ یکی‌ازفرجه های AB وAC وBC د ـ یکی از فرجه های SA و SB و SC ، و ـ یکی ارتفاعات جسم، هـ ـ بعد رأس S .

هر یك از حالات فوق مانند مسائلی که از نمره (۷۵۵) تا (۷٦۵) متذکر شدیم برسم مثلث SBA و یکی از مثلثات SAC و SBC حل میگردد

۷۷۰ ـ طول‌یال SA ، ارتفاع مثلث SBC و : الف ـ یکی اززوایای مثلثات جانبی ب ـ یکی زوایای دووجهی ج ـ یکی از ارتفاعات‌جسم د ـ بعد رأس S

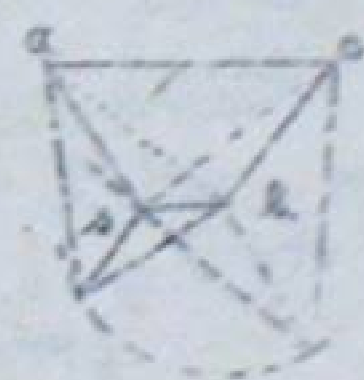
در اینجا نیز مانند نمرات ۷٦٦ ببعد حل میگردد .

۷۷۱ ـ طول‌یال SA ، یکی اززوایای مثلث SAB و یکی اززوایای مثلث SAC

مثلثات SAB و SAC را با معلومات دوضلع و یکزاویه‌همواره ممکن است‌حول لولا های ab و ac طرح کرده تسطیح راس S را حول این خطوط تعیین نمود و تصاویر جسم را معین ساخت .

۷۷۲ ـ طول‌یال SA ، یکی اززوایای مثلث SAB و یکی اززوایای مثلثSAC

بدواً باطول‌یال SA وزاویهٔ مثلث SABمثلث S_1ab را حول لولای ab بنا میکنیم باین ترتیب طول SB معین میگردد حال با این طول و یك زاویه از مثلث SBCاین مثلث را حول لولای bc بنامینمائیم نقطه S_2 حاصل میگردد از نقاط S_1 و S_2 دو عمود بر لولا های‌نظیر فرودمیاوریم S و درنتیجه 'S بدست میاید(ش۴۳٦)


ش ۴۳٦

۷۷۳ ـ طول یال SA ، یکی از زوایای مثلث SAB ، فرجهٔAB

بوسیلهٔ دو معلوم اول تسطیح راس S حول لولای ab معین میگردد . چون‌فرجهٔ AB نیز معلوم است تعیین تصاویر S اشکالی ندارد

۷۷۴ـ‌طول‌یال SA،یکی اززوایای مثلث SABیکی ازفرجه‌هایACوBC

باز تسطیح S را حول لولای ab معین مینمائیم و مسئله را مانند یکسی از حالات قبل (نمره ۷۲۵) حل میکنیم

۷۷۵ ـ طول‌یال SA و یکی از زوایای مثلث SABیکی از ارتفاعات جسم از رؤس A و B و C

چون بوسیله هر یك از ارتفاعات جسم و ارتفاع نظیر آن در مثلث abc یکی از

فرجه ها معین میگردد پس مسئله مانند مسائل (۷۷۳) و (۷۷۴) حل میشود

۷۷٦ ـ طول یال SA یکی از زوایای مثلث SAB و ارتفاع راس S

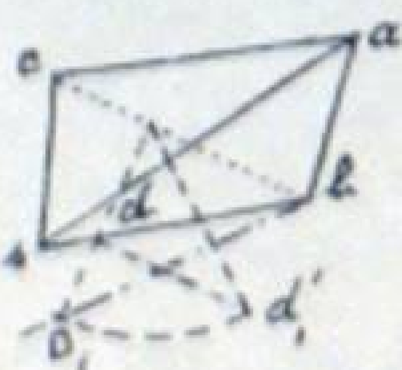
تسطیح S حول ab با دو معلوم اول معین‌میشود ، چون ارتفاع S نیزمعلوم‌است تصاویر آن بسهولت معلوم میگردد

۷۷۷ ـ طول یال SA ، یکی از زوایای مثلث SAB و بعد رأس S

باز تسطیح S را حول لولای ab معین نموده خطی بموازات خط الارض و بفاصلهٔ بعد مزبور رسم‌میکنیم و ازتسطیح S عمودی بر لولای ab فرود میاوریم تا اینخط را تلاقی کند محل تلاقی تصویر افقی S است .

۷۷۸ـ طول یالSA ، یکی از زوایای مثلث SBC ، فرجهٔ BC

چون فرجهٔ BC معین است وجه SBC بدست میاید از طرفی نظر باینکه یکی از زوایای مثلث SBC مثلا زاویه SBC نیز معلوم است‌در صفحه مزبورامتداد ضلع SB را میتوان معین نمود براینخط نقطه ای تعیین میکنیم که ازنقطهٔ a بفاصله معین یعنی برابر طول یال SA باشد (ش ۴۳۷)


ش ۴۳۷

حال‌اگرزاویهٔBSCمعلوم‌باشدحاوی اینزاویه‌رادرصفحه SBC حول bc رسم مینمائیم بر محیط ایندائره نقطه ای تعیین میکنیم که از نقطهٔ a بفاصله معین یال SA باشد . (نمره۴۲۰)

۷۷۹ـ طول SA ، یکی از زوایای مثلث SBC ، ارتفاع‌جسم ازرأسA

چون بوسیله ارتفاع جسم از رأس A و ارتفاع مثلث ABC از همین راس فرجه BC معین میگردد حل مسئله مانند مسئله قبل میشود .

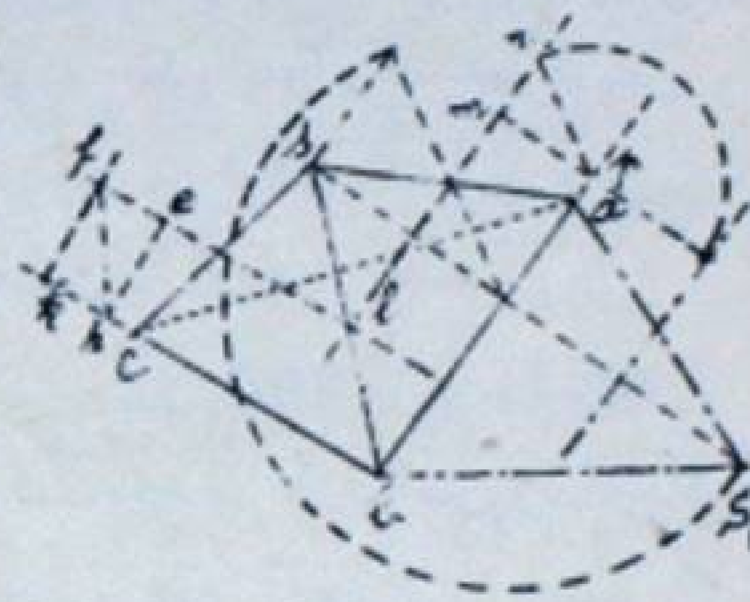
۷۸۰ ـ طول یال SA ، فرجهٔ AB ، فرجه BC

هر یك از صفحات SAB و SAC را بوسیله فرجه های آنها رسم مینمائیم فصل مشترك‌ایندو وجه‌امتداد یال SA است ، چون‌طول این‌یال نیز معین است از نقطه a بر آن طول SA را نقل میکنیم منتها الیه نقطه 'SS است .

۷۸۱ ـ طول یال SA ، فرجهٔ AB ، فرجهٔ AC

باز چون فرجه های AB و BC معین است بوسیله رسم این صفحات یال SB

معین میگرددبرای رسم بهتر آنست بطریق ذیل عمل شود ، یکی از نقاط فصل‌مشترك ایندو وجه همان نقطه b است پس کافی است نقطه دیگر آنرا بوسیله رسم دو افقیه متحد الارتفاع از وجوه مزبور بدست آوریم برای این منظور افقیه ای اختیاری یکی‌ازدو وجه مثلا SAB رارسم‌مینمائیم چون فرجه AB معلوم‌است میتوان‌ارتفاع این افقیه را بوسیله رسم مثلث قائم الزاویه mnp بدست آورد باینمعنی که عمود اختیاری mp را بر لولای ab فرود میاوریم و از موقع عمود زاویهٔ mpn را برابر فرجهٔ AB بنامیکنیم mn بدست میاید که عبارت ازارتفاع افقیه‌مزبوراست حال برنقطهٔ اختیاری از لولایbc مثلا h عمودی اخراج کرده زاویهٔ ehf را بااین عمود مساوی فرجهٔ bc بنا مینمائیم و از روی لولا از نقطه h



« ش ۴۳۸ »

طول $h\kappa$ را مساوی mn جدا میکنیم و از نقطه κ عمودی بر لولا اخراج مینمائیم تا ضلع زاویه را در نقطهٔ f تلاقی کند خط fe را بموازات bc رسم مینمائیم اینخط افقیه بارتفاع mn از صفحه SBC است محل تلاقی ایندو خط یعنی l نقطه ای از فصل مشترك دو وجه است بقسمی که bl امتداد یال SB میباشد چون این خط را حول افقیه ab تسطیح کرده بمرکز a و شعاع طول یال SA دائره ای رسم کنیم تا آنرا تلاقی نماید تسطیح S یعنی S_1 بدست میاید وچون ازنقطهٔ اخیر عمودی برلولای ab فرود آوریم امتداد یال SB را در نقطهٔ مطلوب s تلاقی میکند (ش ۴۳۸)

۷۸۲ ـ طول یال SA ، فرجهٔ AB ارتفاع جسم از رأس A یا B .

چون اگر ارتفاع جسم از رأس A یا B معین باشد مثل این‌است که یکی‌ازفرجه های BC یا AC معین باشد پس حل مسئله منجر بیکی ازدو مسئله قبل میشود

۷۸۳ ـ طول یال SA ، فرجه AB ، ارتفاع راس S

درصفحه SAB که بوسیله فرجه‌اش مشخص است افقیه ای‌بارتفاع S رسم مینمائیم بر اینخط نقطه ای تعیین میکنیم که از a بفاصله طول یال SA باشد ،

۷۸۴ ـ طول یال SA فرجهٔ AB ، بعد راس S

باز صفحه SAB را بوسیله فرجهٔ AB رسم کرده در این صفحه جبهه ای به بعد راس S رسم مینمائیم بر این خط نقطه ای را که از a بفاصله یال SA قراردارد مشخص میسازیم s معین میگردد .

۷۸۵ ـ طول یال SA فرجهٔ BC ، ارتفاع از رأس B یا C

چون اگر ارتفاع از راس B یا C معلوم باشد مانند آنست که‌یکی ازفرجه‌های AC یا AB معین باشد پس مسئله بیکی از حالات فوق رجوع میگردد (۷۸۱)

۷۸۶ ـ طول یال SA ، فرجه BC ، ارتفاع یا بعد راس S

صفحه SBC بوسیله فرجه BC رسم میشوددر این صفحه افقیه یا جبهه‌ای‌بارتفاع یابعد مفروض رسم کرده بر آن نقطه ای تعیین مینمائیم که از نقطه A بفاصلهٔ SA باشد ،

۷۸۷ ـ طول یال SA ، فرجه AB و فرجه SB یا SA

کنج B را با معلومات دو فرجه (فرجه SB ، و فرجه AB) و یکوجه مقابل یکی از آنها (زاویه b) رسم میکنیم (نمره ۷۲۳ قسمت د) امتداد یال SB معین میشود بر اینخط نقطه ای تعیین میکنیم که از a بفاصله معلوم SA قرار گیرد ،

۷۸۸ ـ طول یال SA ، فرجه BC . فرجه SC یا SB

در اینجا نیز مانند مسئله قبل کنج C با معلومات کافی رسم میشود و امتداد یال SC یا SB مشخص میگردد که میتوان بر آن نقطه ای تعیین نمود تا از a بفاصله SA قرار گیرد .

۷۸۹ ـ طول یال SA فرجهٔ SA ارتفاع جسم از رأس C یا B

چون بوسیلهٔ ارتفاع رؤس C و B فرجه های AB و AC معین‌میگردد مسئله‌مانند نمره (۷۸۷) حل میشود .

۷۹۰ ـ طول یال SA ، فرجه SB یکی‌از ارتفاعات جسم از رؤس A و C

با فرجه SB و هر یك از فرجه های AB و BC که بوسیله ارتفاعات مفروض حاصل میشود میتوان کنج B را بنا کرد و امتداد SB را مشخص ساخت و بر آن نقطه ای که از a بفاصله معلوم SA باشد معین نمود .

۷۹۱ ـ طول یال SA و دو ارتفاع جسم از رؤس A و B و C

بوسیله هر یك از دو ارتفاع مزبور ، دو فرجه از فرجه های AB و BC و AC معین میگردد ومسئله به یکی از مسائلی که قبلا حل شده منجر میشود .

۷۹۲ ـ طول یال SA و یکی‌از ارتفاعات رؤس A و Bو C وارتفاع یا بعد راس S

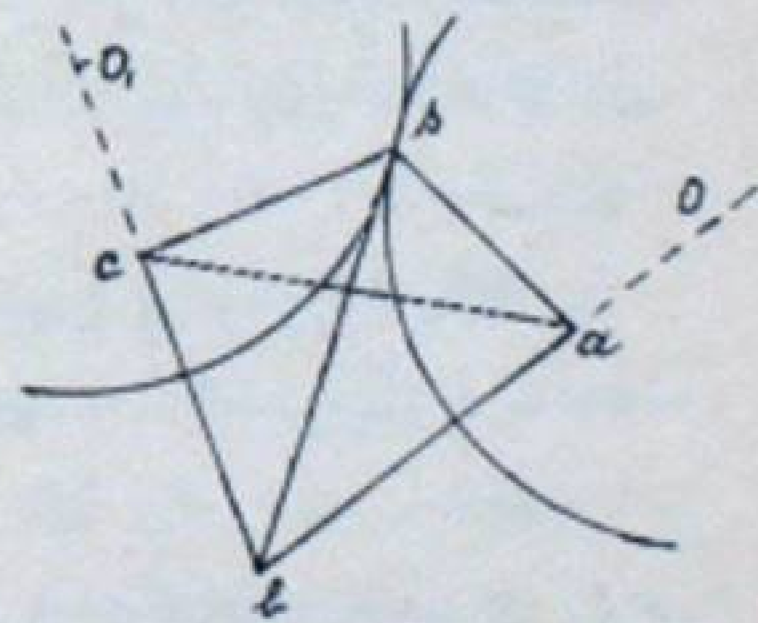
با یکی از ارتفاعات جسم از رؤس A و B و C یکی از فرجه های AC،BC و AB معین میگردد و چون ارتفاع یا بعد رأس S نیز معین‌است مسئله مانندیکی از حالات قبل حل‌میشود .

۷۹۳ ـ طول یال SA ، بعد و ارتفاع راس S

مواجهی رسم میکنیم که بعد و ارتفاعش برابر بعد و ارتفاع مفروض‌باشد براینخط نقطه ای معین مینمائیم که از A بفاصله طول معلوم SA قرار گیرد .

۷۹۴ ـ شیب سه یال SA و SB و SC .

چون ازنقطه S عمودی بروجه ABC فرودآوریم زوایای سه‌مثلث‌قائم‌الزاویهٔ SsA و SsB و SsC بنا بفرض معین است بنابراین برای تعیین نقطه s کافی است نسبتهای $\frac{sa}{sb}$ و $\frac{sa}{sc}$ را بوسیلهٔ رسم سه مثلث اختیاری معین نمائیم‌برای این منظور باطول‌اختیاری سه مثلث قائم‌الزاویه بنا میکنیم که زوایای آن بترتیب مساوی زوایای فرض‌مسئله‌باشند نسبت بین اضلاع دیگر این مثلثات بدست‌میاید حال باید نقطه s را بقسمی تعیین کرد که نسبت فواصل این‌نقطه‌از نقاط a و b و c برابرمقادیر معین شود میدانیم نقاطی که نسبت فواصلشان‌از دو سر خط ab برابر مقدارمعین است برمحیط دائره ای واقع اند که مرکزش بر ab بوده‌و دو سر قطرش خط ab را به نسبت‌مزبورقسمت مینماید ابندائره را رسم مینمائیم ، بهمین‌ترتیب دائره ای که نسبت فواصل محیطش از دو سر خط ac برابر مقدار معین است رسم مینمائیم دو دائره در نقطه s یکدیگر را قطع مینمایند (ش ۴۳۹)



ش ۴۳۹

۷۹۵ ـ شیب یالهای SA و SB و زاویهٔ SAB یا SBA .

درکنجی که از یال SA و تصویر آن sa و یال ab تشکیل میشود دو زاویه و فرجه مقابل یکی از آنها معین است (زوایای SAs و SAB و فرجهٔ Ssa که قائمه است) این کنج را بنا میکنیم امتداد یال SA معین میگردد از طرف دیگرچون شیب یال SB نیز معین است پس تصویر راس S بر محیط دائره ای واقع است که نسبت فواصل آن از دو سر خط ab برابر مقدار معینی باشد(نمره ۷۹۴) ابندائره را رسم مینمائیم تا امتداد یال SA را در نقطه s تلاقی نماید . بهمین ترتیب اگرزاویهٔ SBA معین باشد کنج b را رسم نموده مانند فوق عمل مینمائیم

۷۹۶ ـ شیب یالهای SA و SB و یکی از زوایای SBC و SAC

با هر یك از زوایای SBC و SAC کنج B یا کنج A و در نتیجه امتداد یال SB یا SA مانند مسئله قبل معین میگردد و چون نقطه s بر محیط دائره ای نیزواقع است محل تلاقی دائره و امتداد یال راس s را معلوم میکند

۷۹۷ ـ شیب یالهای SA و SB و فرجهٔ AB

چون فرجهٔ AB معین است وجه SAB مشخص میگردد در این وجه از نقاط a و b دو خط بشیب های معین رسم مینمائیم محل تلاقی آنها نقطهٔ s است .

۷۹۸ ـ شیب یالهای SA و SB و یکی از فرجه‌های BC وAC .

با فرجه BC وجه SBC مشخص میگردد ، در این وجه از نقطه b خطی بشیب معین رسم مینمائیم امتداد یال Sb معلوم میشود چون نقطهٔ s بر محیط دائره ای‌نیزواقع میباشد اگر آنرا رسم نمائیم محل تلاقی دائره و امتداد یال مزبور نقطهٔ s رامشخص میسازد . همچنین است اگر فرجهٔ AC معین باشد .

۷۹۹ ـ شیب یالهای SA و SB و ارتفاع جسم از رأس S .

بوسیلهٔ ارتفاع راس S و شیب هر یك از یالها میتوان طول تصویر افقی آنها را معین ساخت بنا بر این s محل تلاقی دو دائره است که بمراکز a و b و شعاع های طولهای مزبور رسم شود .

۸۰۰ ـ شیب یالهای SA و SB وارتفاع جسم از رأس A یا B یا C

چون بوسیلهٔ ارتفاع رؤس A وB وC و ارتفاع نظیر آنها از مثلث abc فرجه‌های AB وAC وBC معین میگردد ، مسئله مانند نمرات (۷۹۷) و (۷۹۸) حل میشود

۸۰۱ – شیب یالهای SA و SB و بعد رأس S .

نقطهٔ s از طرفی بر محیط دائره ای واقع است که نسبت فواصل محیطش از نقاط aوb مقدار ثابت باشد و از طرف دیگر برخطی که بموازات خط الارض و بفاصله بعد رسم گردد قرارداد بس برمحل تلاقی ایندوخط واقع است

۸۰۲ – شیب یال SA ارتفاعات مثلث SAB از رؤس S و A

با معلومات ارتفاعات مثلث SAB این‌مثلث را رسم مینمائیم S_1 تسطیح راس S حول لولای ab معین‌میگردد، ضمناً زاویهٔ $S_1 ab$ نیزمعلوم میشودبنابراین‌میتوان کنجیرا که سه یالش SA و $sa.ab$ میباشد بوسیله معلومات دو زاویه و فرجهٔ مقابل یکی از آنها رسم کرده امتداد تصویر یال SA را معین ساخت و چون تسطیح S نیز معلوم است s را معین نمود .

۸۰۳ – شیب یال SA و ارتفاع مثلث SAB از رأس S و ارتفاع‌مثلثات مثلث SAC از رأس C

بوسیله‌ارتفاع مثلث SAC ازراس c تسطیح یال SA حول لولای acمعین‌میگردد بنا بر این زاویهٔ SAC از کنجی که سه یالش SA و CA و sA میباشد معلوم شده و این کنج با معلومات دو زاویه و فرجه مقابل به‌یکی ازآنها رسم میگردد و در نتیجه تصویر SA معین شده و چون ارتفاع مثلث SAB از راس S معین است نقطهٔ s معلوم میگردد .

۸۰۴ – شیب یال SA و ارتفاع مثلث SAB از رأس S یك زاویه‌از مثلث ASB .

بوسیلهٔ دو معلوم آخر میتوان مثلث S_1ba را حول لولای ba رسم نمود چون شیب یال SA معین است امتداد تصویر آن بوسیلهٔ رسم کنجی با معلومات‌کافی بدست میاید و چون تسطیح راس S معلوم است تصاویر آن بسهولت معین میگردند .

۸۰۵ – شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از رأس S و زاویهٔ SAC

بوسیلهٔ شیب یال SA و زاویه SAC کنجی که امتداد تصویر یال SA را معین میسازد رسم میگردد پس از تعیین این امتداد چون ارتفاع مثلث SAB نیز معین‌است نقطه s معلوم میشود .

۸۰۶ – شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB ازرأس S فرجهٔ AB

وجه SAB بوسیله فرجه AB رسم میشود دراین وجه از نقطه a خطی بشیب معین رسم مینمائیم بر این خط نقطه ای تعین میکنیم که از لولای ab بفاصله ارتفاع فرض مسئله باشد .

۸۰۷ – شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از رأس S و فرجهٔ AC

وجه SAC را رسم کرده در آن از نقطه a خطی بشیب یال SA رسم مینمائیم این خط را حول لولای ab تسطیح کرده بر آن نقطه ای تعیین میکنیم که ازلولای ab بفاصله ارتفاع مثلث SAB باشدتسطیح راس S حول این‌لولا معین میگردد آنرا ترفیع میکنیم s معلوم میگردد .

۸۰۸ – شیب یال SA، ارتفاع مثلث SAB ازرأس S یکی ازارتفاعات جسم از رأس C و B

چون ارتفاعات C وB نظیر فرجه های AB و AC است پس حل مسئله‌ماند نمرات (۸۰۶) و (۸۰۷) است

۸۰۹ – شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از راس S ، ارتفاع‌رأس S

بوسیله شیب‌یال SA و ارتفاع S طول تصویر افقی یال SA معین‌میگرددهمچنین بوسیله ارتفاع S و ارتفاع مثلث SAB فاصله‌تصویر افقی S از لولای ab معلوم‌میشود پس نقطه s محل تلاقی یك دائره‌ویك‌خطاست .

۸۱۰ – شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از رؤس A و B

بوسیله دو ارتفاع مثلث SAB تسطیح راس S حول لولای ab معین میگردد و در نتیجه طول SA نیزمعلوم‌میشودوچون شیب این‌یال‌نیز معین است طول تصویرافقی آن معلوم شده و s بر محل تلاقی دائره ای واقع است که بمرکز a و شعاع‌طول مزبور رسم‌شود با خطی که از S_1 بر لولای ab عمود کنیم .

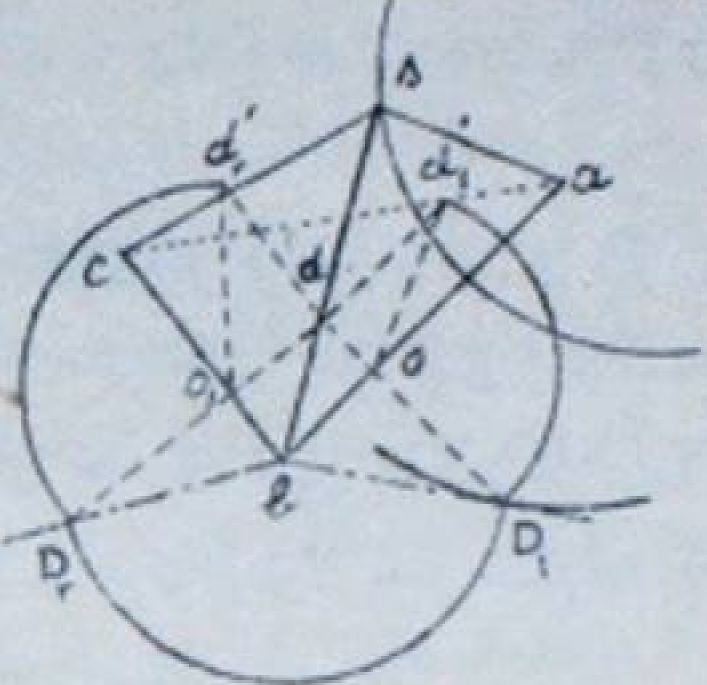
۸۱۱ – شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از رأس A ، یکی از زوایای مثلث SAB

با دو معلوم‌آخر مثلث SAB رسم‌شده، ماندمسئله‌قبل تصویر راس Sمعین‌میگردد.

۸۱۲ – شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از رأس A ، زاویهٔ SBC

بوسیله ارتفاع مثلث SAB از راس A تسطیح یال SB حول لولای ab معین میشود همچنین بوسیله زاویه SBC تسطیح این یال حول لولای bc معلوم میگردد

براین دو تسطیح طول اختیاری bD_1 و bD_2 را مساوی یکدیگر نقل میکنیم از نقاط D_1 و D_2 دو عمود بر لولا های نظیر فرودمیاوریم در نقطه d یکدیگر را تلاقی مینمایند خط bd امتداد یال SB معین میگردد چون میتوان ارتفاع نقطه d را معین نمود پس شیب یال SB نیز معلوم میشود ، نظر باینکه شیب یال SB معلوم بود دائره ای رسم میکنیم که نسبت فواصل نقاطش از دوسر خط ab ثابت باشد محل تلاقی این دائره و ad نقطه s است (ش.۴۴۰)



ش ۴۴۰

۸۱۳ ـ شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از رأس A ، فرجه AB .

بوسیله ارتفاع مثلث تسطیح یال SB حول لولای ab تعیین میگردد . چون فرجه AB نیز معلوم است امتداد تصویر یال SB نیز بدست میاید . چون از نقطه a در صفحه معین SAB خطی بشیب معین رسم کنیم محل تلاقی این خط با امتداد یال مزبور نقطه s است .

۸۱۴ ـ شیب SA . ارتفاع مثلث SAB از رأس A . ارتفاع جسم از رأس C

چون با معلوم بودن ارتفاع جسم از رأس C فرجه AB معین میگردد حل مسئله مانند مسئله قبل خواهد شد .

۸۱۵ ـ شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از رأس A ارتفاع رأس S -

بامعلومات ارتفاع راس S و شیب یال SA طول این یال وطول تصویر آن معین میشود و چون ارتفاع مثلث SAB از راس A نیز معین است تسطیح یال SB حول لولای ab نیز بدست میاید بنا بر این نقطه S_1 معلوم شده و s بر محل تلاقی یک خط و یک دائره قرار دارد .

۸۱۶ ـ شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از رأس A ، فرجه AC

در وجه معلوم SAC خطی بشیب معین یال SA رسم مینمائیم وجه SAB بوسیله معین شدن یال SA معلوم میگردد در این وجه از نقطه b خطی رسم میکنیم که از نقطه a بفاصله معلوم ارتفاع مثلث قرار گیرد .

۸۱۷ ـ شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از رأس A ، ارتفاع جسم از رأس B

چون بوسیلهٔ ارتفاع جسم فرجهٔ AC معین میگردد حل مسئله مانند مسئله قبل است.

۸۱۸ ـ شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از رأس B ، یکی از زوایای SBA یا ASB .

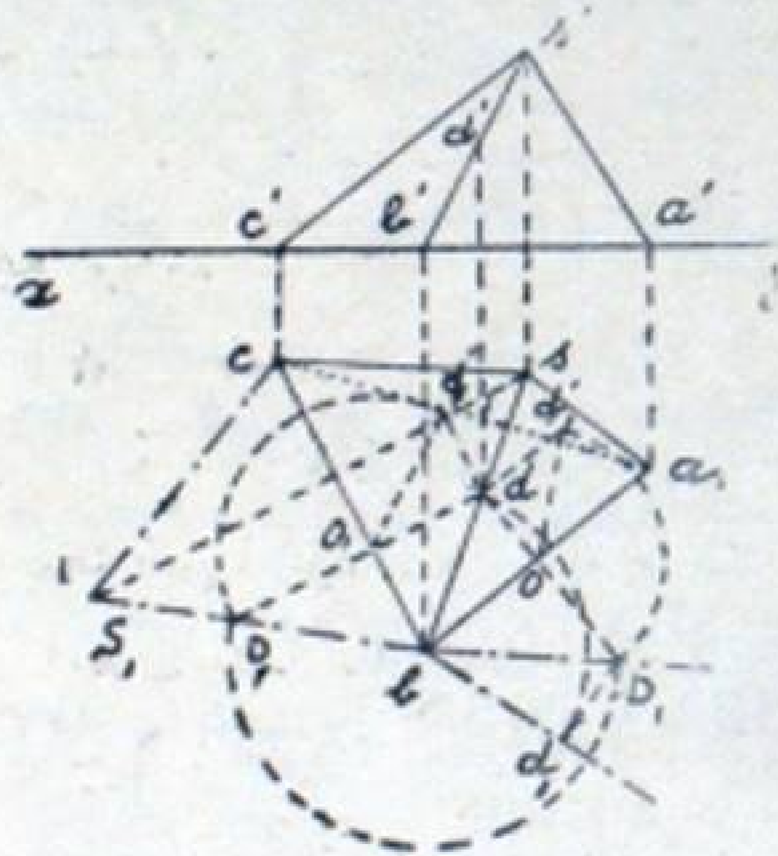
بوسیله معلومات کافی مثلث SAB رسم میشود یعنی طول یال SA معین میگردد و چون شیب آن نیز معلوم است نقطه s محل تلاقی یك دائره و یك خط است .

۸۱۹ ـ شیب یال SA ، زاویه SBA یا زاویهٔ ASB

مثلث abS_1 با معلومات دو زاویه و ضلع بینهما رسم میگردد S_1 تسطیح رأس S باین نحو معین میشود از طرف دیگر چون طول SA نیز معلوم خواهد شد و شیب آن بنابفرض معین است طول تصویر یال SA معلوم شده ودر نتیجه s که محل تلاقی یك دائره و یك خط است بدست خواهد آمد

۸۲۰ ـ شیب یال SB ، زاویهٔ SBA زاویهٔ SCB یا BSC

از نقطهٔ b خطی رسم مینمائیم که با ab زاویهٔ مفروضرا احداث نماید امتداد تسطیح یال BS معین میشود ولی چون شیب این یال یعنی زاویهٔ آن با صفحهٔ افق معین است پس بر آن ازنقطهٔ b طول bD_1 را اختیار کرده مثلث قائم‌الزاویهٔ bD_1d_1 را باوتر bD_1 و زاویهٔ یال SB با صفحهٔ افق که بفرض معلوم است بنا مینمائیم . bd_1 برابر طول تصویر قطعه BD_1 از یال SB خواهد بود ، از نقطهٔ D_1 عمودی بر لولای ab فرودمیاوریم بمرکز b و شعاع bd_1 دائره ای رسم مینمائیم تا اینخطرا تلاقی کند



ش ۴۴۱

d تصویر افقی نقطه D_1 و bd تصویر افقی یال SB است که میتوان تصویر قائمش را معین ساخت با براین وجه $sabs'a'b'$ بوسیلهٔ تعیین ارتفاع نقطهٔ d مشخص میگردد حال یال bd را حول لولای bc از وجه مزبور تسطیح کرده bS_1C را با معلومات دو زاویه و ضلع بینهما رسم مینمائیم تسطیح رأس S و درنتیجه ss' معین میگردد (ش۴۴۱)

۸۲۱ ـ شیب یال SA ، زاویهٔ SAB فرجهٔ BC

چون بوسیلهٔ شیب یال SA و زاویهٔ SAB موافق مسئله‌قبل امتداد یال SAمعین میگردد و ضمنا فرجهٔ BC نیز معلوم است پس وجه SBC را رسم کرده محل تلاقی امتداد یال SA را با وجه مزبور معین مینمائیم نقطهٔ s مشخص میگردد

۸۳۲ ـ شیب یال SA ، زاویهٔ SAB ارتفاع جسم ازرأس A

چون ارتفاع از رأس متناظر با فرجهٔ BC است پس حل مسئله‌مانند مسئله‌قبل‌میشود

۸۳۳ ـ شیب یال SA زاویهٔ SAB ، ارتفاع راس S

باز امتداد یال SA معین میگردد چون ارتفاع S نیزمعلوم است پس 's ودرنتیجه s معین خواهد گردید

۸۳۴ ـ شیب یال SAزاویهٔ SAB ، بعد راس S

امتداد یال SA راماتند فوق با این معلومات معین مینمائیم بر این امتداد نقطه‌ای‌به بعد معین مشخص میسازیم s بدست میاید .

۸۳۵ ـ شیب یال SA زاویهٔ SBA ، فرجهٔ AB

در صفحهٔ معین SAB که بوسیلهٔ فرجهٔ AB مشخص است یال SA را بشیب معین رسم مینمائیم ، این یال راحول لولای ab تسطیح میکنیم از نقطهٔ b با خط ba زاویهٔ SBA را بنامیکنیم‌تسطیح رأس Sبر محل تلاقی دو خط بدست میاید آنرا ترفیع میکنیم

۸۳۶ ـ شیب یال SA زاویهٔ SBA فرجهٔ AC

در صفحه معین SAC یال SA را بشیب معین رسم میکنیم وجه SAB نیز باین ترتیب مشخص میشود چون زاویهٔ SBA معلوم است مانند مسئله قبل حل میگردد

۸۳۷ ـ شیب یال SA زاویهٔ SBA فرجهٔ SB

کنج b با معلومات دو زاویه و فرجهٔ‌مقابل یکی از آنها رسم میشودوجه SAB مشخص میگردد در این وجه یال AS را بشیب معین رسم مینمائیم نقطهٔ تلاقی آن باامتداد یال SB نقطهٔ S را معین میسازد

۸۳۸ ـ شیب یال SA زاویه SBA ارتفاعات جسم از رأس C یا B

بوسیله ارتفاعات‌مفروض فرجه های AB و AC معین شده و مانند نمرات (۸۲۵)یا (۸۲۶) حل میگردد

۸۳۹ ـ شیب یال SA ، زاویهٔ SBA ، ارتفاع راس S

بوسیله شیب یال و ارتفاع رأس S طول یال معین میشود و چون زاویه SBA نیز معلوم است تسطیح راس S حول لولای ab از رسم مثلثی بدست میایدازطرف دیگر طول تصویر یال SA نیز معین است پس نقطهٔ s محل تلاقی یك دائره و یك خط است .

۸۳۰ ـ شیب یال SA ، زاویهٔ SBA زاویهٔ SBC

کنج b را با معلومات سه وجه بنا کنیم وجه SAB مشخص میگردد در آن از نقطهٔ a خطی بشیب معین یال SA رسم مینمائیم تا امتداد یال SB را در نقطهٔ مطلوب S تلاقی کند .

۸۳۱ ـ شیب یال SA زاویهٔ SBC فرجهٔ AB یا AC

کنج b با معلومات دو زاویه و فرجه مقابل یکی از آنها رسم میشود و وجه SAB مشخص میگردد در این وجه از نقطه a یال SA را بشیب معین رسم مینمائیم S معین میگردد .

۸۳۲ ـ شیب یالSA زاویه SBCیکی ازارتفاعات جسم از رأسCیاB

بوسیلهٔ ارتفاع فرجه معلوم میشود و مانند مسئلهٔ قبل حل میگردد

۸۳۳ ـ شیب یال SA ، زاویه ASB ، فرجه AB

وجه SAB رارسم‌مینمائیم خطی‌بشیب یال SA از نقطهٔ a در این صفحه رسم‌مینمائیم در تسطیح حاوی زاویهٔ ASB را بر ab طرح میکنیم تا تسطیح یال رادر نقطه ای که تسطیح رأس S است تلاقی کند این نقطه را ترفیع میکنیم S بدست میاید

۸۳۴ ـ شیب یال SA زاویه ASB ، فرجه AC

وجه SAC را رسم مینمائیم‌در این‌صفحه از نقطه a خطی بشیب معین یال رسم‌میکنیم امتداد یال AS را در صفحه SAB تسطیح‌نمائیم حاوی زاویهٔ ASB را بر ab طرح میکنیم نقطه تلاقی دائره و امتداد یال تسطیح راس است .

۸۳۵ ـ شیب یال SA زاویهٔ ASB ارتفاع جسم از رأس C یا B

فرجه ها را بوسیلهٔ ارتفاعات تعیین نموده مانند دو مسئله قبل عمل مینمائیم

۸۳۶ ـ شیب یال SA زاویه ASB ارتفاع رأس S

با ارتفاع رأس S و شیب یال AS طول حقیقی آن معلوم میگردد چون حاوی زاویه معلوم را بر ab طرح نمائیم و بمرکز a و شعاع طول مزبور دائره ای‌رسم

کنیم محیط دائره را در نقطه ای که تسطیح راس است تلاقی مینماید از این نقطه عمودی بر لولافرود آورده بمرکز a و شعاع طول‌تصویر یال SA دائره دیگری رسم میکنیم تا عمود مرسوم را در نقطه s تلاقی کند .

۸۳۷ - شیب SA ، فرجه AB ، فرجه BC

در وجه SAB که بوسیلهٔ فرجهٔ AB معین است از نقطه a خطی بشیب معین‌رسم مینمائیم محل تلاقی اینخط را با وجه SBC کـه بوسیلهٔ فرجه BC معلوم میگردد تعیین میکنیم .

۸۳۸ - شیب یال SA، فرجه AB ، ارتفاغ جسم از رأس A

چون فرجه BC در این صورت معین است مانند مسئله قبل حل میگردد .

۸۳۹ - شیب یال SA ، فرجه AB ارتفاع رأس S

در صفحه SAB خطی بشیب معین از نقطه aرسم میکنیم چون ارتفاع راس نیز معلوم است نقطه ss' بسهولت معین میگردد .

۸۴۰ - شیب یال SA ، فرجه AB ، بعد رأس S

باز در صفحه SAB خطی بشیب یال رسم نموده بر آن نقطه ای به‌بعد معین مشخص میسازیم .

۸۴۱ - شیب یال SA فرجه BC ، فرجه AC

کنج C با معلومات دو فرجه و زاویه بینهما رسم میگردد امتدادیالSC معین‌میشود پس شیب این یال نیز معلوم میشود و چـون شیب یال SA هم معـلوم است نقطه s بر محل تلاقی دائره ایست که نسبت جمیع نقاط محیطش ازدو سرخط ac برابر مقدار ثابتی باشد با امتداد یال CS .

۸۴۲ - شیب یال SA ، ارتفاع جسم از رأس C و الف - ارتفاع‌جسم از رأس A ،ب - ارتفاع جسم از راس S ،ج - بعد رأس S .

چون بوسیلهٔ ارتفاع راس C فرجه AB معین است پس حـل مسئله مانند مسائل قبل میگردد .

۸۴۳ - شیب یال SA ، ارتفاع جسم از رؤس A وB

چون فرجه های BC و AC معلوم اند مانند مسئلهٔ نمره (۸٤۱) حل میشود

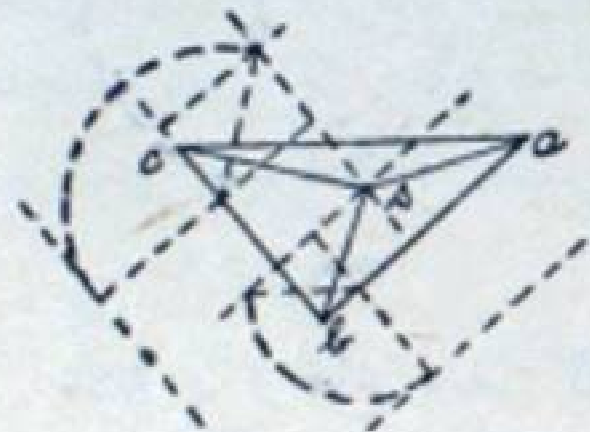
۸۴۴ - شیب یال SA ، بعد و ارتفاع رأس S

راس S بر مواجهی واقع است که با بعد و ارتفاع مفروض رسم گردد این خ

را رسم مینمائیم چون بوسیلهٔ شیب یال SA و ارتفاع راس S طول تصویـر افقی آن معلوم میشود بمرکز a و شعاع این طول دائره ای رسم مینمائیم تا مواجه مزبوررا تلاقی کنند .

۸۴۵ - ارتفاعات مثلثات SAB و SAC از راس S و یك ارتفاع دیگر از یکی از همین دو مثلث

فرض میکنیم ارتفاع مثلث SAB از راس A معین باشد بنابر این مثلث SAB با معلومات یك ضلع و دو ارتفاع رسم شده تسطیح S حول لولای ab معین میگردد و ضمنا طول یال SA معلوم میشود چون ارتفاع و مثلث SAC از رأس S نیـز معین است پس چون خطی بموازات لولای ac و بفاصله‌ارتفاع مزبور رسم نمائیم و بمرکز a وشعاع S_1a دائره ای رسم کنیم‌تا خط مزبور را تلاقی نماید نقطه S_2 که تسطیح S حول لولای ac است معین میشود ودر نتیجه نقطه s بر محل تلاقی عمود هائی واقع است که از نقاط S_1 و S_2 بر لولا های نظیر خود فرود آوریم (ش ٤٤٢)



ش ٤٤٢

۸۴۶ - ارتفاعات‌مثلثات SAB و SAC ازرأس S و یکی از زوایای همین مثلثات

باز یکی از مثلثات مثلا SAB با معلومات کافی رسم میگردد و مسئله مانند قبل حل میشود

۸۴۷ - ارتفاعات مثلثات SAB و SAC از رأس S ،فرجه ABیاAC

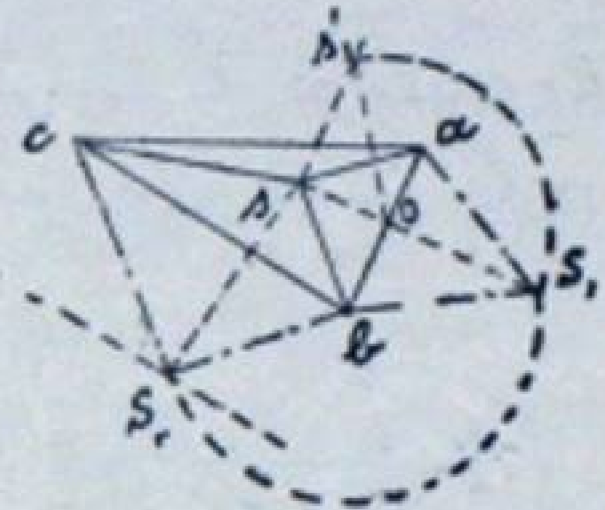
با فرجه AB وجه SAB مشخص میگردد ، تسطیح S در این وجه بر خطی واقع است که بموازات لولای ab و بفاصلهٔ ارتفاع مفروض رسم گردد این خط را در وجه مزبور ترفیع مینمائیم s بر خط اخیر قرار دارد حال بر این خط نقطه ای تعیین مینمائیم که از لولای ac بفاصلهٔ ارتفاع نظیر خود باشد(نمره٥٦٨) .

۸۴۸ - ارتفاعات مثلثات SAB و SAC از رأس S ، ارتفاع جسم از راس C یا B

چون یکی از فرجه های AB یا AC بوسیلهٔ ارتفاع نظیرش معین‌میگرددحل‌مسئله مانند فوق است

۸۴۹ ـ ارتفاعات مثلثاتSAB و SACاز راس S و ارتفاع همین‌رأس

تسطیح راس S حول لولا های ab و ac بر خطوطی واقع است که بموازات لولا های مزبور و بفواصل ارتفاعات مثلثات‌رسم گرددولی‌چون ارتفاع راس S معین‌است‌تصویر راس S برخطوطی‌واقع‌میشود که‌بموازات لولا ها رسم شود و فاصله‌اش از این خطوط برابر ضلع دیگر مثلث تسطیحی باشد چون دو خط اخیر را رسم کنیم s محل تلاقی آنها است . (ش ۴٤۳)



ش ۴۴۳

۸۵۰ ـ ارتفاع مثلث SAB از رؤس S و A و الف ـ یك ارتفاع از مثلث SBC یا SAC از رؤس Aو B و C . ب ـ زاویهSBCیاSAC ج ـ زاویه ASB یا ASC، د ـ فرجه AB یا AC یا BC ،هـ ـ یکی از ارتفاعات از رؤس Aو Bو C و S ، و ـ بعد رأس S

چون بوسیلهٔ ارتفاع مثلث SAB از رؤس S و A میتوان تسطیح S را حول لولای abبدست آورد جمیع حالات مذ کوره در فوق مانند مسائلی است کـه قبلا حل کرده ایم .

۸۵۱ ـ ارتفاع مثلث SAB ز رأس B ، ارتفاع مثلث SAC از رأس A ، زاویه ASC یا CSA

با دو معلوم آخر مثلث SCA حول لولای ac رسم میشودو طول یال AS معین میگردد چون ارتفاع مثلث SAB نیز معلوم‌است تصویر راس S بسهولت‌معین‌میگردد

۸۵۲ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، ارتفاع مثلث SCA از رأس A زاویه SCB

بوسیلهٔ ارتفاع مثلث SAC زاویهٔ SCA معین میشود و چون زاویـهٔ SCB نیز معلوم است کنج C با معلومات کافی رسم میگردد و امتداد یال SC بدست میایـد بر این خط نقطه ای تعیین مینمائیم که‌از ab بفاصلهٔ‌ارتفاع فرض مسئله باشد (نمره۵٦۸)

۸۵۳ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، ارتفاع مثلث SAC از رأس A یکی از زوایای مثلث SAB

مثلث SAB را میتوان رسم کرد و تسطیح راس S را معین ساخت چون طول یال SA در این صورت معین میگردد و از طرفی بوسیلهٔ ارتفاع مثلث SAC ازراس A امتداد تسطیح یال SC حول لولای ac نیز معین است پس تسطیح S حول‌لولای ac نیز معلوم شده نقطهٔ s بسهولت بدست میاید .

۸۵۴ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S . ارتفاع مثلث SAC از رأس A ، فرجه AC

در وجه معین SAC با معلوم بودن ارتفاع مثلث SAC امتداد یال SC معین میگردد بر این خط نقطه ای تعیین میکنیم که از اولای ab بفاصلهٔ معین ارتفاع نظیرخودباشد.

۸۵۵ ـ ا تـفاع‌مثلث SAB ازرأسS ،ارتفاع مثلثSAC ازراس A ،ارتفاع جسم از رأس B

چون فرجهٔ AC بوسیلهٔ ارتفاع جسم معین است مسئله مانند فوق حل میگردد .

۸۵٦ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، ار تفاع مثلث SAC از رأس A ، ارتفاع جسم از رأس S

بوسیلهٔ ارتفاع مثلث SAB و ارتفاع راس S فاصلهٔ تصویر S از لولای ab معین میگردد بعبارهٔ اخری s براقبه ای واقع است که بموازات لولا رسم شده‌وفاصله‌اش از آن ضلع مثلث قائم‌الزاویه ای باشد که وتر ویك ضلعش ارتفاع مثلث SABوارتفاع جسم میباشند ، این اقبه را رسم مینمائیم حال باید بر این خط نقطه ای تعیین کـرد که چون آنرا به C وصل نمائیم فاصلهٔ خطواصل از a برابرارتفاع مثلث SAC باشد برای این منظور بر نقطه C و اقبه مزبور صفحه ای مرور میدهیم در این صفحه‌از نقطهٔ C خطی رسم میکنیم که از نقطهٔ a بفاصلهٔ معین ارتفاع قرار گیرد (نمره ۵۵۸) محل تلاقی اینخط با اقبه مرسوم نقطه s است ،

۸۵۷ ـ ارتفاع مثلث SAB از راس S ، ار تفاع مثلث SAC از راس A ، فرجهٔ SA یا ارتفاع جسم از راس C

در هر دو صورت حل مسئله بمناسبت آنکه فرجه AB مشخص است مانندمسئله قبل است .

۸۵۸ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و زاویه SAB و : الف ـ زاویه SAC یا SBC یا SCA ، ب ـ زاویه ASC یا BSC . ج ـ فرجه AB یا AC د ـ ارتفاع جسم از رؤس C یا B یا S ، هـ ـ بعد راس S .

چون بوسیله دو معلوم اول تسطیح راس S حول لولای ab معین میگردد حالات فوق مانند مسائلی است که قبلا حل کرده ایم

۸۵۹ - ارتفاع مثلث SAB از راس S زاویه SAC وزاویه SCA یا ASC

با معلومات دو زاویه مثلث SAC رسم میشود و تسطیح S حول لـولای ac معین میگردد چون طول یال SA ضمناً معلوم میشود پس تسطیح S حول لولای ab نیز معلوم شده S بدست میاید

۸۶۰ - ارتفاع مثلث SAB از راس S زاویه SAC زاویه ASB

مثلث SAB با معلومات کافی رسم میشود و طول یال SA معین میگردد چون زاویهٔ SAC نیز معلوم است بر امتداد تسـطیح یال SA که حول لولای ac بدست میاید طول آنرا از نقطه a نقل نموده تسطیح S را حول لولای ac بدست میاوریم و آنرا ترفیع مینمائیـم .

۸۶۱ - ارتفاع مثلث SAB از رأس S زاویه SAC فرجه AB یا AC

کنج a بامعلومات دو زاویه وفرجه مقابل یکی ازآنها رسم میشود و وجه SAB معین میگردد چون ارتفاع مثلث SAB نیز معلوم است تسطیح S حول لولای AB و در نتیجه ترفیع آن یعنی S معلوم میشود .

۸۶۲ - ارتفاع مثلث SAB از راس S زاویه SAC ارتفاع جسم ازراس C یا B

چون فرجه ها بوسیله ارتفاعات معین میشوند حل مسئله مانند فوق است

۸۶۳ - ارتفاع مثلث SAB از راس S زاویه SAC ارتفاع راس S

بوسیله ارتفاع رأس S و ارتفاع مثلث SAB فرجهٔ AB معین شده و مانند مسئله قبل حل میشود

۸۶۴ - ارتفاع وارد از راس S از مثلث SAB و زاویه SCB و ASB

مثلث SAB با معلومات ارتفاع و زاویه راس S رسم میشود و تسطیح راس S حول لولای ab معین میگردد و ضمنا چون طول SB نیز معلوم میشود با این طول و زاویهٔ SCB مثلث SBC رسم شده تسطیح S حول لولای bc نیز معین میشودوبنابراین S برمحل تلاقی دوعمود قرار میگیرد

۸۶۵ - ارتفاع وارد از رأس S در مثلث SAB زاویه SCB و BSC

با دو معلوم آخر مثلث SBC رسم شده طول SB معین میگردد با این طول و ارتفاع مثلث SAB این مثلث نیز رسم میگردد بنابراین تسطیح S حول دو لولامعلوم شده تصویر آن بدست میاید

۸۶۶ - ارتفاع رأس S از مثلث SAB زاویهٔ SCB ، فرجهٔ BC

کنج C با معلومات دو زاویه و فرجهٔ بینهارسم شده امتداد یال SC معین میگردد بر این یال نقطه ای تعیین میکنیم که از خط ab بفاصلهٔ معین ارتفاع باشد نقطهٔ s بدست میاید .

۸۶۷ - ارتفاع وارد از رأس S از مثلث SAB زاویهٔ SCB ،فرجهٔ AC

باز کنج C با معلومات دو زاویهٔ و فرجهٔ مقابل یکی از آنها رسم شده امتداد یال SC معین میگردد بر این خط نقطهٔ s را بقسمی تعیین میکنیم که فاصلهٔ آن از ab برابر ارتفاع مثلث SAB باشد .

۸۶۸ - ارتفاع وارد از رأس S ازمثلث SAB زاویهٔ SCB،فرجهٔ SC

باز میتوان کنج C را با معلومات دو زاویه و فرجهمقابل یکی از آنهارسم‌نموده مانند مسائل فوق عمل کرد .

۸۶۹ - ارتفاع وارد از رأس S ازمثلث SAB زاویهٔ SCB ، یک ارتفاع جسم از رأس A و B

چون بوسیله ارتفاعات یکی از فرجه های BC و AC معین میگردد حل مسئله مانند حالات قبل است .

۸۷۰ - ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، زاویهٔ BSA ، زاویهٔ ASC

با زاویهٔ BSA و ارتفاع مثلث تسطیح رأس S حول لولای ab معین میگردددو طول یال SA بدست میاید با این طول و زاویهٔ ASC مثلث ACS رسم شده تسطیح رأس حول لولای ac معلوم میشود و در نتیجهٔ S بدست میاید .

۸۷۱ - ارتفاع مثلث SAB از راس S، زاویهٔ BSA ، زاویهٔ CSB

مانند مسئله قبل است منتها در اینجا بوسیله معلوم شدن طول یال SB بمدد زاویهٔ CSB تسطیح رأس S حول لولای bc معین میگردد .

۸۷۲ - ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، زاویهٔ BSA ، . فرجهٔ AB

چون تسطیح رأس S حول لولای ab معین میگردد و فرجهٔ AB نیز معلوم‌است تعیین تصاویر S اشکالی ندارد .

۸۷۳ ـ ارتفاع مثلث SAB ازرأس S ، زاویهٔ BSA ، فرجه AC یا BC

از طرفی یکی از وجوه SBC یا SAC مشخص بوده و از طرف دیگر تسطیح رأس S حول لولای ab معین است بدین طریق مانند مسئله نمره (۷۲۷) حل میشود.

۸۷۴ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S زاویهٔ ASB یکی از ارتفاعات جسم

چون بوسیلهٔ هر یك از ارتفاعات فرجه های AB و AC و BC بدست میاید پس مسئله مانند حالات قبل حل میشود .

۸۷۵ ـ ارتفاع مثلث SAB ازرأس S زاویهٔ ASB بعدیا ارتفاع رأس S

در اینجا نیز چون تسطیح راس S حول لولای ab معین است بوسیله این نقطه و بعد یا ارتفاع رأس S میتوان تصاویر رأس را بسهولت معین ساخت (نمره ۷۲۸و۷۲۹)

۸۷۶ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجه های AB و AC

بوسیلهٔ فرجه های AB و AC کنج A رسم شده امتداد یال SA معین میگردد و چون ارتفاع مثلث نیز معلوم است پس تسطیح S حول لولا های ab و bc معلوم‌شده ترفیع آن نیز معین میگردد .

۸۷۷ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجه های AB و BC

در اینجا نیز مانند مسئله قبل کنج b رسم شده و تسطیح رأس S حول لولا های ab و bc معین میگردد که میتوان آنرا ترفیع نمود

۸۷۸ ـ ارتفاع مثلث SAB ازراس S فرجه‌های AB و SA یا AB و SB

باز یکی از کنجهای a یا b بوسیلهٔ معلومات کافی رسم شده مانند‌مسائل قبل‌تصاویر S بدست میاید .

۸۷۹ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجهٔ AB یکی از ارتفاعات جسم از رؤس A و B و C

چون بوسیله هر یك از ارتفاعات فرجه های نظیر آن معین میگرددپس حل‌مسئله مانند یکی از حالات قبل است .

۸۸۰ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجه AB بعد راس S .

در صفحهٔ SAB که بوسیلهٔ فرجهٔ AB مشخص است افقیه ایراکه S بر آن واقع است ببعدارتفاع مثلث SAB رسم مینمائیم و چون بعد رأس S نیز معین است پس جبهه ای هم به بعد مفروض رسم مینمائیم محل تلاقی ایندوخط نقطهٔ S است .

۸۸۱ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجه AC ، فرجه BC

بوسیلهٔ فرجه های مفروض کنج C رسم میشود و امتداد یال SC معین میگردد بر اینخط نقطه ای تعیین میکنیم که از ab بفاصلهٔ ارتفاع مفروض باشد

۸۸۲ ـ ارتفاع مثلث ASB از راس S فرجه AC ، فرجه SA .

با فرجه های مفروض کنج A رسم شده‌امتداد یال SA معین میشود و بوسیلهٔ‌ارتفاع مثلث مفروض تسطیح رأس S حول لولای ab بدست میاید چون فرجهٔ AB نیزمعین میشود پس آنرا ترفیع میکنیم .

۸۸۳ ـ ارتفاع مثلث SAB از راس S فرجه AC ، فرجه SC .

بوسیلهٔ فرجه های مفروض کنج C رسم شده امتداد یال SC معین میگرددبراین یال نقطه‌ای که از ab بفاصلهٔ ارتفاع مثلث مفروض باشد تعیین میکنیم .

۸۸۴ ـ ارتفاع مثلث SAB از راس S فرجه AC ارتفاع جسم وارد از راس A

بوسیلهٔ ارتفاع جسم از راس A فرجهٔ BC تعیین شده و مانند یکی از حالات قبل میگردد .

۸۸۵ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجه AC ارتفاع رأس S

بوسیلهٔ ارتفاع رأس S و ارتفاع مثلث SAB فرجهٔ AB معین میگردد و چون فرجهٔ AC نیز معلوم است امتداد یال SA و در نتیجه S بسهولت معلوم میشود .

۸۸۶ ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجه AC بعد راس S

وجه SAC را رسم میکنیم در آن جبهه‌ای ببعد معین فرض مسئله رسم مینمائیم بر اینخط نقطه ای تعیین میکنیم که از ab بفاصلهٔ ارتفاع مفروض مثلث SAB باشد .

۸۸۷ ـ ارتفاع مثلث SAB از راس S فرجه SA یکی از ارتفاعات وارد از رأس B و A

بوسیلهٔ ارتفاعات جسم فرجه های آن معین و مانند قبل حل میگردد .

۸۸۸ - ارتفاع مثلث SAB از رأس S فرجهٔ SC یکی از ارتفاعات وارد از رؤس B و A .

چون یکی از فرجه های BC یا AC معین است بوسیله این معلوم و فرجهٔ SC کنج C رسم میگردد ومسئله بهیکی ازحالات قبل راجع میشود .

۸۸۹ - ارتفاع مثلث SAB از رأس S ارتفاع جسم از رأس C و : الف-ارتفاع جسم وارد ازرأس A، ب - ارتفاع جسم وارد ازرأس B ج - بعد راس S

چون دراین مورد فرجهٔ AB بوسیلهٔ ارتفاع جسم‌معین میگردد حل مسئله مانند حالات قبل است .

۸۹۰ - ارتفاع مثلث SAB از راس S ، ارتفاع جسم از رأس B و الف - ارتفاع جسم از رأس A ، ب - بعد راس S

چون در اینجا نیز فرجهٔ BC بوسیلهٔ ارتفاع جسم معین است مانند حالات قبل حل میگردد .

۸۹۱ - ارتفاع‌مثلث SAB وارد از رأس S ، ارتفاع وبعد همین‌راس

رأس S از طرفی بر افقیه ایست که در وجه معلوم SAB بارتفاع معلوم رسم شود (بوسیلهٔ ارتفاع مثلث SAB وارتفاع رأس S فرجه AB معین است)و از طرف دیگر برجیهیه ای قرار دارد که در وجه مزبور بهمین بعد رسم شود پس بر محل تلاقی ایندو خط واقع است .

۸۹۲ - ارتفاع مثلث SAB از راس S ، زاویه SAB ، فرجه SA

با زاویه SAB و زاویه CAB و فرجه SA کنج A رسم میشودو وجه SAB معین میگردد ، در این وجه تسطیح راس S با معلومات ارتفاع مثلث SAB و زاویهٔ SAB حول لولای ab معین میگردد بنا بر این تصاویر S بسهولت معلوم میشود .

۸۹۳ - ارتفاع مثلث SAB از راس S ، زاویه SAB ، فرجه BC یا ارتفاع راس A .

بوسیله ارتفاع‌مثلث SAB و زاویهٔ SAB تسطیح راس S حول‌لولای ab معین‌میگردد و چون فرجهٔ BC نیز معین‌است مسئله مانند نمره (۷۲۵) حل میگردد ، وقتی‌ارتفاع راس A معین باشد چون بوسیله آن فرجه BC معین میگردد پس مسئله بهمان نحو حل میشود .

۸۹۴ - ارتفاع مثلث SAB از راس S، زاویه SAC ، فرجه SA .

کنج A را با معلومات دو زاویه و فرجه‌مقابل یکی از آنها رسم مینمائیم ، وجه SAB مشخص‌میگردد وچون ارتفاع‌مثلث SAB معین است راس S بسهولت معلوم‌میشود

۸۹۵ - ارتفاع مثلث SAB از رؤس S و A ، یکی از زوایای SCA و SCB .

بوسیله دو معلوم اول تسطیح مثلث SAB حول افقیه ab بدست آمده ودر نتیجه طول بالهای SA و SB معین میگردد و چون یکی از زوایای SCA و SCB نیزمعلوم است میتوان تسطیح راس S را حول یکی از لولا های ac و cb نیز بدست آورده S را مشخص ساخت .

۸۹۶ - ارتفاع مثلثSAB از رؤس S و A ، فرجه SA

با دو معلوم اول تسطیح مثلث SAB حول لولای ab معین شده ودر نتیجه زاویه SAB بدست میاید بااین معلوم وفرجه SA کنج A رسم‌شده وجه SAB وباین‌ترتیب راس S معین میگردد .

۸۹۷ - ارتفاع مثلث SAB از راس S ، ارتفاع مثلث SBC از رأس C یا B و یك زاویه از همین مثلث .

بوسیله دو معلوم آخر تسطیح مثلث SBC حول لولای bc معین‌میگردد و ضمناً طول بال SB معلوم میشود چون ارتفاع مثلث SAB نیز معلـوم است با طول بال SB میتوان تسطیح راس S را حول لولای ab نیز بدست آورده S را مشخص ساخت

۸۹۸ - ارتفاع مثلث SAB از راس S، ارتفاع مثلث SBC از راس C یا B، فرجه BC یا ارتفاع وارد از راس A در جسم

بوسیله ارتفاع مثلث SBC از راس C یا B یکی از زوایای BSC یا SCB معین میشود وچون فرجه BC نیز معلوم‌است‌پس‌یکی‌از کنجهای B یا C رامیتوان رسم کرده وجه SBA یا SCA را مشخص ساخت ، در هر حال راس S را بر یکی از بالهای SB یا SC بقسمی تعیین میکنیم که از ab بفاصله معین ارتفاع مثلث SAB باشد .

۸۹۹ - ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، زاویه SCB ،زاویه SBC یا CSB

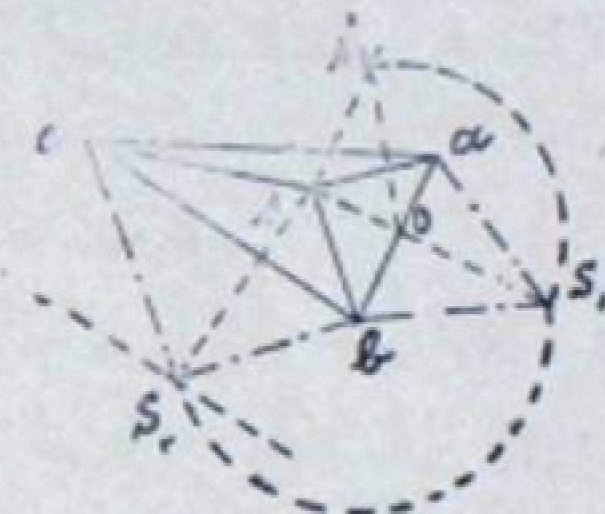
بادو معلوم آخر مثلث SBC معین شده طول بال SB بدست میاید ، با این‌طول و ارتفاع مثلث SAB تسطیح رأس S حول لولای AB مشخص میشودو درنتیجه‌تصویر S معلوم میگردد .

۹۰۱ - ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، زاویه SCB ، فرجه AB یا ارتفاع راس C یا راس S

با فرجه AB یا ارتفاع رأس C یا راس S میتوان وجه SAB را معین ساخت چون ارتفاع مثلث SAB از رأس S نیز معلوم است پس در این وجه افقیه‌ای که رأس S بر آن واقع است مشخص میگردد ، حال باید بر این افقیـه‌ای نقطه‌ای تعیین کرد که اگر آنرا به C وصل کنیم زاویهٔ SCB مقدار معینی شود ، برای این منظور در صفحه ای که بر نقطه C و افقیه مزبور مرور مینماید از نقطه C خطی دراین صفحه چنان رسم میکنیم که‌باخط CBخارج آن زاویهٔ معینی‌ایجاد کند(نمره ۶۲۰قسمت ۳) محل تلاقی این خط و افقیه مزبور نقطه S است .

۹۰۲ - زوایای SBC و SBA و SCB .

از نقطه b دو خط چنان رسم میکنیم که با bc و ba زوایای فرض مسئله‌را ایجاد نمایند ضمناً از نقطه c نیز خطی رسم میکنیم که با cb زاویه‌مفروض‌را احداث‌نماید خط اخیرامتداد تسطیح یال SBرادرنقطه S که تسطیح‌رأس Sحول لولای bc است‌تلاقی‌مینماید ضمنا چون طول یال SB نیز معین‌شده آنرا بر ضلع دیگر زاویه ABS نقل مینمائیم و باین ترتیب تسطیح S را حول اولای ab نیز معین میکنیم پس از آن s را بوسیله رسم دوعمود برلولاهای نظیر معین میسازیم (ش ۴۴۴)



« ش ٤٤٤ »

۹۰۳ - زوایای SAB و SAC و SBC

بوسیله زوایای SAB و SAC کنج A رسم شده امتداد یال SA معین میگردد حال باید بر این خط نقطهٔ S را چنان معین ساخت که اگر آنـرا به B وصل کنیم زاویه SBC مساوی مقدار معین فرض مسئله باشد ، برای‌این‌منظور بر نقطهٔ B و امتداد یال SA صفحه ای مرور داده در آن خطی از نقطهٔ B چنان‌رسم مینمائیم که‌با خط BCخارج‌این‌صفحه زاویهٔ‌مزبور را ایجاد نماید(نمره ۶۲۰ قسمت۳) محل تلاقی اینخط و امتداد یال SA نقطهٔ S است .

۹۰۴ - زوایای SAB و SAC و ASB یا ASC

کنج A با معلومات سه زاویه رسم شده‌امتداد یال SA معین میگردد . همچنین بوسیلهٔ یکی از زوایای ASB یا ASC تسطیح راس S را میتوان حول‌یکی‌ازلولاهای AB و AC معین نمود و در نتیجه راس s را مشخص ساخت .

۹۰۵ - زوایای SAB و SAC و فرجه BC یا ارتفاع راس A

با دو معلوم اول کنج A و در نتیجه امتداد یال SA معین میشود . چون فرجه BC معین است محل تلاقی این یال را با وجه SBC معلوم مینمائیم‌نقطه Sبدست‌میاید

۹۰۶ - زوایای SAB و SAC ، بعد راس S .

چون امتداد یال SA بوسیله دو معلوم اوّل معین میشود ، براین امتداد نقطه sرا با بعد معلوم میتوان بدست آورد

۹۰۷ - زوایای SAB و SBA و SCB یا SCA

با دو زاویه اول تسطیح راس S حول لولای ab معین میشود و طول یال های SA و SB معلوم میگردد ، با این معلوم و یکی از زوایای SCB یا SCAتسطیح رأس S حول لولای دیگر بدست میاید و s مشخص میگردد .

۹۰۸ - زوایای SAB و SBA و BSC یا ASC

باز چون تسطیح S حول لولای ab معلوم میگـردد طول یالهای SA و SB باین وسیله بدست میاید ، از طرف دیگر چون حاوی زاویه BSC را بر BCطرح نموده بمرکز b و شعاع SB دائره ای رسم کنیم‌تا دائره‌را درنقطه‌ای تلاقی کندتسطیح راس S حول لولای bc نیز معلوم شده و s مشخص میگردد .

۹۰۹ - زوایای SAB و SBA و یکی از فرجه‌هایAB وBC و AC.

با دو معلوم اول تسطیح راس S حول لولای ab معین میشود حال اگر فرجه AB معین باشد ترفیع آن بسهولت بدست خواهد آمد و اگر یکی از فرجه‌های AC و BC معلوم باشد چون زوایای SBA و SAB نیز معلوم اند یکی‌از کنجهای A و B معین شده امتداد یکی از یالهای SA و SB بدست میاید و در نتیجه راس S مشخص میگردد .

۹۱۰ - زوایای SAB و SBA و یکی از ارتفاعات جسم

چون با هر یك از ارتفاعات یکی از فرجه ها معین میشودحل مسئله‌منجر بحالات قبل میگردد .

۹۱۰ زوایای SAB و SBA ، بعد راس S

راس S از طرفی بر خطی است که بموازات خط الارض و بفاصلهٔ بعد مزبور رسم شود و از طرف دیگر بر عمودی قرار دارد که از تسطیح راس S حول‌لولای ab بر اینخط فرود آید .

۹۱۱ ـ زوایای SAB و ASB والف ـ یکی از زوایای BSC وCSA ب ـ یکی از فرجه های AB و BC ، ج ـ یکی از ارتفاعات راس A و B و C و S ، د ـ بعد راس S

در اینجا چون باز تسطیح راس S حول لولای ab بوسیلهٔ دو معلوم اول معین است پس حل حالات مذکور مانند قبل است .

۹۱۲ ـ زوایای SAB و ASC ، فرجه AC ، یا ارتفاع راس B

کنج A با معلومات دو زاویه و فرجهٔ مقابل یکی از آنها رسم شده امتدادیال SA و فرجهٔ AC معین میگردد . چون زاویه ASC نیز معلوم است در این وجه نقطهٔ S را بر یال SA بسهولت میتوان تعیین کرد .

۹۱۳ ـ زاویهٔ SAB و فرجهٔ AB ، فرجهٔ BC یا ارتفاع راس A

بوسیله دو معلوم اول امتدادیال SA معین میگردد و چون فرجهٔ BC نیزمعلوم است محل تلاقی این یال با وجه SBC نقطه S را مشخص مینماید .

۹۱۴ ـ زاویهٔ SAB فرجه های AB و SB

با دومعلوم اول امتداد یال SA معین میگردد ولی چون فرجهٔ SB نیز معلوم‌است بر bc صفحه ای مرور میدهیم که با وجه معلوم SAB فرجهٔ معینی احداث نماید (نمره ۲۵۶) فصل مشترک این دو وجه امتداد یال SB و محل تلاقی اینخط با امتداد SA نقطه S را معین میسازد .

۹۱۵ ـ زاویهٔ SAB ، فرجه AB و بعد راس S

چون امتداد یال SA با دو معلوم اول معین است پس بر اینخط نقطه ای با بعد معین را مشخص میسازیم نقطه S است .

۹۱۶ زاویه SAB ، فرجه AC و فرجه BC

کنج C با دو معلوم آخر رسم میشود و امتداد یال SC مشخص میگردد چون از نقطه A در صفحه ای که بر A و SC میگذرد خطی رسم نمائیم که با خط AB

خارج این صفحه‌زاویهٔ فرض مسئله را احداث کند محل تلاقی اینخط وامتدادیال‌مزبور نقطهٔ S است .

۹۱۷ ـ زاویهٔ SAB ،فرجه AC و فرجه SC

با فرجه های AC و SC و زاویهٔ ACB کنج C رسم میشود و مانند فوق از نقطه A در صفحه ASC خطی رسم مینمائیم که با خط AB خارج‌صفحه زاویهٔ فرض مسئله را آحداث کند

۹۱۸ ـ زاویهٔ SAB ، فرجه AC ، ارتفاع وارداز رأس A

چون با ارتفاع رأس A فرجه BC معین است حل مسئله بیکی از حالات قبل راجع میگردد .

۹۱۹ ـ زاویهٔ SAB ، فرجهٔ AC ، ارتفاع رأس S

بوسیلهٔ فرجه AC وارتفاع رأس مکان S بر افقیه ای که در وجه معلوم SAC است معین میگردد پس از تعیین اینخط از نقطهٔ A خطی در صفحهٔ مار بر این نقطه و افقیهٔ مزبور رسم میکنیم که با خط AB خارج صفحه زاویه معین ایجاد نماید محل تلاقی اینخط و افقیه‌مرسوم نقطهٔ S است .

۹۲۰ ـ زاویهٔ SAB ، فرجه AC و بعد رأس S .

حل مسئله مانند مسئله قبل است منتها در اینجا باید در صفحهٔ معلوم SAC جبهه‌ای به بعد مفروض رسم نموده مانند فوق عمل کرد .

۹۲۱ ـ زاویه SAB ، ارتفاع رأس A و C

چون فرجهٔ BC و AB معین است مسئله مانند یکی از حالات قبل‌حل‌میگردد.

۹۲۲ ـ زاویه SAB ، فرجه BC ، ارتفاع S

باز چون فرجه BC معین است باید در وجه معلوم SBC افقیه ای به ارتفاع رأس S رسم کرده‌خط SA رادر صفحه مار بر A و افقیهٔ مزبور چنان رسم کرد که‌با AB زاویه معین احداث نماید

۹۲۳ ـ زاویهٔ SAB ، فرجه BC ، بعد راس S

در اینجا دروجه معین SBC جبهه ای‌به بعد معین رسم نموده‌مانندفوق عمل‌مینمائیم

۹۲۴ ـ زاویه SAB فرجه های BC و SB

بوسیله‌فرجه های BC و SB کنج B رسم شده و وجه SAB معین میگردد تعیین نقطهٔ S بوسیله‌زاویهٔ SAB در این وجـه اشکالی ندارد .

۹۲۵ ـ زاویه SAB فرجه های BC و SC

کنج C با معلومات کافی رسم شده امتداد یال SC معین میشود و نقطه S مانند حالات قبل بدست میاید

۹۲۶ ـ زاویه SAB ارتفاع رأس A ، والف ـ ارتفاع راس C ،ب ـ ارتفاع راس S ، ج ـ بعد راس S

حل مسئله مانند فوق است

۹۲۷ ـ زاویهٔ SAB ارتفاع C والف ـ ارتفاع راس B ، ب ـ بعد راس S .

باز حل مسئله مانند فوق است .

۹۲۸ ـ زاویهٔ SAB فرجه‌های SA و SC .

بوسیلهٔ زاویه SAB و فرجهٔ SA کنج A رسم شده وجه SAC مشخص میگردد بر خط BC که خارج این صفحه است صفحه ای چنان مرور میدهیم که با آن فرجهٔ معین احداث نماید (نمره ٦۵۲) راس S محل تلاقی فصل مشترک دو صفحه با امتداد یال SA است .

۹۲۹ ـ زاویه SAB ، فرجه SA ،ارتفاع جسم از راس A

چون فرجه BC نیز معلوم است و کنج A را با معلومات کافـی میتوان رسم کرد نقطه S محل تلاقی امتداد یال SA است با وجه SBC .

۹۳۰ ـ زاویه SAB فرجه SA ، بعد راس S

کنج A رسم شده امتداد یال SA معین میگـردد بر این خط نقطه ای به بعد معین بدست میاوریم .

۹۳۱ ـ زاویهٔ SAB ، فرجه SB ، ارتفاع جسم از راس A

چون فرجه BC معین است کنج B رسم شده وجه SAB معین میگـردد تعیین نقطهٔ S بر امتداد یال SB در این وجه بوسیلهٔ زاویهٔ SAB اشکالی ندارد .

۹۳۲ ـ زاویه SAB ، بعد وارتفاع راس S

مواجهی به بعد و ارتفاع معین رسم مینمائیم از نقطهٔ A در صفحه ای که بر این

نقط و مواجه مزبور مرور مینماید خطی‌در صفحه رسم میکنیم که با خط AB خارج این‌صفحه زاویهٔ فرض مسئله را احداث کند محل تلاقی این خط و مواجه‌نقطه S است

۹۳۳ ـ زاویه ASB ،فرجه های AB و AC .

بوسیله دو فرجه امتداد یال AS معین میگردد نقطه S را بر این یال چنان‌تعیین میکنیم که زاویهٔ ASB مساوی مقدار معین فرض مسئله باشد .

۹۳۴ ـ زاویه ASB فرجه های AB و BC

در اینجا امتداد یال BS معین میگردد و مانند فوق نقطه S معلوم میشود .

۹۳۵ ـ زاویهٔ ASB ، فرجه های AB و SA

باز امتداد یال SA بوسیله رسم کنج A معلوم شده مانندفوق‌نقطه S بدست میاید

۹۳٦ ـ زاویهٔ ASB ، فرجه های AB و SB

کنج B با معلومات کافـی معین شده امتداد یال SB معین میگردد و منجر بحالت قبل میشود .

۹۳۷ ـ زاویه ASB ، فرجه AB ، ارتفاع از راس A یا B

چون فرجه های BC و AC معین است بحالات فوق رجوع میگردد

۹۳۸ ـ زاویهٔ ASB ،فرجهٔ AB ، بعد راس S

جبهه ای به بعد معین در وجه‌معلوم SAB رسم کرده بر آن نقطه S رابطریقی تعیین میکنیم که زاویه ASB برابر مقدار معین فرض مسئله باشد .

۹۳۹ ـ زاویهٔ ASB ، فرجه AC و فرجه SA

امتداد یال SA بوسیله معلومات دو فرجه رسم شده نقطه S را بر آن بوسیلـهٔ زاویه ASB در وجه معلوم SAB میتوان معین ساخت

۹۴۰ ـ زاویه ASB ،فرجهٔ SA ، ارتفاع راس B یا C

چون فرجه های AC و AB معین است‌مسئله بیکی ازحالات قبل منجر میگردد.

۹۴۱ـ زاویه ASB ارتفاع از راس B و ارتفاع از راس C .

چون فرجه های AC و AB معین استحل مسئله مانند قبل میگردد .

۹۴۲ ـزاویهٔ ASB ،ارتفاع راس C و ارتفاع‌راس B

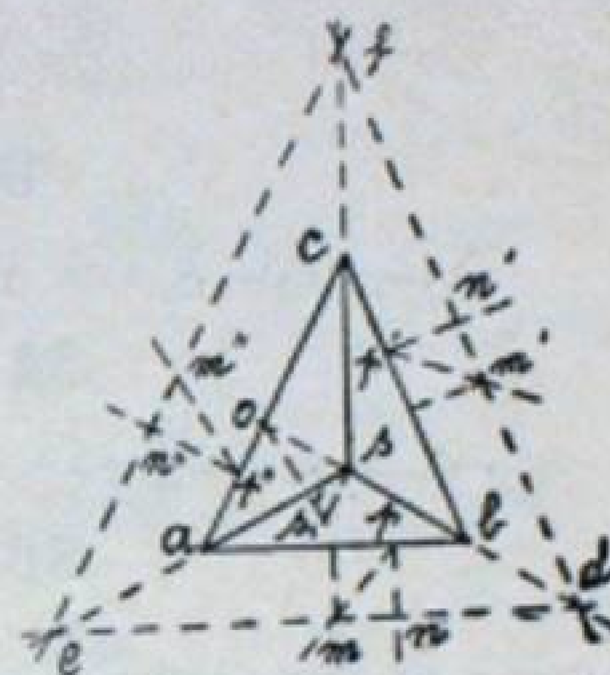
چون در اینجا فرجه های AB وAC معلوم‌اند باز حل مسئله منجر بقبل میشود .

۹۴۳ ـ زاویه ASB ، ارتفاع راس C و بعد راس S

چون فرجه AB معلوم است در وجه SAB میتوان مکان S را بر جبهه ای به بعد معین بدست آورد . تعیین نقطهٔ S بر اینخط بوسیه زاویه ASB خیلی‌سهل‌است

۹۴۴ ـ فرجه های AB و AC و BC .

در یکی از وجوه مثلادر وجه SAB افقیه اختیاری رسم کرده ارتفاع آنرابوسیله رسم‌مثلث‌قائم‌الزاویه تسطیحی mnp بدست میاوریم پس از آن دروجه‌دیگر SBC افقیهٔ به همین ارتفاع‌رابوسیله‌رسم‌مثلث قائم‌الزاویه $m'n'p'$ رسم میکنیم وهمچنین دروجه SAC نیز‌افقیهٔ‌به‌ارتفاع mn رارسم مینمائیم‌محل تلاقی‌دوخط mn و $m'n'$ نقطه‌ای‌است‌ازیال sb است‌بهمین‌منوال‌محل تلاقی mn و $m''n''$ یکی از نقاط یال sa است پس محل تلاقی ایندویال نقطهٔ s میباشد . (ش۴۴۵)



(ش ٤٤٥)

۹۴۵ ـ فرجه های AB و AC وSB . یا SC

بوسیله دو معلوم اول امتداد یال SA معین میگردد بر BC که خارج وجه‌معلوم SAB است صفحه‌ای چنان مرور میدهیم که با این وجه فرجهٔ‌معین احداث نماید امتداد یال SB نیز بدست میاید .

۹۴۶ ـ فرجه های AB و AC و ارتفاع راس A

چون‌ارتفاع راس A نظیر فرجه BC‌است حل مسئله مانند فوق است .

۹۴۷ ـ فرجه های AB و AC و بعد راس S

بوسیله دو فرجه امتداد یال SA معین میشود بر این خط نقطه ای بابعد معلوم معین میسازیم .

۹۴۸ ـ فرجه AB و فرجه SA و فرجه SC

باز بوسیلهٔ دو معلوم اول امتداد یال SA معین میشود بر BC صفحه ای مرور میدهیم که با وجه SAC زاویه معین احداث کند .

۹۴۹ ـ فرجه AB ، فرجه SA ، ارتفاع راس A یا B

چون یکی از فرجه های BC و AC معین است بحالات قبل رجوع‌میشود .

۹۵۰ ـ فرجه AB و فرجه SA و بعد راس S

باز امتداد یال SA معین‌شده برآن نقطه ای با بعد معین بدست میاوریم ،

۹۵۱ ـ فرجه AB ، ارتفاع راس A یا B ، ارتفاع یا بعد راس C

چون باز یکی از فرجه‌های BC یا AC معین است حل اینمسائل‌مانندفوق‌میشود

۹۵۲ ـ فرجه AB فرجه SC و یکی از ارتفاعات رؤس B و A

بوسیله ارتفاعات فرجه های نظیر آن معلوم شده و مسئله مانند یکی از حالات فوق حل میشود

۹۵۳ ـ فرجه AB بعد و ارتفاع راس S

در وجه SAB که بوسیله فرجه AB معین است نقطه ای با بعد و ارتفاع‌معین بدست میاوریم .

۹۵۴ ـ فرجه های SA و SB ارتفاع راس A

چون فرجه BC معین است حل مسئله مانند حالات فوق است .

۹۵۵ ـ فرجه SA ارتفاع جسم از راس A والف ـ ارتفاع از راس B یا S ب ـ بعد راس S

۹۵۶ ـ فرجه SA ، ارتفاع‌جسم از رأس B و الف ـ ارتفاع‌ازراس C یا S ب ـ بعد راس S

۹۵۷ ـ ارتفاع جسم از رؤس A و B و الف ـ ارتفاع از راس C، ب ـ ارتفاع راس S ، ج ـ بعد راس S

۹۵۸ ـ ارتفاع جسم از رأس A و بعد وارتفاع راس S

چون بوسیلهٔ ارتفاع جسم فرجه های نظیرش معین است ، پس حل‌هر یك‌ازحالات فوق مانند مسائل قبل است .

۹۵۹ ـ طول یال SA ، زاویهٔ SAB ، فرجهٔ SA

کنج A با معلومات دو زاویه و فرجهٔ مقابل بیکی از آنها رسم شده امتدادیال SA معلوم میشود و چون طول این یال نیز معلوم است تعیین نقطه S بر این خط اشکالی ندارد .

۹۶۰ ـ طول یال SA ، زاویهٔ SBC ، فرجهٔ AB

در اینجا نیز کنج B با معلومات دو زاویه و فرجه مقابل بیکی از آنها رسم شده امتداد یال SB معین میگردد بر اینخط در وجه معلوم SAB نقطه ای که از A بفاصله معین طول یال است تعیین میکنیم S بدست میاید

۹۶۱ - طول یال SA ، زاویه SBC ، فرجه SB

باز کنج B با معلومات دو زاویه و فرجه مقابل یکی از آنها رسم‌شده ،مانند مسئله قبل حل میشود.

۹۶۲ - طول یال SA ، فرجه BC ، فرجه SC .

کنج C با معلومات دو فرجه و زاویهٔ مقابل یکی از آنها رسم‌شده امتدادیال SC معلوم میشود بر اینخط نقطه ای تعیین میکنیم که از A بفاصله معین طول یال‌باشد.

۹۶۳ - شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از رأس S ، زاویه SAC

کنج A که یالش بترتیب SA و AC و تصویر SA بر صفحه افق است بامعلومات دو زاویه و فرجه مقابل یکی از آنها رسم میگردد و امتداد یال SA بدست میاید بر این خط نقطه ای تعیین میکنیم که از ab بفاصله معین ارتفاع مثلث باشد نقطه S معین میگردد .

۹۶۴ - شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از راس A ، زاویه SAC

باز کنج A که سه یالش SA و AC و تصویر SA بر صفحه افق‌است رسم‌شده و امتداد یال SA معین میگردد . و چون بوسیلهٔ ارتفاع مثلث SAB از رأس A تسطیح یال SB را میتوان حول لولای ab بدست آورد پس تسطیح S بر محل تلاقی تسطیح های SA و SB قرار دارد ودر نتیجه تصویر آن نیزبدست خواهد‌آمد .

۹۶۵ - شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از راس A ، فرجهٔ AC یا ارتفاع جسم‌وارد از راس B .

باز میتوان کنج A را مانند مسائل فوق رسم نموده امتدادیال SA رامشخص‌ساخت پس از آن مانند مسئله قبل عمل نمود .

۹۶۶ - شیب یال SA ، زاویه SAB زاویه SBC یا SCB

باز کنج A که سه یالش SA و AB و تصویر SA بر صفحه افق است با معلو مات دو زاویه و فرجه مقابل یکی از آنها رسم شده امتداد یال SA معین میشود ،وچون یکی از زوایای SBC یا SCB معلوم است برای تعیین S کافی است از نقطه B یاC خطی در صفحه SAB یا SAC رسم کنیم که با خط BC خارج این صفحه زاویه‌فرض مسئله را احداث کندمحل تلاقی اینخط و امتداد یال SA نقطه S است ،

۹۶۷ شیب یال SA ، زاویه SBA ، فرجه BC یا ارتفاع جسم‌از راس A

کنج b با معلومات دو زاویه‌و فرجه مقابل یکی از آنها رسم‌شده امتداد یال SB معلوم میشود درصفحه معین SAB از نقطه A خطی‌بشیب معین‌یال SA رسم میکنیم محل تلاقی‌این خط باامتداد یال SB نقطه S است .

۹۶۸ - شیب یال SA ، زاویه SBC ، فرجه AC

کنج A که سه یالش SA و AC و تصویر SA بر صفحه افق است بامعلومات دو فرجه و زاویه مقابل یکی‌از آنها رسم میگردد و امتداد یال SAمعین میشود،چون زاویه SBC نیز معلوم است از نقطه B واقع‌در صفحه معین SAB خطی رسم میکنیم که با خط BC خارج این صفحه زاویه‌معین احداث نماید .

۹۶۹ - شیب یال SA فرجه AB ، فرجه SB یا SC

امتداد یال SA بوسیله رسم کنج A که یك یالش تصویر SA بر صفحه افق‌است تعیین میشود ، چون فرجه SB یا SC نیز معلوم است بر BC صفحه ای مرور میدهیم که با یکی از وجوه SAB یا SAC فرجهٔ معین ایجاد کند فصل مشترك این صفحه با وجوه مزبور یکی از امتداد های SB و SC را معین نموده و در نتیجه S را بدست میدهد .

۹۷۰ - شیب یال AS ، فرجه BC ، فرجه SB

بوسیله دو فرجهٔ کنج B رسم میشود و امتداد یال SB معین میگردد درصفحه معلوم SAB از نقطهٔ A خطی بشیب معین یال رسم مینمائیم محل تلاقی این‌خط با امتداد یال SB نقطه S است .

۹۷۱ - شیب یال SA ، فرجه BC ، ارتفاع یا بعد راس S

در صفحه معلوم SBC که بوسیله‌فرجهٔ BC مشخص است افقیه یا جبهه‌ای بارتفاع یابعد مفروض رسم میکنیم در صفحه ای که بر A وافقیه یا جبههٔ مزبور مرورمینماید از نقطه A خطی بشیب معین رسم مینمائیم محل تلاقی این خط با خط مرسوم رأس S را مشخص میسازد .

۹۷۲ - شیب یال SA ، فرجه SB ، ارتفاع جسم از راس B یا C

چون بوسیلهٔ ارتفاع جسم یکی از فرجه های AC یا AB معین‌میگردد‌حل مسئله منجر بیکی از حالات مذکور قبل میشود .

۹۷۳ - تصویر افقی راس S و الف - طول یکی از یالهای جانبی

ب - شیب یکی ازیالهای جانبی ، ج - یکی از ارتفاعات مثلثات‌جانبی، د - یکی از زوایای حول رؤس A و B و C ، هـ - یکی از زوایای حول‌راس S و - یکی‌ازفرجه‌های AB و BC و AC ، ز - یکی‌ازارتفاعات جسم از راس A و B و C

چون در مسئله فوق تصویر افقی S معین است پس تسطیح این راس بر عمودی واقع است که از تصویر افقی معلوم بر یکی از لولا ها بمناسبت معلوم دیگر مسئله فرود آید و همواره بوسیله معلوم دیگر میتوان تسطیح راس را بر این عمود تعیین کرد مثلا اگر طول یال جانبی SA معین باشد کافی است بمرکز a و شعاع طول مزبور دائره ای رسم کنیم تا امتداد عمود را در نقطهٔ S_1 تلاقی نماید و باین ترتیب با معلومات کافی ارتفاع راس s را معین نموده s' را بدست آوریم .

۹۷۴ - تصویرقائم راس S و الف - طول یکی از یالهای جانبی ، ب - شیب یکی از یالهای جانبی ، ج ارتفاع یکی از مثلثات جانبی‌از راس S ، د - ارتفاع یکی از مثلثات جانبی از رؤس A و B و C ، هـ - یکی از زوایای حول رؤس A و B و C ، و - یکی از فرجه‌های AB و AC و BC یا یکی از ارتفاعات جسم از معین A و B و C .

الف - فرض میکنیم طول یال SA معین‌باشد، برمنتصب s' ونقطه a صفحه‌منتصب مرور مینماید در این صفحه برمنتصب s' نقطه ای تعیین میکنیم که از نقطه a بفاصلهٔ معین قرار گیرد s بدست میاید .

ب - باز در صفحه منتصب مذ کور در فوق از نقطه a خطی بشیب معین‌یال رسم مینمائیم تا امتداد رابطه s' را در نقطه مطلوب s تلاقی کند .

ج - چون ارتفاع‌راس s نیز معلوم است بوسیله ارتفاع مثلثات که از راس S فرود آمده میتوان‌یکی ازفرجه های AB و AC و BC را معین ساخت و مسئله را بیکی از حالات قبل رجوع کرد .

د - مثلا فرض میکنیم ارتفاع مثلث SAB از راس A معین باشد از نقطه b در صفحه منتصب مذ کور درفوق خطی رسم میکنیم که از نقطه A بفاصله معین ارتفاع‌باشد محل تلاقی این خط با منتصب s' نقطه s را مشخص میسازد .

هـ - اگر زاویه SAB معلوم فرض‌شود بایدازنقطه A در صفحه منتصب‌مذ کور

خطی رسم کرد که با خط AB خارج این صفحه زاویهٔ معین احداث نماید محل‌تلاقی اینخط و منتصب s' نقطهٔ s را معین مینماید

و - چون بوسیله هر یك از فرجه ها یکی از وجوه جانبی معین میشود وضمنا تصویر قائم S نیز معلوم است تصویر افقی این نقطه در وجه مرسوم بسهولت معین میگردد .

۹۷۵ - تصویر افقی یال SA ، شیب یالهای SA و SB

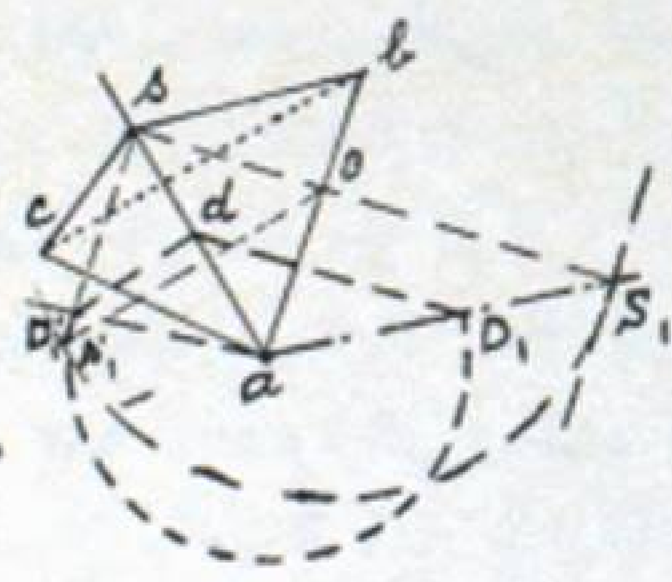
نقطه s از طرفی بر امتداد تصویر افقی یال SA قرار دارد و از طرف دیگر بر محیط دائره ای واقعست که نسبت فواصل نقاط محیطش از دو سرخط ab مقدارمعین است بنابراین بر محل تلاقی ایندوخط واقع میباشد

۹۷۶ - تصویر افقی و شیب یال SA وشیب یال SC

باز نقطه s بر محل تلاقی دائره و خطی واقع است .

۹۷۷ - تصویر افقی و شیب‌یال SA ، ارتفاع مثلث SAB ازراس S.

از نقطه a خطی رسم مینمائیم که با امتداد sa زاویهٔ مفروضرا ایجاد نمایدبراینخط طول‌اختیاری aD'_1 را نقل کرده عمود D'_1d را بر امتداد sa فرود میاوریم از نقطهٔ d عمودی بر لولای ab فرود آورده بمرکز a و شعاع aD'_1 که طول حقیقی AD است قوسی رسم مینمائیم تا عمود مزبور را در نقطهٔ D_1 که تسطیح d حول‌لولای ab است تلاقی نماید aD_1 را امتداد میدهیم تاخطی که بموازات ab و بفاصلهٔ ارتفاع مثلث رسم شده در نقطه S_1 که تسطیح s است‌تلاقی کندواضح است نقطه s برسم عمودی که از نقطه S_1 بر لولا فرود میاید تعیین شده و s' بوسیله رسم مثلث قائم الزاویهٔ sos'_1 بدست میاید (ش ۴۴۶) .



ش ۴۴۶

۹۷۸ - تصویر افقی و شیب یال SA ، ارتفاع مثلث SAB ازراس B .

باز مانند مسئله قبل امتداد تسطیح یال SA راحول لولای ab بدست میاوریم‌پس از آن از نقطه b خطی رسم مینمائیم که از نقطه a بفاصله معین ارتفاع باشدمحل‌تلاقی اینخط و تسطیح یال SA نقطه S_1 است .

۹۷۹ ـ تصویر افقی و شیب یال SA ، یکی از ارتفاعات مثلث SBC

باز کنج a را با معلومات‌دوزاویه و فرجه‌بینهما مانند مسئله فوق رسم نموده‌امتداد یال SA را بدست میاوریم حال اگر ارتفاع رأس S از مثلث SBC معین باشد باید بر این امتداد نقطه ای تعیین نمود که از لولای ab بفاصله معین ارتفاع مزبور باشد تا S بدست آید و اگر ارتفاع راس B از مثلث معین باشد باید از نقطه C در صفحه‌مار بر C و امتداد یال SA خطی در این صفحه رسم کرد که از نقطهٔ B خارج صفحه بفاصله ارتفاع مزبور باشد محل تلاقی اینخط و امتداد یال SA نقطه S را مشخص میسازد .

۹۸۰ ـ تصویر افقی و شیب یال SA و یکی از زوایای SBA و SCA و ASB و ASC .

چون همواره میتوان بوسیله تصویر افقی و شیب یال SA امتداد تسطیح این یال را حول یکی‌از لولا های ab و ac معین‌نمود با معلوم بودن یکی از زوایای مذکور تعیین تسطیح S حول لولا های مزبور اشکالی ندارد مثلا اگر زاویهٔ SBA را معلوم فرض نمائیم خطی رسم میکنیم کـه بر نقطهٔ b گذشته و با ba زاویهٔ مزبور را احداث نماید این خط‌امتداد aD_1 را در نقطهٔ S_1 تلاقی‌خواهد کرد(ش ٤٤٦) .

۹۸۱ ـ تصویر افقی و شیب یال SA یکی‌از زوایای SBC و SCB

باز امتداد یال SA را معین کـرده از نقطه B یا C در یکی از وجوه SAB یا SAC خطی رسم مینمائیم که با خط BA خارج این وجوه زاویـهٔ مفـروضرا احداث نماید .

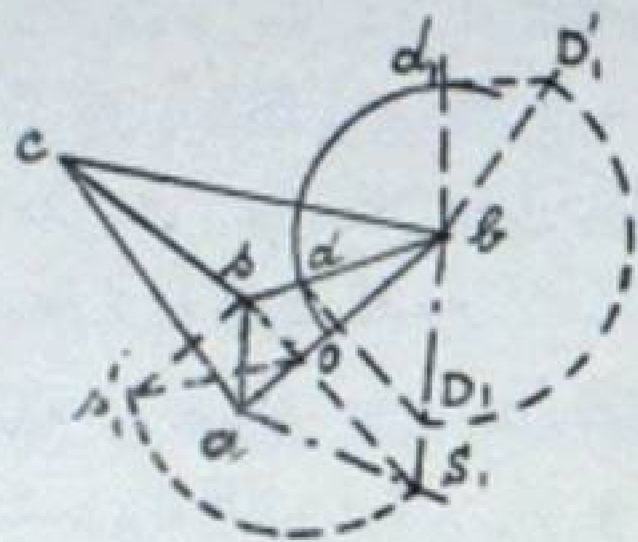
۹۸۲ ـ تصویرافقی‌و شیب یال SA و الف ـ فرجه BC ، بـ‌ارتفاع جسم از رأس A ، ج ـ ارتفاع جسم از رأس S د ـ یکی ازفرجه‌های SB و SC هـ ـ بعد راس S .

چون بوسیله دو معلوم اول امتداد یال SA معین میگردد همواره ممکن است با معلوم سوم نقطهٔ S را بر این امتداد مانند مسائلی که قبلا حل شده معین ساخت

۹۸۳ ـ تصویـر افقی یال SA . شیب یال SB ، یك ارتفاع از مثلث SAB از رأس A یا B

چنانچه ارتفاع مثلث از رأس A معین باشد پس تسطیح یال SB حول لولای ab

معین میگردد و در نتیجه زاویهٔ SBA معلوم میشود ولی چون شیب SB نیز معین است مثلث قائم‌الزاویهٔ $bd_1D'_1$ را با زاویهٔ مفروض بنا مینمائیم طول bD'_1 را بر تسطیح یال SB نقل میکنیم نقطه D_1 تسطیح نقطه ای از این یال است که تصویرش از نقطه b بفاصلهٔ bd_1 قرار دارد پس‌جون بمرکز b و شعاع bd_1 دائره ای رسم کرده از نقطه D_1 عمودی‌بر لولای ab فرود آوریم‌محل‌تلاقی ایندوخط نقطه d است‌بنا بر این‌امتداد یال SB نیز معلوم‌شده‌در نتیجه‌s بر محل تلاقی‌دوخط واقع‌میگردد(ش ٤٤٧)



ش ۴۴۷

حال اگر ارتفاع مثلث از رأس B معلوم باشد تسطیح یال SA حول لولای ab معین میگردد بنا بر این تصویر قائم این یال نیـز معلوم میشود ، چون از نقطه b در صفحهٔ SAB خطی بشیب معین رسم نمائیم محل تلاقـی آن با SA نقطه S را معلوم مینماید .

۹۸۴ ـ تصویر افقی یال SA ، شیب یال SB ، ارتفاع مثلث SAC از رأس C

چون در این صورت تسطیح یال SA حول لولای ac بدست میاید و باین‌ترتیب تصویر قائم این یال نیز معلوم میشود پس حل مسئله ما نـند قسمت اخیر مسئله فوق میگردد .

۹۸۵ ـ تصویر افقی یال SA ، شیب یال SB ، ارتفـاع مثلث SBC از رأس C

دراینجا تسطیح یال SB لولای bc معین میشود و چون شیب این یال معلوم است پس تصاویر آن مانند فوق بسهولت‌بدست میاید بقسمیکه s محل تلاقی تصویر افقی‌این یال و تصویر افقی یال SA است .

۹۸۶ ـ تصویر افقی‌یال SA ، شیب یال SB ، یکی از زوایای‌SBA، SAB ، SAC ، SBC .

چون بوسیله هر یك از زوایای مفروض تسطیح یالها حول لـولا های نظیر معین میگردد حل مسئله منجر بیکی از چند مسئله قبل میشود .

۹۸۷ ـ تصویر افقی یال SA شیب SB ، یکی از فرجه های ABو AC و BC یا یکی از ارتفاعات جسم از رؤس C و B و A .

بوسیلهٔ هر یك از دو فرجه AB و AC کنج a رسم شده تصویر قائم یال SAنیز معین میگردد و چون شیب یال SB نیز معلوم است تعیین نقطهٔ s مانند قبل است .

اگر فرجه BC معلوم باشد وجه SBC مشخص شده در آن از نقطهٔ b خطی بشیب معین یال رسم مینمائیم محل تلاقی اینخط با فصل مشترك وجه SBC و صفحه‌قائم SA نقطهٔ s را بدست میدهد .

۹۸۸ ـ تصویر افقی یال SA ، شیب یال SB ، ارتفاع راس S

با شیب یال SB و ارتفاع راس s طول تصویر افقی این یال‌از رسم مثلثی‌قائم‌الزاویه معین میگردد، چون دائره‌ای بشعاع این طول و مرکز b رسم کنیم محل تلاقی‌آن با تصویر افقی یال SA نقطه s است .

۹۸۹ ـ تصویر افقی یال SA ، شیب یال SB ، بعد راس S

نقطهٔ s بر محل تلاقی‌تصویر افقی یال SA وخطی واقع است که بموازات خط ـ الارض و بفاصله بعد مفروض رسم گردد . و چون شیب یال SB معلوم است وتصویر افقی آن نیزبدست میایدبس ارتفاع‌این نقطه ازرسم‌مثلثی قائم‌الزاویه بسهولت‌معلوم‌میگردد

۹۹۰ ـ تصویر افقی یال AS ، ارتفاع مثلث SAB از رأس S و الف ـ ارتفاع مثلث SAB از رأس A یا B ، ب ـ ارتفاع مثلث SAC از رأس C ، ج ـ یکی اززوایای SAB وSBA ، SAC . ، د ـ یکی از فرجه های AB و AC و BC و SA ، هـ ـ یکی از ارتفاعات جسم از رأس A و B و C و S ، و ـ بعد راس S .

هر یك از حالات فوق پس از جزئی تصرفات بصورت یکی از مسائلی که قبل‌حل کرده ایم درمیابد .

۹۹۱ ـ تصویر افقی یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از رأس B و الف ـ ارتفاع‌مثلث SAB ازراس A ، ب ـ ارتفاع مثلث SAC ازرؤس A و C و S ، ج ـ ارتفاع مثلث SBC از رؤس B و C و S ، د ـ یکی از زوایای حول رأس A و B و C ، هـ ـ یکی از فرجه هـای AB و AC و BC و SB و SC ، و ـ یکی از ارتفاعات جسم ، ز ـ بعد رأس S .

در اینجا نیز چون همواره تسطیح‌یال SA حول‌لولای ab معین‌است با معلوم‌دیگر بسهولت میتوان تصاویر s را معین ساخت .

۹۹۲ ـ تصویر افقی یال SA و ارتفاع مثلث SAC از رأس S و الف ـ ارتفاع مثلث SAC از رأس A یا C ، ب ـ یکی از زوایای SAC یا SCA یا ASC ، ج ـ یکی از فرجه های AB وACوBCوAS ، د ـ یکی از ارتفاعات جسم ، هـ ـ بعد راس S .

حالات فوق نیز پس از مختصری تغییرات یکی از مسائل قبل‌رجوع میگردد.

۹۹۳ ـ تصویر افقی یال SA ، ارتفاع مثلث SAB از رأسA ، و الف ـ ارتفاع مثلث SBC از راس C ، ب ـ زاویهٔ SBC ، ج ـ یکی ازفرجه های AB و AC و BC و SA ، د ـ یك ارتفاع جسم ، هـ ـ بعد رأس S

چون هر یك از زوایای حول رؤس A و B و C و S نظیر ارتفاعات مثلثات جانبی میباشند پس از ذکر حالاتی که راجع بزوایا میباشد خود داری مینمائیم

۹۹۴ ـ تصویر افقی یال SA ، یکی ازفرجه‌های ABوACوBCوSA، و الف ـ یك فرجهٔ دیگر ، ب ـ یك ارتفاع ، ج ـ بعد راس S

چون در اینحالات همواره تصویر قائم SA را میتوان با معلوم فرجه تعیین نمود بدست آوردن s کار سهلی است .

۹۹۵ ـ تصویر افقی یال SA ، یکی از ارتفاعات جسم والف ـ یك ارتفاع دیگر ، ب ـ بعد رأس S

چون هر یك از ارتفاعات جسم نظیر یك فرجه است پس این حالات نیز مانند فوق است .

۹۹۶ ـ تصویر افقی یال SA بعد و ارتفاع رأس S .

برتصویر افقی SA نقطه ای به بعد معین مشخص میسازیم از نقطه را بطی‌رسم کرده برآن نقطه‌ای با ارتفاع معین بدست میاوریم ss' مشخص میگردد .

مسئله ۵۳۳

۹۹۷ ـ مسائل‌فوقرا برای وقتی‌که قاعدهٔ ABC درصفحه افقی نبوده بلکه در صفحه بوسیلهٔ آثارش واقع باشد حل نمائید .

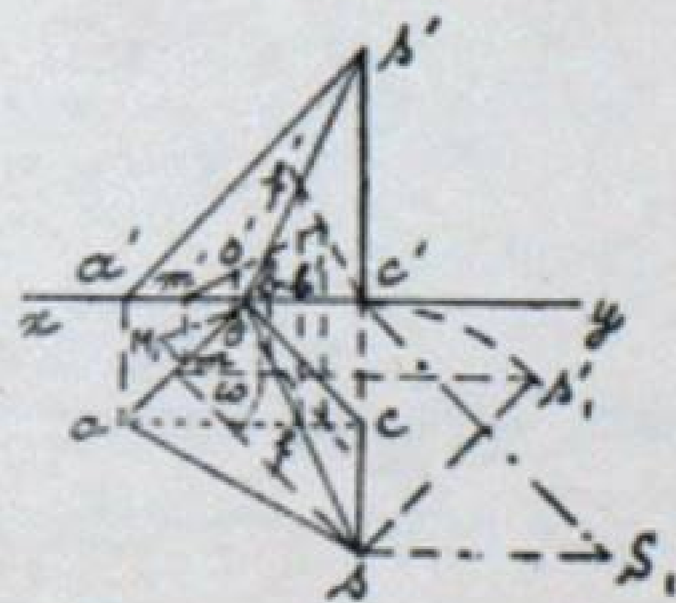
برای‌این‌منظور صفحهٔ قاعدهٔ ABC را حول‌اثر افقی خود تسطیح مینمائیم وچهار وجهی را در این وضع بنا کرده امتداد قاعده ABC را ترفیع مینمائیم و از ترفیع راس S عمودی برصفحهٔ ABC اخراج کرده از آن طولی برابر ارتفاع چهاروجهی که بوسیلهٔ رسم آن در تسطیح بدست آمده جدا میکنیم نقطهٔ $s's$ معین میگردد .

مسئله ۵۳۴

۹۹۸ ـ مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه ABC که‌در صفحه افق قرار دارد قاعدهٔ چهار وجهی است رأس B اززاویه قائمه برخط‌الارض واقع بودهٔ وضلع ac از رأس جبهیه است ، رأس S برصفحه منصف ـ الزاویه ناحیه اول و بر صفحه‌نیمرخی‌که بر نقطهٔ C میگذرد قرار دارد فاصلهٔ آن از خط الارض مساوی دو برابر BC است. الف ـ ملخص هرمرا رسم نمائید ، ب ـ زاویهٔ وجه SAB رابا‌صفحه افق معین‌سازید، ج ـ فاصلهٔ وسط یال AB را از صفحه SBC معلوم نمائید

الف ـ مثلث abc را چنان رسم مینمائیم که اضلاع ab و bc از آن باخط‌الارض زاویهٔ ۴۵° ایجاد نمایند . چون رأس S بنا بفرض در صفحه منصف الزاویه و صفحه نیمرخی که بر C میگذرد قرار دارد پس‌تسطیح راس‌مزبور بر منصف‌الزاویهٔ قائمه‌ای واقع است که بین رابطه نقطهٔ C و خط الارض تشکیل‌میشود این خط را رسم مینمائیم طول $c's_1$ را مساوی دوبرابر bc جدا میکنم نقطهٔ S_1 تسطیح S بر صفحه نیمرخ‌مار بر C است از این نقطه بموازات خط الارض‌رسم مینمائیم تا رابط c را در نقطهٔ s که تصویر افقی S است تلاقی نماید . طول $c's'$ را مساوی $c's$ جدامیکنیم ss' درنتیجه ملخص جسم معلوم میگردد.

ب ـ برای تعیین زاویه وجه SAB باصفحه افق کافی است نقطهٔ s را حول لولای ab که‌اثر افقی همین وجـه است تسطیح نمائیم زاویهٔ ω که باینطریق بدست میاید مساوی زاویه صفحه SAB با افق است .



ش ۴۴۸

ج ـ برای تعیین فاصله وسط یال ab ازوجه SBC کافی است از نقطه $m'm$ که وسط همین یال‌است عمودی بر وجه مزبور فرود

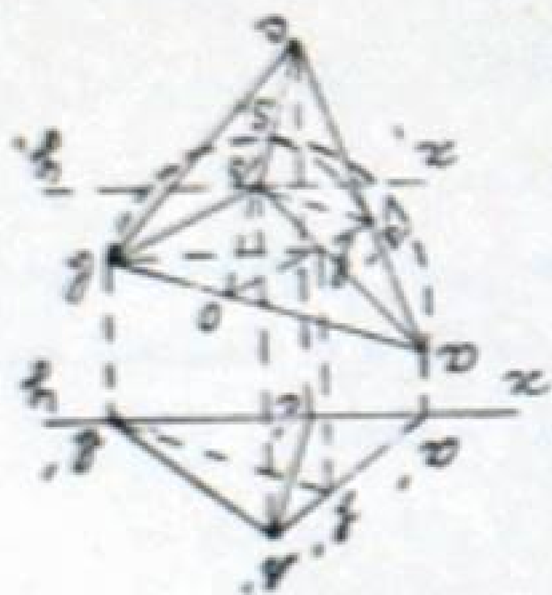
آورده موقع عمود را که نقطه oo' است تعیین نموده طول حقیقی خط $mom'o'$ را معلوم کنیم oM_1 که باین ترتیب بدست میاید فاصله مطلوب است (ش ۴۴۸)

مسئله ۵۳۵

۹۹۹ ـ قاعدهٔ ABC از هرمی بر صفحهٔ افق واقع بوده وکنج S سه‌قائمه است مطلوب رسم ملحض جسم است با معلومات ذیل : الف ـ تصاویر یال AB مفروض بوده‌بعلاوه طول یال SA و بعد ارتفاع نقطه S نیز معین است . ب ـ تصاویر راس S ، تصاویر افقی سه یال SA و SB و SC ، ج ـ تصاویر راس S . تصویر افقی SA و علم باتکه سه یال‌مار بر S نسبت بصفحه افق متحد المیل اند .

الف ـ چون یال ab معین است و ضمناً کنج S سه قائمه میباشد پس تسطیح‌راس S بر محیط نیمدائره ای واقع است که بقطر ab رسم کردد از طرف دیگر نظر بمعلوم بودن طول یال SA چون بمرکز a و شعاع طول‌مزبور قوسی رسم کنیم‌محیط نیمدائره را در نقطه S_1 که تسطیح راس S است تلاقی مینماید حال اگر ارتفاع‌راس S معین است مثلث قائم‌الزاویهٔ sos'_1 را با معلومات وتر و یك ضلع رسم نموده نقطهٔ s و در نتیجه s' را معین میسازیم واگربعد نقطه S معلوم‌است خط x_1y_1 رابموازات خط‌الارض و بفاصلهٔ بعد مزبور رسم میکنیم تا عمودی که از نقطهٔ S_1 بر لولای ab فرود میاید در نقطهٔ s تلاقی کند ارتفاع نقطهٔ S برسم‌مثلث‌قائم‌الزاویه‌تسطیحی‌معین‌میگردد(ش۴۴۹)

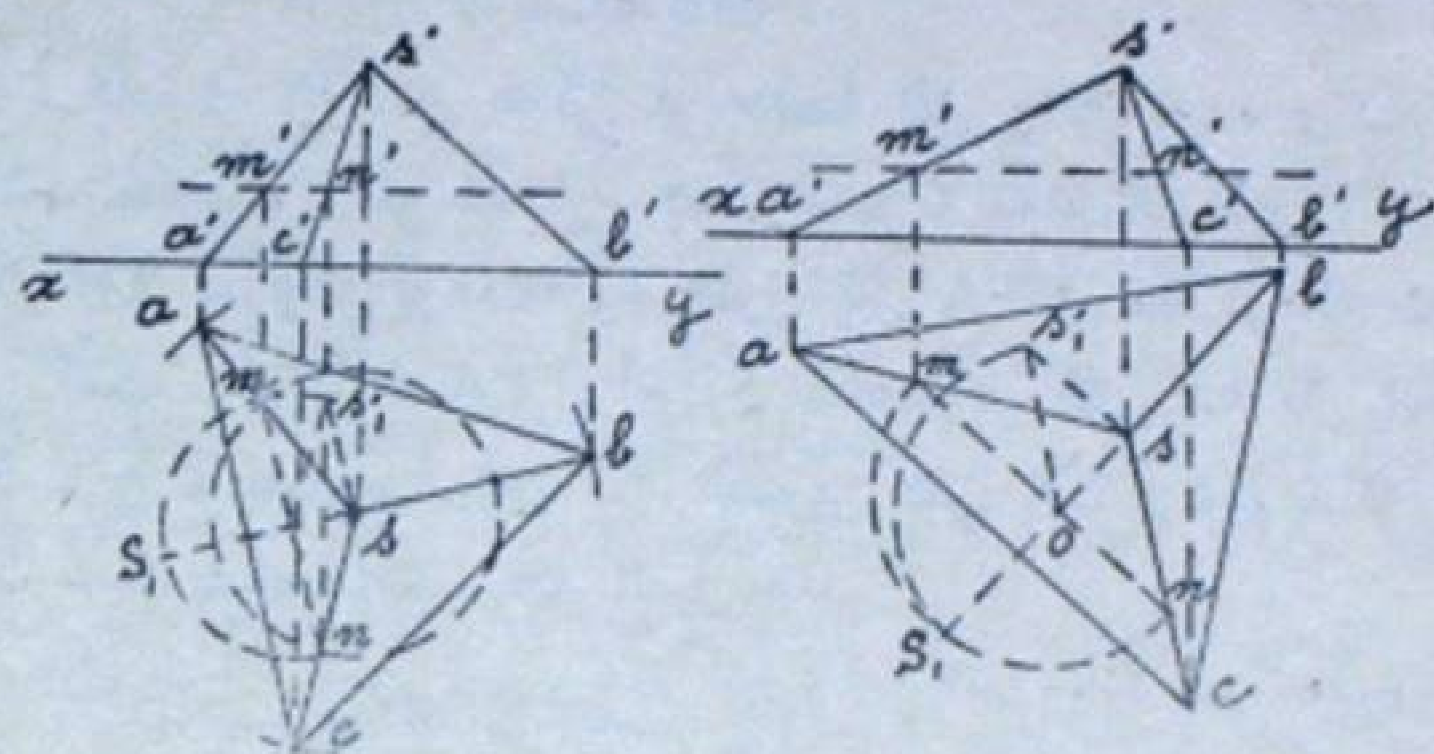
ب ـ چون کنج S سه قائمه است پس اگر خط اختیاری mn را عمود بر امتداد یکی از یالها رسم نمائیم اینخط یکی از افقیه های وجه مار بر دو یال دیگر خواهد شد اما چونزاویه msn قائمه است پس تسطیح راس S بر محیط نیمدائره‌ای واقع‌است که بقطر mn رسم گردد



ش ۴۴۹

از طرف دیگر تسطیح راس مزبور بر عمودی قرار دارد که از نقطه s بر لولای mn فرود آید پس‌باین ترتیب S_1 بدست آمده‌و از رسم‌مثلث قائم‌الزاویهٔ sos_1 اختلاف

ارتفاع S و لولای mn معین میگردد باین‌ترتیب تصویر قائم mn را میتوان معین‌ساخته و یالهای $sas'a'$ و $sbs'b'$ را مشخص ساخت واضح است چون از نقطهٔ a عمودی



(ش ٤٥٠)

بر امتداد یال snفرود آوریم‌نقطه cc' نیز معلوم شده ملخص‌جسم رسم‌میگردد(ش ۴۵۰)

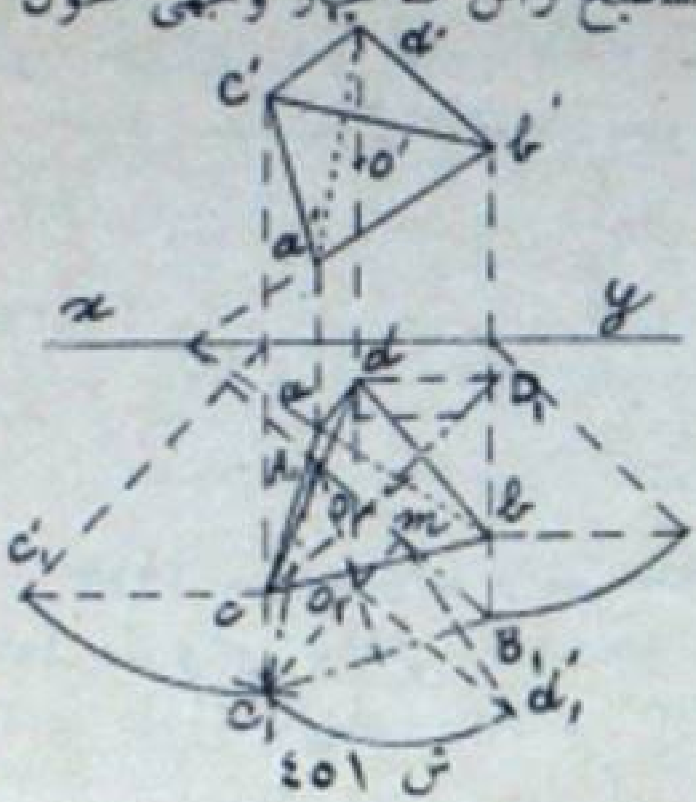
ج - چون سه یال مار بر S نسبت بصفحه افق متحدالمیل‌اندپس طول تصاویرشان نیز با یکدیگر متساوی خواهد بود بنابراین برای تعیین امتداد یالهای دیگر کافی است بمرکز s و شعاع اختیاری sm دائره ای رسم نموده از نقطه m محیط آنرا به سه جزء متساوی تقسیم کنیم و نقاط تقسیم را به s وصل نمائیم امتداد یالهای دیگر معین میگردد . بقیه عملیات مانند حالت فوق‌میباشد (ش ٤٥٠)

مسئلهٔ ۵۳۶

۱۰۰۰ - چهار وجهی منتظمی رسم نمائیدکه قاعدهٔ ABC از آن بر صفحه منصف‌الزاویهٔ ناحیه اول‌واقع بوده بعلاوه تصاویر افقی رؤس A و B از آن نیز معلوم باشد .

چون رابط های نقط a و b را رسم نموده ارتفاع این نقاطرا برابر بعدشان جدا کنیم تصاویر قائم آنها و در نتیجه یال $aba'b'$ مشخص میگردد ، این خطر درصفحه منصف‌الزاویه تسطیح مینمائیم A_1B_1 معین میگردد مثلث متساوی‌الاضلاع $A_1B_1C_1$ را با ضلع A_1B_1 بنا میکنیم ترفیع این مثلث یعنی مثلث $abca'b'c'$ قاعده چهاروجهی مطلوب است . حال طول ارتفاع چهار وجهی را بدست میاوریم باین‌ترتیب که‌ارتفاعات

مثلث $A_1B_1C_1$ را رسم کرده ملاحظه میکنیم که تسطیح راس D چهار وجهی حول لولای B_1C_1 بر A_1 وتصویر همین رأس بر o_1 که محل تلاقی ارتفاعات مثلث $A_1B_1C_1$ است قراردارد‌بنابراین مثلث قائم الزاویهٔ‌تسطیحی o_1d_1m را بنا مینمائیم ضلع o_1d_1 برابر ارتفاع چهار وجهی است . چون از نقطه o که ترفیع o_1 برصفحه منصف‌الزاویه است عمودی بر این صفحه اخراج کرده‌از آن‌طولی‌برابر o_1d_1 جدا کنیم dd' معین میگردد (ش ٤٥١) .

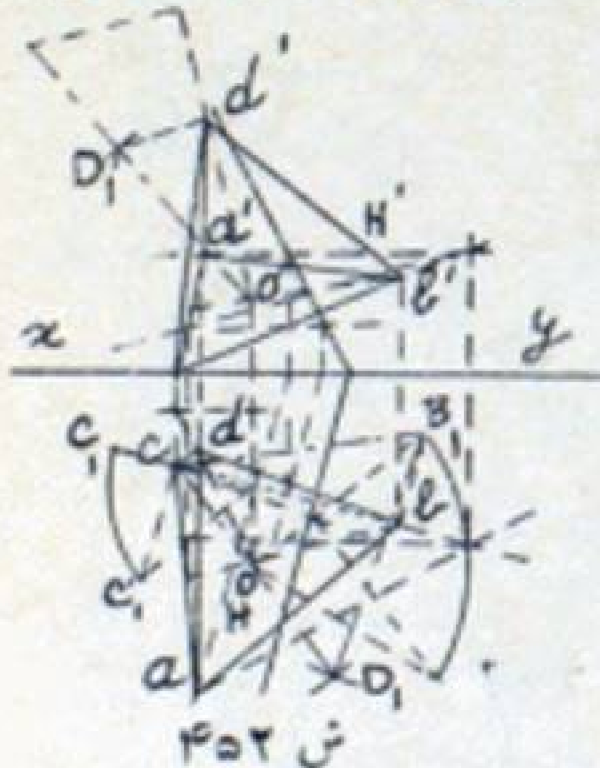


ش ٤٥١

مسئله ۵۳۷

۱۰۰۲ - ملخص چهار وجهی منتظمی را رسم نمانیدکه رأس C از آن برصفحه افق نقطهٔ‌معین بوده ، بعلاو: تصاویر رأس B و ارتفاع راس A نیز معلوم باشد .

بنا بفرض یال $bcb'c'$ معین است اما چون چهار وجهی منتظم است پس راس aa' بر صفحه ای واقع است که بر وسط یال $bcb'c'$ عمود نمائیم از طرف دیگر راس مزبوربرای‌افقیه‌ای از همین صفحه قرار دارد که ارتفاع‌آن بنا بفرض معلوم است‌پس برای تعیین اینراس افقیه مزبور را رسم‌نموده بر آن نقطه‌ای تعیین میکنیم که از یکی از دو نقطهٔ aa' و $bcb'c'$ مثلا ازنقطه اخیر بفاصلهٔ طول‌حقیقی یال cc' باشد ، برای این منظور بر نقطه cc' و افقیه HH' صفحه ای مرور داده تسطیح نقطه cc' را حول افقیه تعیین میکنیم بمرکز C_1 و شعاع C_1B_1 دائره ای رسم مینمائیم تا لولا را در نقطهٔ مطلوبa تلاقی نماید، a' را برسم رابط مشخص میسازیم مثلث $abca'b'c'$ معین میگردد . حال برای تعیین رأس dd' کافی است بدوا ارتفاع‌چهار وجهی‌راماتند مسئله قبل تعیین نموده از نقطهٔ oo' عمودی بر صفحه $abca'b'c'$ اخراج کنیم واز آن‌طولی‌برابر ارتفاع مزبور از موقع عمود جدانمائیم dd' حاصل میگردد(ش۴۵۲)



ش ۴۵۲

مسئله ۵۳۸

۱۰۰۳ - چهار وجهی منتظمی را رسم نمائیدکه تصاویر دو رأس

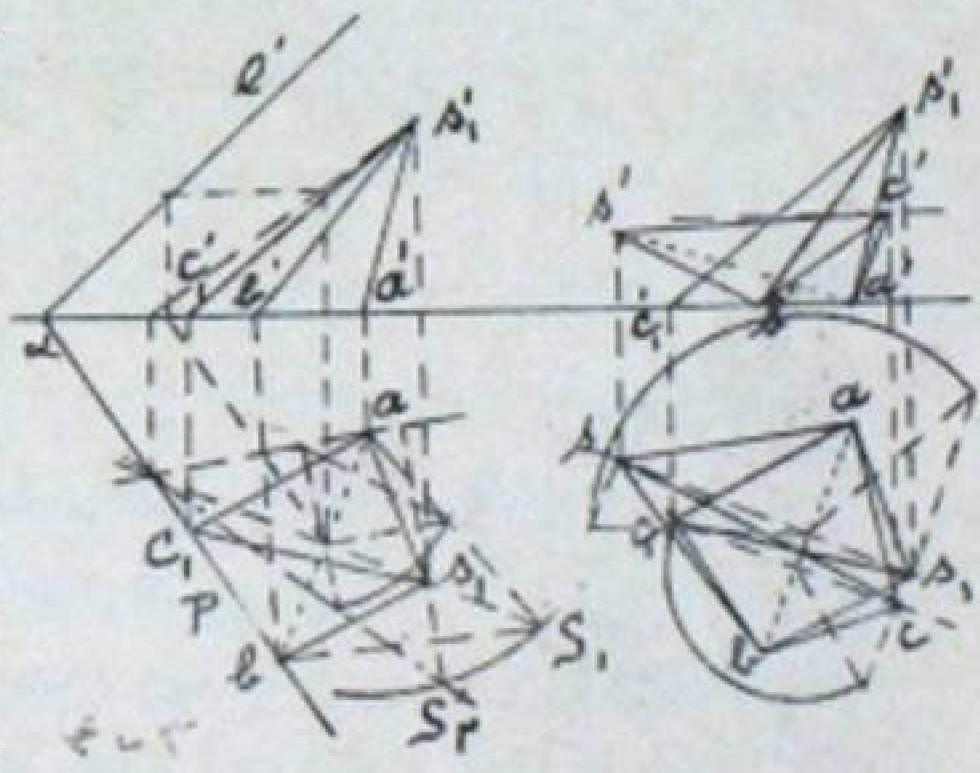
از آن معلوم بودهٔ بعلاوه تصویر افقی یکی از یالهای مار بر یکی از این دوراس نیز معین باشد

فرض میکنیم $aba'b'$ یال معلوم و ac تصویر افقی یال دیگر باشد چون زاویهٔ bac مساوی ۶۰° است پس میتوان تصویر قائم یال ac را معین ساخت (مسئله نمره ۶۲۵) . پس از تعیین این یال رسم ملخص شکل مانند مسائلی است که قبلا متذکر شده ایم .

مسئله ۵۲۹

۱۰۰۴ ـ مطلوب رسم ملخص چهار وجهی است که یال AB از آن خط مفروض واقع بر صفحه افق بوده بعلاوه فرجهٔ BC وارتفاع نقطه C و طول یالهای AC و BC و SA و SB معین باشند

چون اضلاع AC و BC از مثلث ABC معین است پس این مثلث را میتوان در صفحه افقی بنا نمود C_1ab نتیجه میشود در این وضع از قاعده جسم را بنا میکنیم باین ترتیب که مثلث S_1ab را با معلومات سه ضلع رسم مینمائیم نقطه S_1 که تسطیح راس S حول لولای ab است حاصل میگردد حال بر C_1b صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه‌افق فرجهٔ معین BC را احداث نماید و نقطهٔ S_1 را حول افقیهٔ ab آنقدر دوران میدهیم تا بر این صفحه قرار گیرد باین شکل که از نقطهٔ S_1 صفحهٔ قائمی بر ab عمود کرده فصل مشترک آنرا با صفحه sC_1b که در اینجا $ede'd'$ است معین میسازیم پس از آن بر این فصل‌مشترک نقطه‌ای تعیین میکنیم که از a بفاصله طول یال aS_1 قرار گیرد برای‌این‌منظور فصل مشترک مزبور را حول اثر افقی



ش ۴۵۳

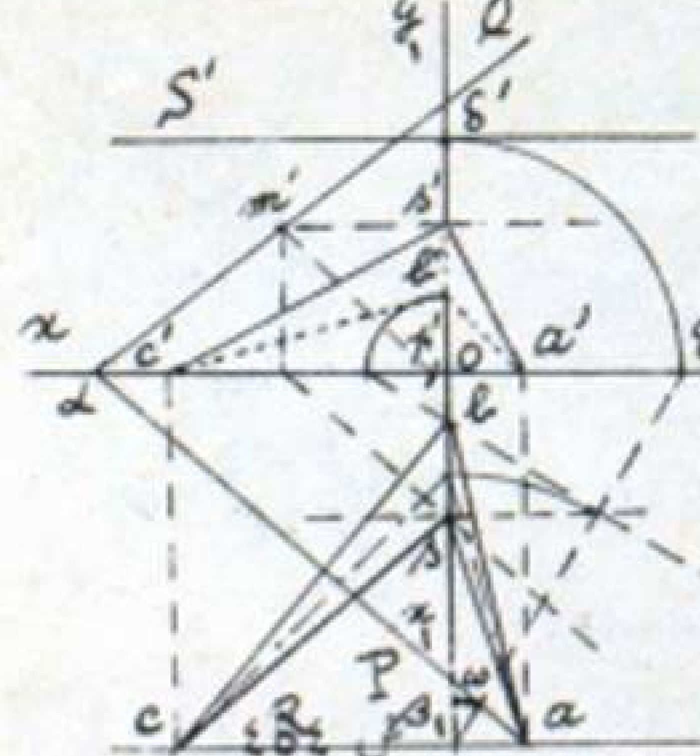
صفحهٔ مار بر a و این‌خط یعنی حول ad تسطیح کرده بمرکز a و شعاع aS_1 دائره‌ای رسم مینمائیم تا تسطیح مزبور را تلاقی نماید ترفیع S_2 را بدست میاوریم $s_1s'_1$ راس چهار وجهی است بنابرآنکه وجه abc در صفحهٔ افق اختیار شود (ش۴۵۳) ولی چون ارتفاع نقطه C نیز معین است پس افقیهٔ بارتفاع مزبور یعنی H' را رسم میکنیم و نقطه C_1 را حول لولای ab آنقدر دوران میدهیم تا ارتفاعش برابر ارتفاع H'

گردد یعنی تصویر قائمش بر H' قرار گیرد باین ترتیب که از نقطه C_1 عمودی بر a فرود آورده بمرکز O موقع عمود و شعاع OC_1 دائره ای رسم مینمائیم ضمنا افقیهٔ H' را نیز حول اولای C_1O که اثر افقی صفحه‌قائم است تسطیح‌میکنیم‌محل تلاقی تسطیح افقیه یعنی H'_1 و دائره مرسوم را بر صفحه قائم مزبور ترفیع میکنیم cc' حاصل میگردد بنابر این قاعده چهار وجهی بوضع $abca'b'c'$ در میاید . حال چون نقطه $s_1s'_1$ را نیز حول ab برابر زاویه $C_1OC'_1$ دوران دهیم وضع‌جدید‌این‌نقطه یعنی ss' بدست آمده ملخص جسم معین میگردد (ش ۴۵۳)

مسئله ۵۳۰

۱۰۰۵ ـ رسم چهار وجهی SABC مطلوب است بنا بر آنکه صفحهٔ SAB و ارتفاع رأس S وفاصلهٔ آن از خط الارض معین باشند بعلاوه صفحه SAC که مواجه است باصفحهٔ افق زاویهٔ معین ایجاد نماید وخط SB عمود بر صفحهٔ SAC بوده و زاویه ASC مساوی مقدار معلومی اختیار گردد و بالاخره صفحه ABC برصفحهٔ افق منطبق باشد .

درصفحه $P\alpha Q'$ که وجه SAB برآن واقع است‌افقیه ای بارتفاع معین S رسم مینمائیم نقطه ss' بر این خط قرار دارد ولی چون فاصله S از خط الارض معین است و از طرفی ارتفاع این نقطه نیزمعلوم است پس اگر بمرکزاختیاری m' واقع بر افقیه مزبور و شعاع فاصله مفروض قوسی رسم کنیم تا خط الارض را در نقطهٔ p' تلاقی نماید قطعهٔ $n'p'$ برابر بعد نقطهٔ S خواهد بود بنابراین اگر جبهه‌ای به بعد مزبور رسم نمائیم ss' مشخص‌میگردد حال از نقطهٔ ss' صفحهٔ مواجهی چنان رسم میکنیم که باصفحهٔ‌افق زاویهٔ معین ω را احداث نماید باین ترتیب که خط الارض جدیدی عمود بر مواجه مار بر ss' رسم میکنیم افقیه های صفحه مواجه در وضع جدید این صفحه باید با خط الارض جدید زاویهٔ ω را احداث کند بنابر این از نقطهٔ s'_1 که تصویر قائم جدید ss' است



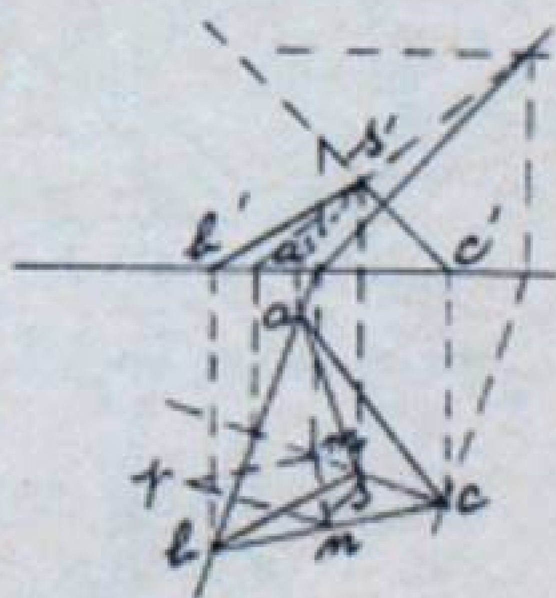
خط $s'_1\beta$ را چنان رسم مینمائیم که با x_1y_1 زاویهٔ ω را احداث کند . اینخط اثرقائم

صفحه مواجه پس ازتغییر صفحه است بنابراین چون از نقطه β_1 بموازات خط الارض رسم کنیم این خط اثر افقی صفحهٔ مواجه مطلوب است حال برای تعیین اثر قائم این صفحه کافی است طول $o\delta$ را بسر رابط ss' از نقطه o نقل نمائیم و از نقطه δ' بموازات خط الارض رسم کنیم ، پس ازتعیین صفحه مواجه RS' فصل مشترك دوصفحه را تعیین میکنیم خط $sas'a'$ یکی از یالهای جسم مشخص میگردد . برای تعیین یال $scs'c'$ باید از نقطه ss' در صفحه مواجه مرسوم خطی چنان رسم کرد که با $sas'a'$ زاویهٔ معین فرض مسئله را احداث نماید ، بالاخره چون از نقطه ss' عمودی برصفحه مواجه اخراج کرده اثر افقی این نیمرخ را تعیین کنیم یال سوم جسم یعنی $sbs'b'$ مشخص شده ملخص جسم معین میگردد (ش ۴۵۴)

مسئله ۵۳۱

۱۰۰۶ - رسم چهار وجهی $SABC$ مطلوب است که قاعدهٔ ABC از آن مثلثی متساوی‌الساقین (AC=BC) درصفحهٔ افق مفروض بوده بعلاوه دو فرجهٔ معلوم AC و BC بایکدیگر مساوی باشند و SC بر صفحه SAB عمود فرض شود

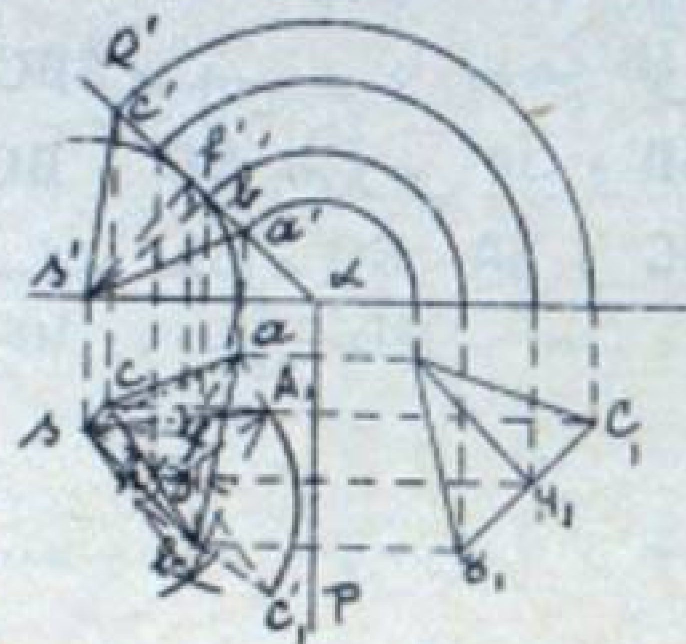
جون مثلث abc متساوی الساقین است وضمناً SC برصفحه SAB عموداست لازم میاید نقطهٔ s بر منصف الزاویه c قرار داشته باشد که عمود بر ab یعنی اثر وجه SAB نیز میباشد ، اما چون بفرض فرجه های AC و BC معین اند پس ازنقطهٔ اختیاری منصف الزاویه مرسوم عمودی بر bc که اثر افقی وجه SBC است فرود آورده ازموقع عمود زاویه mnp را برابر فرجه bc بنا میکنیم چون از نقطه m خطی بموازات bc رسم نمائیم mp برابر ارتفاع نقطه m خواهد بود بنا بر این $cmc'm'$ امتداد یال SC را معین مینماید ولی چون بفرض این یال باید بر وجه SAB عمود باشد چون از نقطه تلاقی ab باخط الارض عمودی بر $m'c'$ فرود آوریم این خط اثر قائم صفحه SAB میشود ، برای تعیین نقطه ss' کافی است محل تلاقی $mcm'c'$ را با وجه مزبور تعیین نمائیم (ش ۴۵۵)


(ش ۴۵۵)

مسئله ۵۳۲

۱۰۰۷ - چهار وجهی منتظمی رسم‌نمائیدکه رأس S از آن برصفحه افق نقطهٔ معین بوده بعلاوه تصاویر رأس A نیز معلوم باشد و بدانیم ارتفاع وارد از رأس S در جسم جبهیه است .

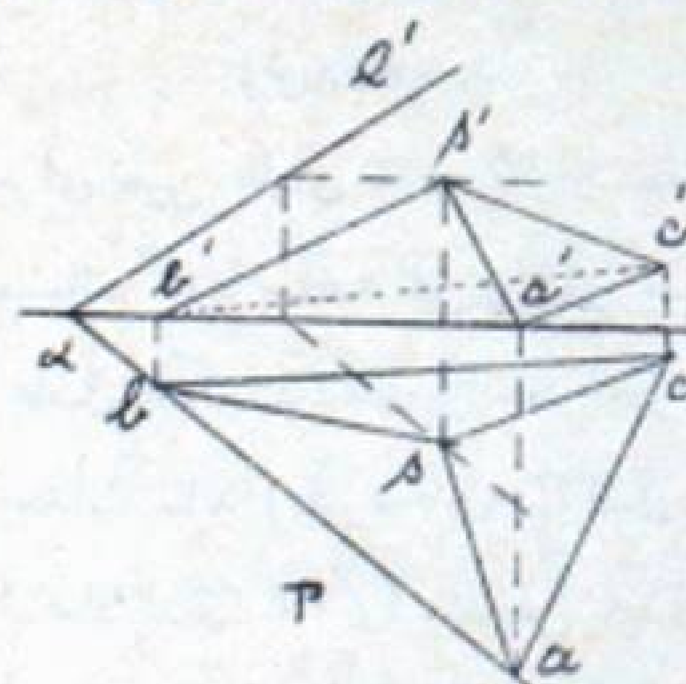
چون ارتفاع وارد از رأس S جبهیه است پس وجه ABC از جسم منتصب خواهد بود از طرف دیگر میتوان ارتفاع جسم را بوسیله رسم مثلث قائم الزاویه ای که وترش ارتفاع مثلث ABC و ضلعش ثلث این ارتفاع باشد بدست آورد ، بقسمی که چون بمرکز s' و شعاع oc'_1 دائره ای رسم نمائیم اثر قائم صفحه منتصب مزبور مماسی است که از نقطه a' براین دائره رسم شود حل اگر ازنقطه a به f وصل کنیم af امتداد یکی از ارتفاعات مثلث abc خواهد بود که چون آنرا باندازه نصف af امتداد دهیم نقطه h متعلق بضلع bc میباشد ، برای تعیین نقاط b و c خط ah را در صفحه منتصب تسطیح کرده از نقطه b عمودی بر آن اخراج مینمائیم و از طرفین آن باندازهٔ نصف طول حقیقی یال $sas'a'$ جدا میکنیم نقاط B_1 و C_1 راترفیع مینمائیم ملخص‌جسم معین میگردد(ش۴۵٦)


(ش۴۵٦)

مسئله ۵۳۳

۱۰۰۸ - مقصودرسم ملخص‌چهار وجهی SABC است بنابرآنکه فرجه‌های AB و AC و SA وصفحهٔ SAB مفروض باشند بعلاوه رأس S واقع براین صفحه معین بوده و یال AB نیز بر صفحه افق مشخص باشد .

وجه SAB رابرصفحه $P\alpha Q'$ منطبق‌فرض مینمائیم واضح است یال ab براثر افقی این صفحه منطبق خواهد بود وچون نقطهٔ ss' نیز در همین صفحه مشخص‌است پس مثلث $s'a'b'$ sab یکی از وجوه جسم معین میگردد . اما نظر بمعلوم بودن فرجه های sa و ab

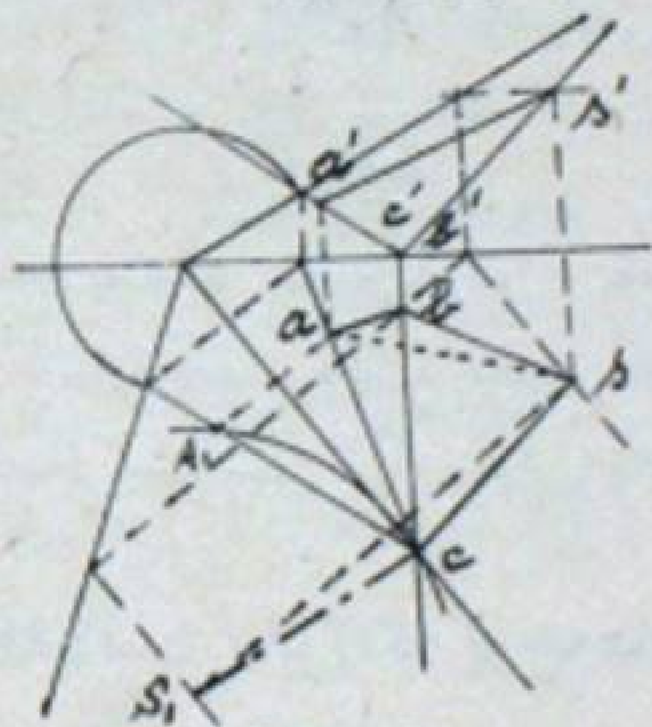

(ش ۴۵۷)

کنج a با معلومات کافی رسم شده امتداد یال ac نیز معین میشود از طرف دیگر چون فرجه SC نیز معین است پس اگر بر $sbs'b'$ صفحه ای مرور دهیم که با وجه معین $sacs'a'c'$ فرجه مزبور را احداث کند نقطه c محل تلاقی امتداد یال ac و وجه مرسوم است (ش ۴۵۷)

مسئله ۵۳۴

۱۰۰۹ ـ راس S از چهار وجهی SABC مفروض است ، وجه SBC منتصب و با صفحهٔ افق زاویهٔ معینی ایجاد مینماید ، فرجه های BC و SC مفروض اند و SB و SC باصفحه افق یکزاویه معین احداث میکند بعلاوه SA=SC و BC در صفحه افق قرار دارد . رسم ملخص چهار وجهی مطلوب است .

چون راس ss' مفروض است و وجه SBC منتصب میباشد پس اثر قائم صفحهٔ منتصب مزبور خطی است که از نقطهٔ s' گذشته و با خط الارض زاویهٔ فرض مسئله را احداث کند، از طرف دیگر چون BC در صفحه افق واقع است پس این یال بر اثر افقی صفحه منتصب مزبور قرار دارد باین ترتیب وجه ABC نیز منتصب خواهد بود و چون فرجه BC معین است میتوان این وجه را نیز مشخص ساخت یعنی کافی است از نقطهٔ تلاقی اثر قائم صفحه منتصب SBC باخط الارض رسم کنیم که با اثر مزبور فرجهٔ BC را احداث نماید، حال



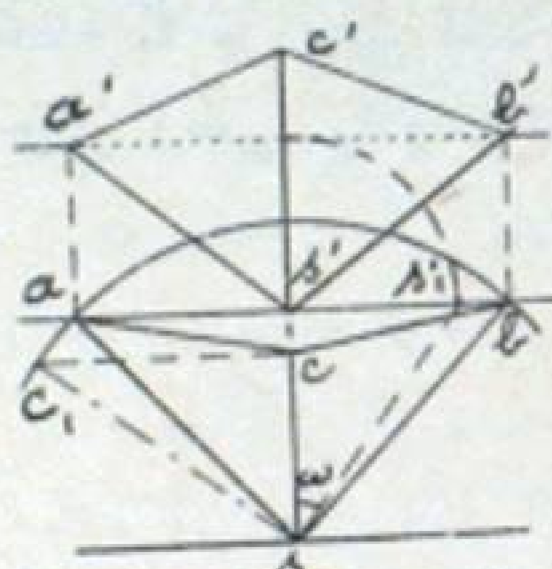
(ش ۴۵۸)

برای تعیین یالهای sc و sb از نقطه ss' در صفحه منتصب مار بر bc دو خط رسم مینمائیم که با صفحه افق زوایای معین فرض مسئله را احداث کنند $sbs'b'$ و $scs'c'$ حاصل میگردد حال بر خط اخیر صفحه مرور میدهیم که با وجه SBC فرجه معین احداث نماید (نمره ۶۵۲) فصل مشترک این وجه با وجه ABC که منتصب است امتداد یال ac را مشخص میسازد ، ولی چون طول یال SC با SA مساوی است پس باید بر فصل مشترک مزبور نقطه ای تعیین کرد که از s بفاصله SC قرار گیرد نقطه $a'a$ مشخص میشود و در نتیجه ملخص جسم تعیین میگردد (ش ۴۵۸)

مسئله ۵۳۵

۱۰۱۰ ـ رسم ملخص چهار وجهی مطلوب است که راس S از آن در صفحه افق نقطهٔ معینی بوده و صفحه SAB که با صفحه افق زاویه معلومی احداث میکند مواجه باشد بعلاوه طول یال SC که عمود بروجه SAB است معین میباشد و میدانیم SA=SB=SC و بالاخره AB در صفحه قائم تصویر قرار دارد .

از نقطهٔ مفروض ss' صفحه مواجهی چنان رسم میکنیم که با صفحه افق زاویهٔ معین ω احداث نماید واضح است اثر افقی این صفحه خطی است که از s بموازات خط الارض رسم شود و برای تعیین اثر قائم آن از نقطه s خطی رسم مینمائیم که با رابط این نقطه زاویهٔ ω را احداث کند محل تلاقی این خط را با خط الارض معین میسازیم $s's'_1$ برابر ارتفاع اثر قائم صفحه است آنرا نقل کرده اثر قائم صفحه را رسم مینمائیم حال از نقطه s عمود بر ss'_1 اخراج مینمائیم اینخط تسطیح عمودی است که بر صفحه مواجه مزبور اخراج گردد از آن طول SC_1 رامساوی مقدار معین فرض مسئله جدامیکنیم نقطه C_1 را ترفیع مینمائیم cc' حاصل میگردد حال از



ش ۴۵۹

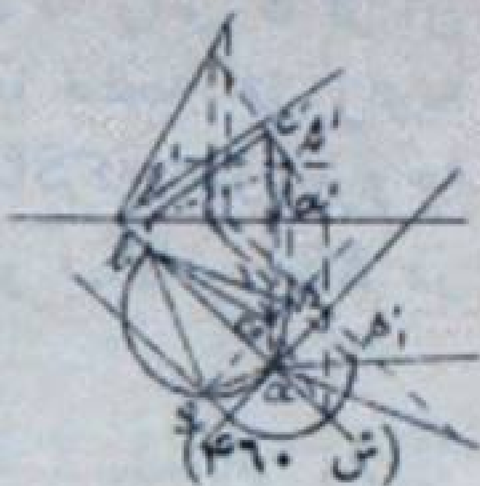
طرفی AB بر صفحه قائم واقع بوده و از طرف دیگر طولهای SA و SB و SC با هم متساوی اند پس چون بمرکز s و شعاع sC_1 دائره ای رسم خط الارض را در نقاط b و c که تصاویر افقی نقاط B و C میباشند تلاقی خواهد کرد بنا بر این $bcb'c'$ نیز معین شده تصاویر جسم معلوم میشود (ش ۴۵۹)

مسئلهٔ ۵۳۶

۱۰۱۱ ـ چهار وجهی SABC را رسم کنید که یال AB از آن در صفحه افق خط معینی بوده و فرجه AB و ارتفاع وارد از راس S در جسم و ارتفاع راس C معلوم باشند بعلاوه کنج S سه قائمه اختیار شود

چون ارتفاع وارد از راس S در جسم معلوم است بعلاوه فرجه AB نیز معین میباشد پس مثلث SHC با معلومات کافی رسم شده CH که ارتفاع مثلث CAB است بدست میاید ، با این معلوم و ارتفاع نقطه c زاویه وجه CAB با صفحه افق معین

میشود (ش ٤٦٠) بنابر این برای رسم جسم بدواً بسر $aba'b'$ صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه افق زاویهٔ معین ایجاد نماید پس از آن بر همین خط صفحه‌ای مرور میدهیم که با صفحه مزبور فرجه معین AB را احداث کند . نقطه S را در این صفحه با معلومات SH و زاویهٔ ASB که قائمه است تعیین کرده از آن عمودی بر وجه SAB اخراج مینمائیم تا وجه ABC را در نقطهٔ معین C تلاقی نماید .


(ش ٤٦٠)

مسئله ۵۳۷

۱۰۱۲ ـ دو یال AB و SC بر دو خط مفروض واقع اند وضع نقطه C نیز معین است فرجهٔ AB و طول یالهای SA و SB معلوم است چهار وجهی را رسم کنید .

چون نقطهٔ C معین است پس وجه CAB مشخص است بر خطی که AB بر آن واقع است صفحه ای مرور میدهیم که با صفحه CAB فرجهٔ معین AB را ایجاد کند محل تلاقی این صفحه با خطی که SC بر آن قرار دارد نقطهٔ S را معین میسازد ولی چون طول یالهای SA و SB معلوم اند در صفحه ای که بر S وامتداد یال AB میگذرد بر خط اخیر نقاطی تعیین میکنیم که از S بفواصل معین باشند A و B نیز بدست میایند .

مسئله ۵۳۸

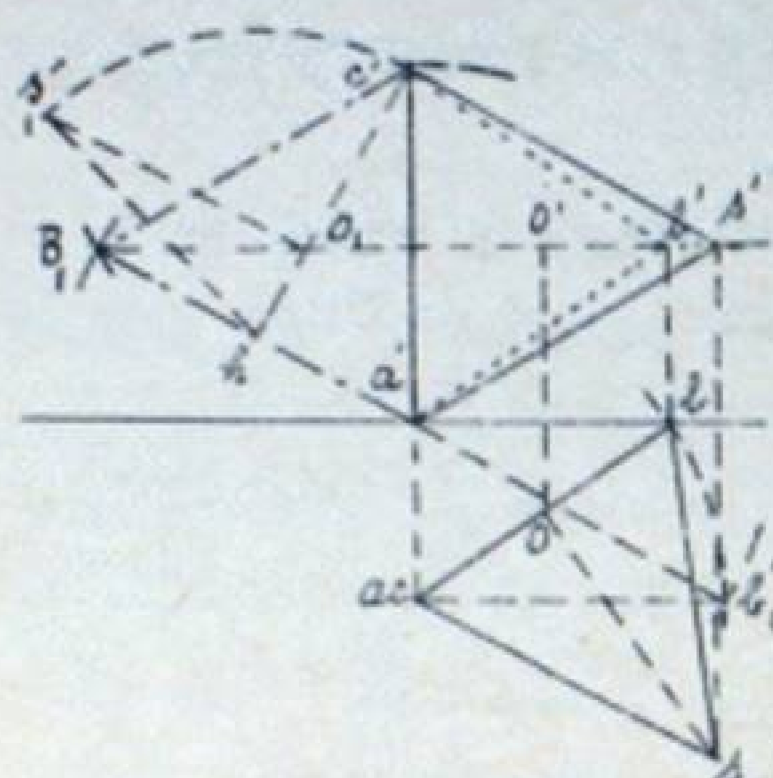
۱۰۱۳ ـ برمثلثی که تصاویررؤس آن معین است چهار وجهی طرح کنید که یالهای متقابل آن متساوی باشند

چون اضلاع مثلث معین است پس طول یالهای دیگر چهار وجهی مساوی اضلاع همین مثلث خواهد بود ، بنابراین مثل این است که طول شش یال چهار وجهی و وضع یکی از وجوه آن معین باشد و چنانکه میدانیم رسم تصاویر شکل دراینصورت خیلی سهل است .

مسئله ۵۳۹

۱۰۱۴ ـ چهار وجهی منتظمی رسم کنید که یال AS از آن قائم بوده ویال AB با صفحه قائم زاویهٔ °۳۰ ایجاد نماید بعلاوه نقطه A در صفحه افقی نقطه ای معین و B در صفحه قائم واقع شود

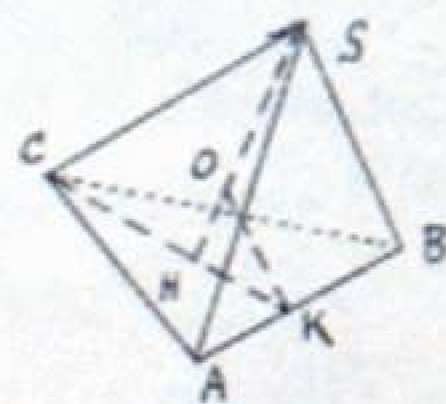
چون یال AC قائم است و زاویهٔ CAB برابر °۶۰ میباشد پس زاویهٔ AB باصفحه افق برابر °۳۰ میگردد بنابراین ابتدا از نقطهٔ مفروض aa' خطی رسم میکنیم که بموازات صفحه منصف‌الزاویه بوده و با صفحهٔ افق یا قائم زاویهٔ °۳۰ ایجاد نماید باین ترتیب که مثلث قائم‌الزاویهٔ $aa'b_1$ را با معلومات یك ضلع ویك زاویه رسم مینمائیم ab_1 مساوی طول تصویرافقی یا قائم خط مطلوب است ، چون بمرکز a و شعاع ab_1 دائره‌ای رسم نمائیم خط‌الارض را در نقطهٔ b که اثر قائم خط مطلوب است تلاقی میکند ab راوصل کرده $a'b'$ را بموازات آن رسم میکنیم $aba'b'$ یال مطلوب است ، ولی چون یال دیگر AC باید قائم باشد پس از نقطه $a'a$ قائمی رسم کرده‌از آن طول حقیقیِ یال یعنی $a'b_1$ را جدامیکنیم مثلث $abca'b'c'$ یکی از وجوه جسم حاصل میگردد حال از محل تلاقی ارتفاعات این مثلث یعنی نقطهٔ oo' عمودی برصفحه قائم مزبور اخراج کرده از تصویر افقی آن طولی برابر ارتفاع چهار وجهی از نقطهٔ o نقل میکنیم ss' حاصل میگردد و باین ترتیب ملخص جسم معین میشود . (ش٤٦١)


ش ٤٦١

مسئله ۵۴۰

۱۰۱۵ ـ چهاروجهی منتظمی رسم نمائید که مرکز و محمل یکی از یالهایش معین باشد .

چون مرکز چهار وجهی منتظم محل تلاقی ارتفاعات جسم نیز هست پس اگر از نقطهٔ O که مرکز مزبور است عمودی بر یکی از یالهای جسم مثلا AB فرود آوریم موقع عمود وسط این یال خواهد بود از طرف دیگر در مثلث قائم الزاویه OHK (ضلع OH برابرربع SH یعنی مساوی $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ وضلع HK برابر ثلث CK یعنی مساوی $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ است بنابراین وتر OK مساوی $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ میشود



ش ۳۶۲

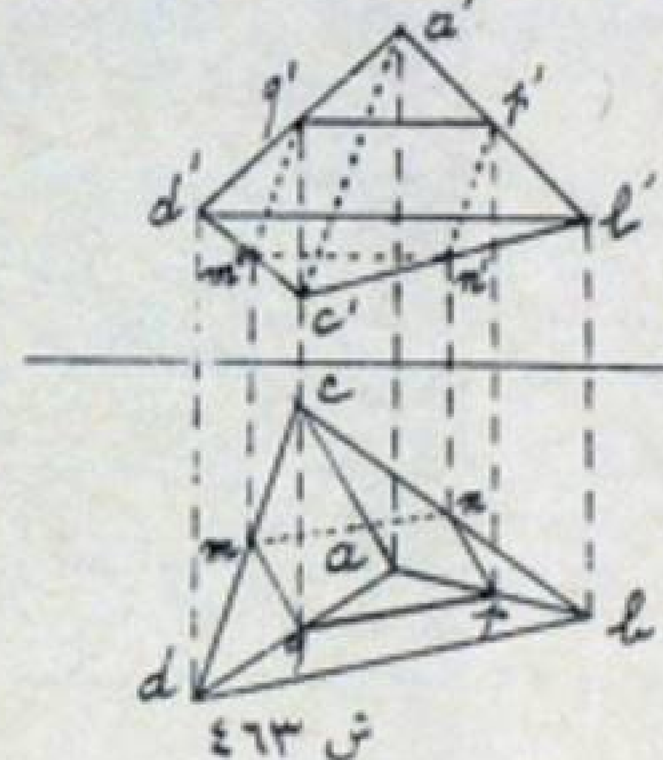
پس اگر از نقطه O که بنا بفرض معین است عمودی بر محمل یال AB فرود آوریم

طول این عمود بحسب طول یال جسم عبارت از $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ خواهد بود پس مثلث قائم‌الزاویهٔ OKH را که وتر و نسبت دوضلعش معین است میتوان رسم کرد (نسبت دو ضلع مثلث قائم‌الزاویه مزبور برابر $\sqrt{2}$ است) باین ترتیب هر یك از قطعات OH و HK بوسیله رسم معین میگردد پس از آن بر امتداد AB صفحه ای مرور میدهیم که از o بفاصلهٔ معین OH قرار گیرد عمود OH را فرود آورده نقاط S و C را تعیین میکنیم و بالاخره نقاط A و B را نیز بدست آورده جسم را مشخص میسازیم (ش ۴۶۲)

مسئله ۵۴۱

۱۰۱۶ ـ صفحه ای بر وسط عمود مشترك دو یال مقابل از چهاروجهی مفروض عمود کرده تصاویر مقطع حاصل و وسعت حقیقی آنرا تعیین کنید

چون هر صفحه که بر وسط عمود مشترك دو خط متنافر عمود شود بموازات خطوط مزبور بوده بعلاوه تمام خطوط متکی بر دو خط را نصف میکند ، پس چنین صفحه ای یالهای دیگر جسم را نصف خواهد نمود بنا براین مقطع صفحه قاطع متوازی‌الاضلاع $m'n'p'q'$ است که از وصل اوساط چهار یال دیگر جسم بیکدیگر حاصل میگردد (صفحه قاطع را عمود بر وسط عمود مشترك یالهای BD و AC اختیار میکنیم) . واضح است تعیین وسعت حقیقی مقطع مزبور بوسیله تسطیح صفحه متوازی‌الاضلاع حول یکی از افقیه‌ای خود کار بسیار سهلی است (ش ۴۶۳)



ش ۴۶۳

مسئله ۵۴۲

۱۰۱۷ـ خطی در یکی از وجوه چهار وجهی معینی مفروض است براین خط صفحه ای مرور دهید که چهار وجهی را اولا در مثلث متساوی الساقین ثانیا در مثلثی قائم الزاویه ثالثا در مثلث بمساحت معین تلاقی نماید

فرض میکنیم MN در وجه SAB مفروض بوده یالهای SA و SB را در نقاط M و N تلاقی کرده، باشد اولا چون بر وسط MN صفحه ای عمود نمائیم این صفحه مثلا یال SC را در نقطهٔ P تلاقی خواهد کرد بقسمیکه مثلث MNP متساوی‌الساقین میگردد

ش ۴۶۴

ثانیا ممکن است بر یکی از یالهای دیگر چهار وجهی نقطهٔ P را بقسمی تعیین نمود که زاویهٔ MPN قائمه باشد (مسئله نمره ۶۳۶) ثالثا چون قاعدهٔ مثلث MN است و مساحت آن نیز معین میباشد پس ارتفاع مثلث مشخص میگردد بنا بر این باید بریکی از یالهای جسم نقطه‌ای تعیین نمود که از MN بفاصله معین ارتفاع مزبور باشد (مسئلهٔ نمره ۵۶۸).

مسئله ۵۴۳

۱۰۱۸ ـ کنجی سه وجهی و نقطهٔ A واقع یکی از یالهای آن مفروض است براین نقطه صفحه‌ای مرور دهید که کنج را در مثلثی بمحیط می‌نی‌موم تلاقی نماید (مجموع وجوه کنج کمتر از π است)

برای بسهولت یکی از وجوه کنج را در صفحه‌افق اختیار مینمائیم دو وجه دیگر کنج را حول آثار افقی صفحه خود تسطیح مینمائیم ، تسطیح نقطهٔ A که بر یال Sn واقع است حول لولا های Sy و Sz بترتیب A_1 و A_2 خواهد شد ، واضح است وقتی محیط مثلث ABe مینیموم است که خط واصل بین نقاط A_1 و A_2 مستقیم باشد (چون اقصر فاصلهٔ بین دو نقطه خط مستقیم است) بنا بر این محیط مثلث ABC پس از تسطیح یالها بصورت مستقیم A_1A_2 در میاید که در نقاط b و c لولا های Sv و Sz راتلاقی کرده بنابراین مثلث مطلوب $abca'b'c'$ است (ش ۴۶۵)

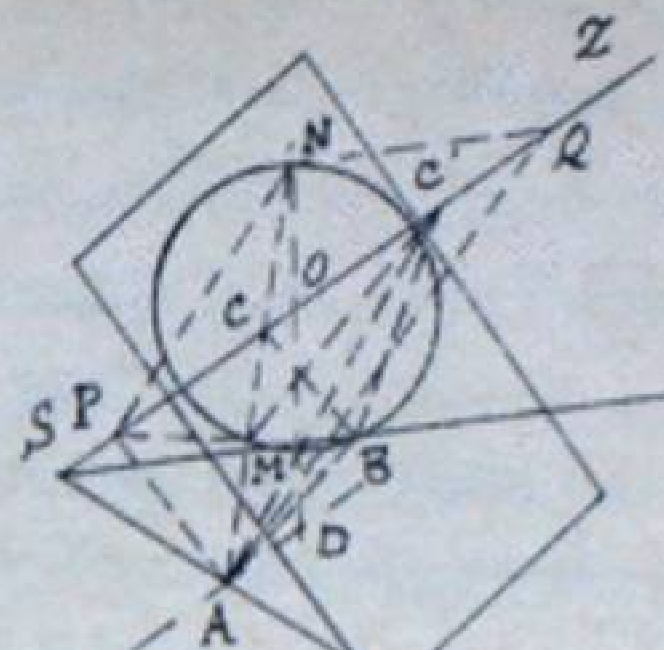
ش ۴۶۵

مسئله ۵۴۴

۱۰۱۹ ـ کنج سه وجهی ونقاط A و B بر دو یال آن مفروض است بر خط AB صفحه ای مرور دهید که کنج را در مثلثی به محیط مینی موم تلاقی نماید .

حل هندسیـ باید بر یال سوم کنج یعنی SZ نقطه‌ای تعیین کرد که چون آنرا بنقاط A و B وصل کنیم مجموع قطعات واصل می‌نی‌موم باشد چه همواره خط AB ثابت است برای این منظور از نقطهٔ B صفحه‌ای بر SZ عمود مینمائیم بمرکز موقع عمود که نقطهٔ O است و شعاع BO در صفحهٔ عمود دائره ای رسم میکنیم هر نقطه واقع بر SZ از محیط دائرهٔ مرسوم بیك فاصله است حال فصل مشترك صفحهٔ مار بر

SZ و A را باصفحهٔ عمود تعیین مینمائیم باین ترتیب که از نقطهٔ A بموازات SZ رسم مینمائیم تا صفحهٔ عمود را در نقطهٔ D تلاقی نماید خط DO فصل مشترك مطلوب است که در نقاط M و N محیط دائرهٔ مرسوم راقطع نموده ، چنانکه میدانیم قطعات AN و AM نظائر اطول و اقصر فاصلهٔ نقطهٔ A از محیط دائرهٔ مزبور اند ، حال چون N را به A وصل کنیم SZ را در نقطهٔ C تلاقی مینماید و چون $CN = CB$ پس $AC + CB = AN$ بنابراین C نقطه


ش ۴۶۶

مطلوب است ، زیرا اگر نقطهٔ دیگری مانند P بر SZ فرض کنیم در مثلث APN اینرابطه مشخص میشود $AN < AP + PN$ یعنی $AC+CB < AP + PN$ پس از تعیین نقطهٔ C وضع صفحه بوسیلهٔ سه نقطه A و B و C مشخص میگردد. (ش ٤٦٦)

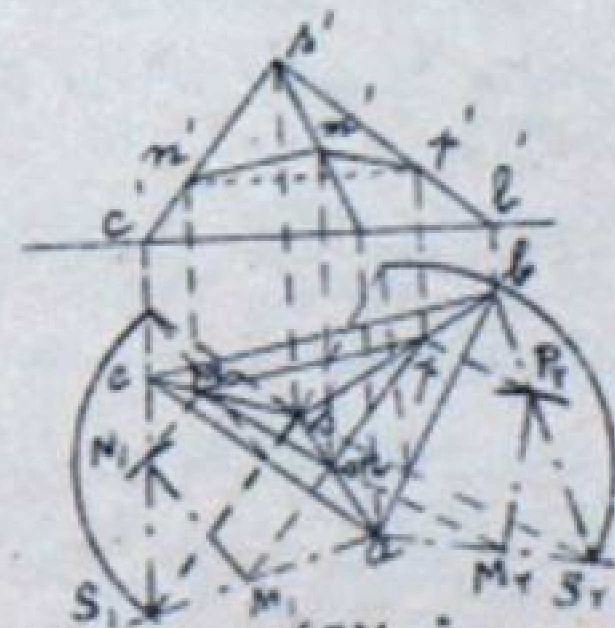
چنانچه نقطهٔ M را که نظیر اقصر فاصلهٔ A از محیط دائره است به A وصل نمائیم خط SZ را در نقطه C' تلاقی مینماید بطریقی که تفاضل فواصل این نقطه از نقاط A و B می نی موم میشود زیراچون $C'B = C'N$ پس $C'A - C'B = AM$ حال اگر نقطه ای مانند Q بر خط SZ فرض نمائیم درمثلث AQM اینرابطه بر قرار میشود $AM > AQ - QM$ یعنی $C'A - C'B > AQ - QM$. (ش ٤٦٦)

چون ترسیم فوق مانند حل هندسی است بنا براین چندان اشکالی ندارد .

مسئله ۵۴۵

۱۰۳۰ ـ از نقطهٔ مفروض بر یکی از یالهای چهار وجهی معینی صفحهٔ قاطعی چنان مرور دهید که مقطع حاصل در جسم مثلث متساوی الساقین بساق معین کردد.

قاعدهٔ $abca'b'c'$ از جسم را بر صفحه افق فرض مینمائیم ، چون طول ساق و رأس مثلث متساوی الساقین معین است پس صفحه $sacs'a'c'$ و $sabs'a'b'$ را حول لولاهای ac و ab تسطیح کرد بمراکز M_1 و N_1 که تسطیح نقطه مفروض mm'

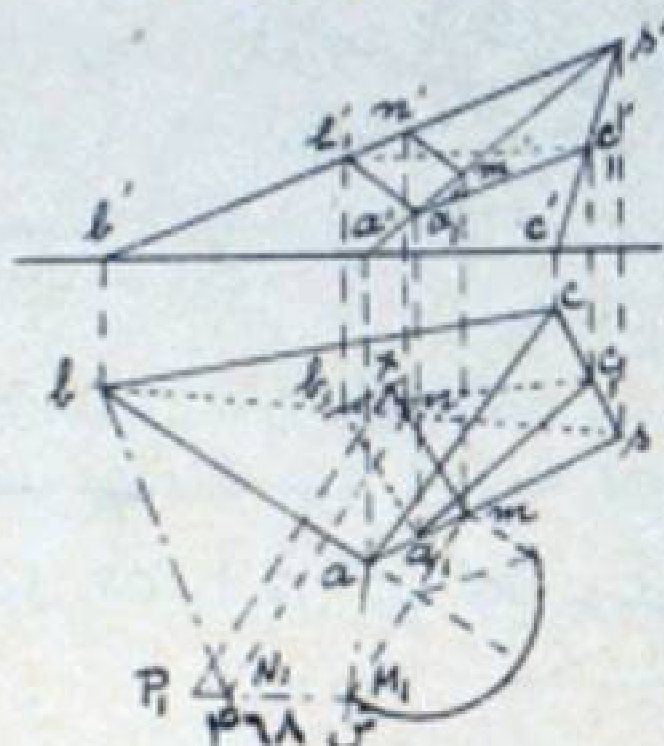

ش ٤٦٧

حول لولاهای مزبور اند وشعاع طول ساق مثلث دائره‌ای رسم مینمائیم تا اضلاع دیگر مثلثات جانبی را در نقاط N_1 و P_1 تلاقی کند ترفیع این نقاط را تعیین میکنیم مثلث $mnpm'n'p'$ است (ش ۴۶۷)

مسئله ۵۴۶

۱۰۳۱ ـ چهار وجهی مفروض را بوسیله صفحه ای چنان قطع کنید که مقطع مثلثی متساوی الساقین بقاعده معین کردد علاوه براین امتداداین قاعدهٔ بموازات خطی که در یکی از وجوه جانبی فرض شده بشود.

باز قاعدهٔ جسم را درصفحه افق فرض میکنیم ، $mnm'n'$ راخطی فرض مینمائیم که قاعده مثلث متساوی الساقین مطلوب باید موازی آن باشد وجه $s'a'b'sab$ را که $mnm'n'$ درآن واقع است حول لولای ba تسطیح مینمائیم طول قاعدهٔ مثلث مطلوب را از نقطه M_1 نقل کرده نقطه P_1 را ترفیع مینمائیم از نقطه pp' خطی بموازات $sas'a'$ رسم مینمائیم تا $sbs'b'$ در نقطه $b_1 b'_1$ تلاقی نماید ازاین نقطه بموازات


ش ۴۶۸

$mnm'n'$ رسم مینمائیم تا $cac'a'$ را در نقطه aa_1 قطع کند خط $a_1 b_1 b'_1 b'_1$ که باین ترتیب حاصل گردید قاعدهٔ مثلث مطلوب است حال چون بر وسط این خط صفحه‌ای عمود کنیم تایال $scs'c'$ را در نقطه $c_1 c'_1$ تلاقی کند راس سوم مثلث مطلوب نیز بدست میاید . (ش ۴۶۸)

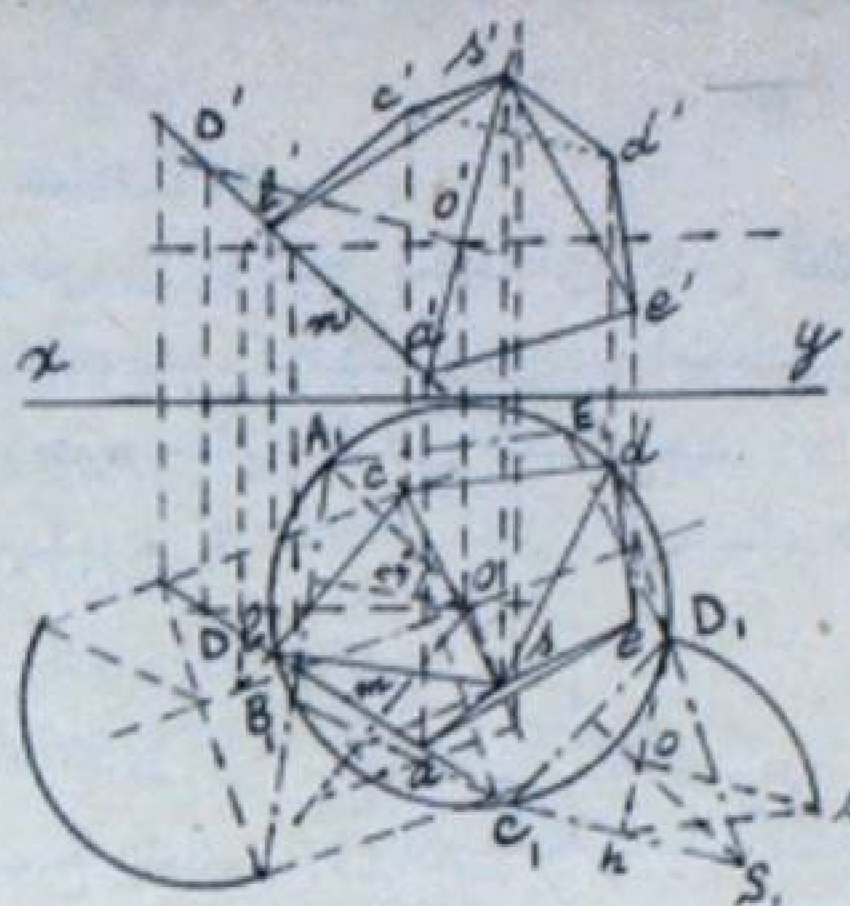
ب ـ هرم وهشت وجهی منتظم

مسئله ۵۴۷

۱۰۳۲ ـ ملخص هرم مخمس القاعدهٔ منتظمی را رسم نمائید که مرکز قاعده ومحمل یکی از اضلاع آن معین است .

oo' را مرکز و DD' را محمل ضلع قاعده فرض مینمائیم ، از نقطهٔ مفروض عمودی بر خط DD' فرود میاوریم ، در صفحه مار بر نقطه و خط از نقطه oo' خطی رسم مینمائیم که با عمود مرسوم زاویهٔ 36° احداث نماید (نصف زاویهٔ مرکزی مقابل بضلع مخمس) ضلع اینزاویه محمل ضلع قاعده را در نقطهٔ aa' که یکی

از رؤس قاعده است تلاقی خواهد کرد . حال در صفحهٔ قاعده مخمس منتظمی که‌یك ضلعش بر DD' منطبق بوده و یك راسش aa' است بنا مینمائیم بنابر آنکه نصف ضلع این مخمس مساوی $mam'a'$ باشد مخمس $a'b'c'd'e'$ $abcde$ مشخص میگردد حال برای تعیین ارتفاع جسم چون هرم منتظم است مثلث متساوی‌الاضلاع $A_1B_1S_1$ را بضلع A_1B_1 بنامیکنیم S_1 تسطیح S حول لولای D و o تصویر آنست بس اختلاف ارتفاع os'_1 برابر ارتفاع



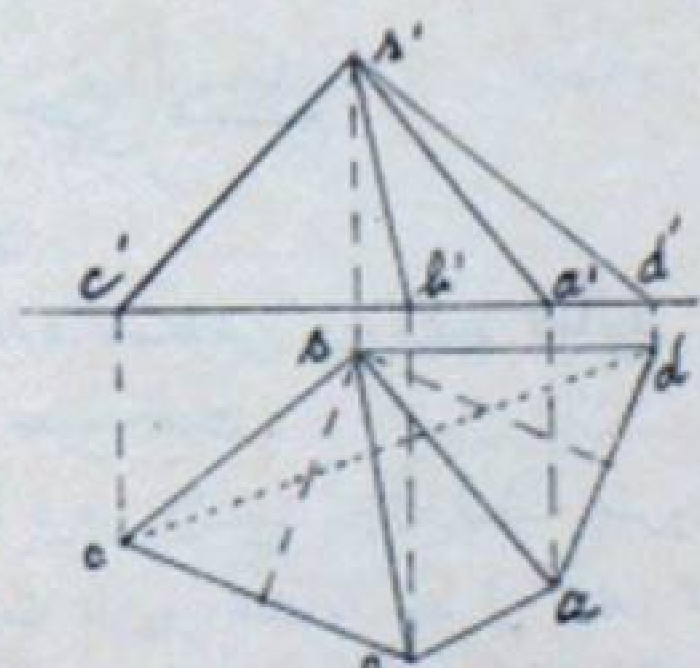
ش ٤٦٩

جسم میشود که چون از نقطه oo' عمودی بر صفحه $oDo'D'$ اخراج کرده بر آن طول os'_1 را نقل کنیم ss' نیزمشخص شده ملخص جسم معین میگردد (ش ٤٦٩)

مسئله ۵۴۸

۱۰۲۳ - هرم مربع القاعده SABCD را که وجه ABCD از آن در صفحهٔ افق قرار دارد رسم کنید بنا بر آنکه تصاویر یال AB و رأس S وفرجه های SB و SA معلوم باشد بعلاوه بدانیم SA=SD وSC=SB.

بنا بفرض وجه SAB مشخص است بنابراین بر یالهای SA و SB صفحاتی مرور میدهیم که بااین وجه فرجه های معین فرض مسئله‌را احداث نمایند آثار افقی این صفحات امتداد دو ضلع مقابل از قاعده جسم است اماچون یالهای SA و SB بترتیب با یالهای SD و SC متساوی اند لازم میاید مثلثات SAD و SBC متساوی‌الساقین باشد بس اگر از نقطه s دو عمود بر آثار افقی صفحات مرسوم فرود آورده قطعات محصور بین مواقع عمودها و رؤس a و b را بر امتداد اضلاع مقابل قاعده نقل کنیم نقاط c و d نیز مشخص شده تصاویر جسم معین میگردد . (ش۴۷۰)


ش ۴۷۰

مسئلهٔ ۵۴۹

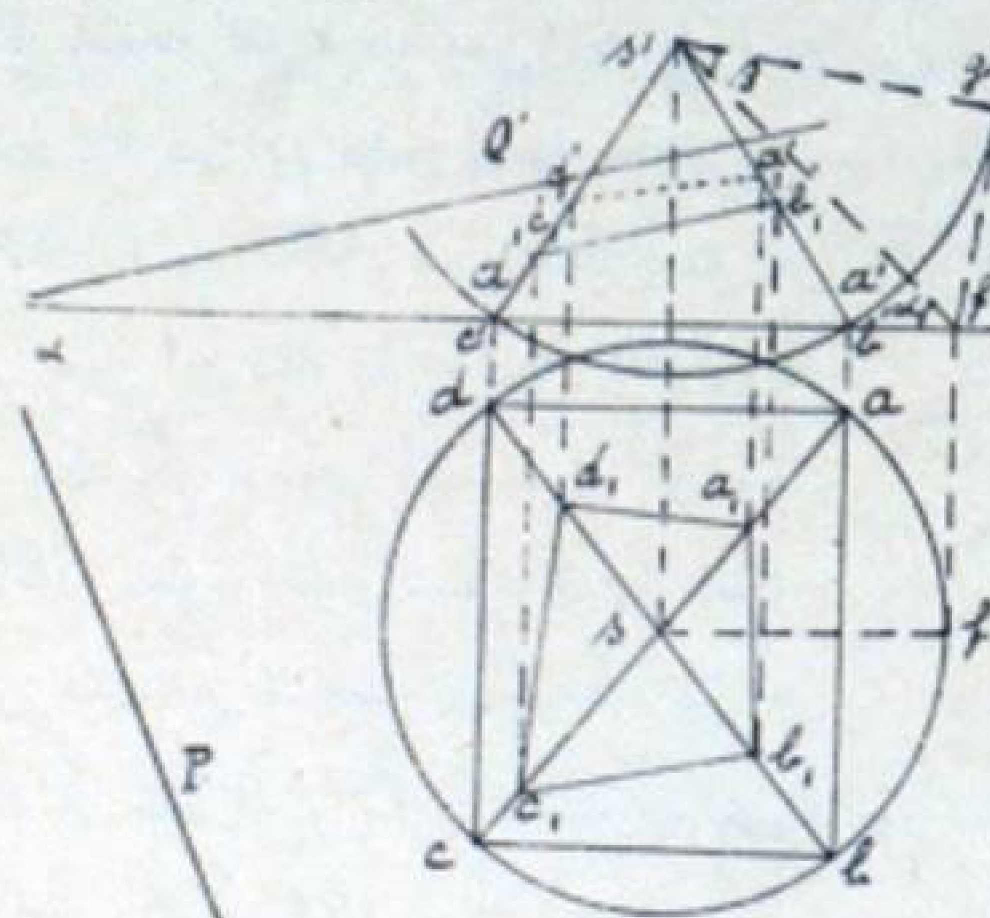
۱۰۲۴ - ملخص فوق را برای وقتی‌که وجه $ABCD$ بر صفحه PαQ واقع باشد با همان معلومات رسم نمائید.

در اینجا نیز طریقهٔ عمل مانند سابق است با این تفاوت که بس ازرسم صفحات مار بر SA و SB فصل مشترك این صفحات را باید با صفحه $P\alpha Q'$ تعیین کرد تا اضلاع مقابل چهار ضلعی $ABCD$ معین شود .

مسئله ۵۵۰

۱۰۲۵ - هرم مربع القاعده‌ای را نمایش دهیدکه تصاویر رأس S از آن معین بوده بعلاوه بدانیم یالهای مار بر رأس S با صفحهٔ افق بزاویهٔ α و باصفحهٔ قائم زاویهٔ β ایجاد میکند و ضمنا صفحهٔ قاعده اولا بر صفحه افق تصویر ثانیا برصفحهٔ معین PαQ منطبق است .

باید از نقطه ss' خطوطی رسم کرد که با صفحات تصویر زوایای α و β ایجاد کنند باین ترتیب که ابتدا جبهه $sfs'f'$ را چنان رسم میکنیم که با صفحه افق زاویهٔ α احداث کند بس از آن این خط را حول قائم s انقدر دوران میدهیم تا زاویه اش باصفحه قائم β شود ، ولی چون درموقعی که‌زاویهٔ اینخط باصفحه قائم‌مساوی β میگردد میتوان طول تصویرقائم آنرااز رسم مثلث قائم‌الزاویهٔ $s'f'g'$ که یکزاویه اش همان β است



ش ٤٧١

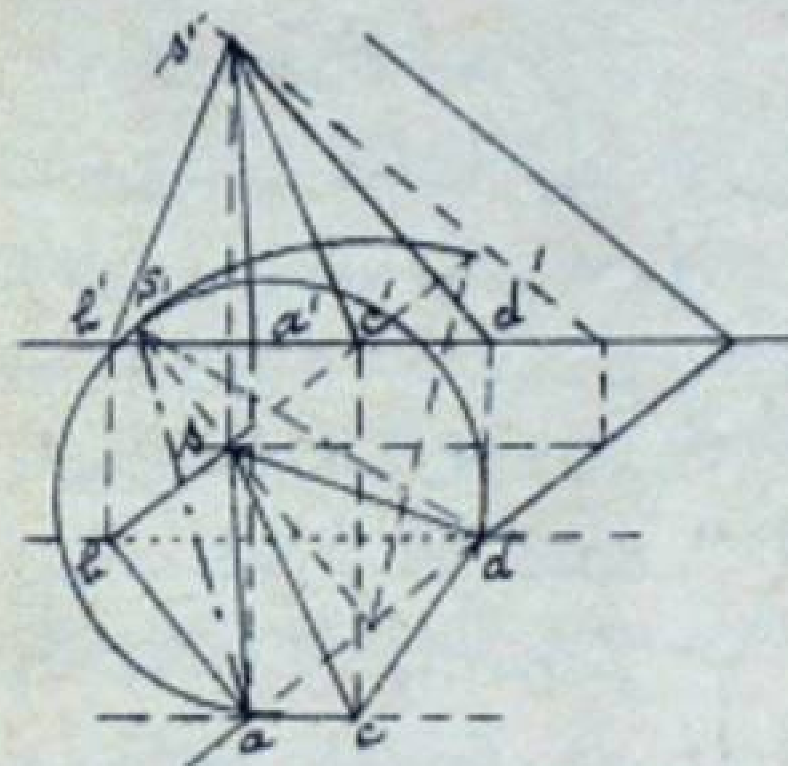
معین ساخت بس اگر بمرکز s' و شعاع $s'g'$ دائره‌ای رسم کنیم خط‌الارض‌را در نقاط a'و d' تلاقی مینماید که‌تصاویر قائم نقطه‌ای از خط بس از دوران اندحال اگر بمرکز s و شعاع sf دائره دوران نقطه f را رسم کرده رابط نقاط a' و d' را نیز رسم نمائیم دائره را در نقاط a و b و c و d تلاقی میکند که رؤس قاعدهٔ جسم اند واضح است تصاویر قائم نقاط b و c نیز بر a'و d' منطبق است بس ملخص جسم کاملا معین میگردد (ش ٤٧١)

اگر قاعدهٔ جسم بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ منطبق باشد باید پس‌از تعیین جسم $s,a'b'c'd'$ مقطع آنرا بوسیلهٔ صفحه $P\alpha Q'$ تعیین کرد تا هرم $S a_1 b_1 c_1 d_1 a'_1 b'_1 c'_1 d'_1$ $sabcd$ حاصل کردد (ش ۴۷۱)

مسئله ۵۵۱

۱۰۲۶ - مقصود رسم هرمی است که قاعده‌اش ذوزنقه متساوی‌الساقین بوده و محمل دو قاعده ذوزنقه معین باشد تصاویر نقاط A و D و فرجه AD وطول SA و زاویهٔ ASD نیزمعلوم است بعلاوه زوایای مثلث SBC برابر مقادیر معینی میباشد

برای سهولت ترسیم محمل قواعد ذو زنقه را بر صفحـه افق اختیار مینمائیم چون نقاط aa' و dd' دو انتهای قطری از قاعدهٔ جسم بانضمام فرجه AD معین است پس بر $ada'd'$ صفحه‌ای مرور میدهیم که باصفحه افق فرجه معین احداث نماید نقطه ss' در این صفحه بوسیله طول یـال SA و زاویه ASD معین میگردد ، پس از تعیین این نقطه نظر باینکه اقطارذوزنقه با یکدیگر مساوی انـد و زوایای مثلث SBC معلوم اختیار شده ، طـول اضلاع این مثلث نیز مشخص میگردد . پس هر یك از نقاط B و C نیز بوسیله طولهای مزبور معین میشوند و ماخص جسم بدست میآیـد . (ش ۴۷۲)



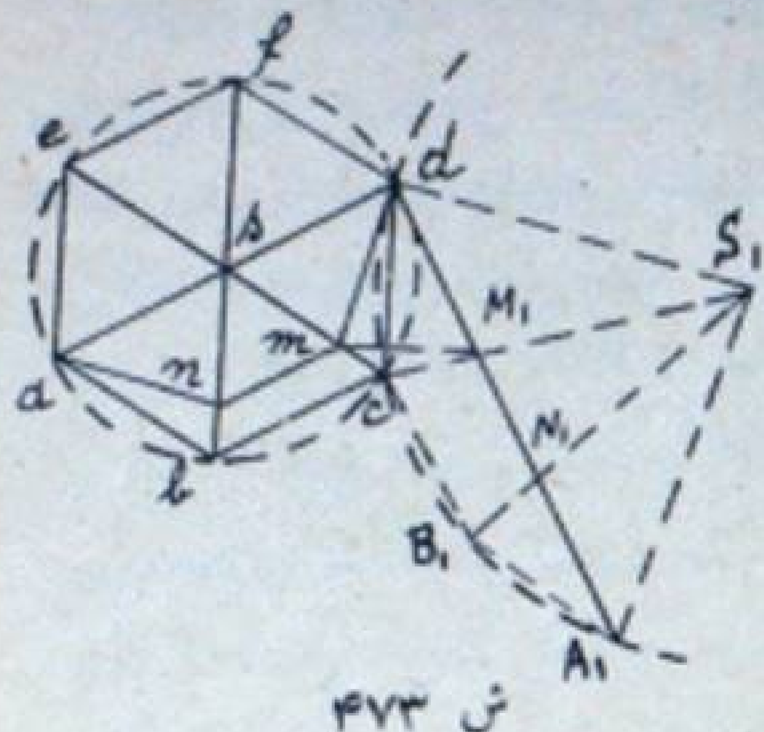
ش ۴۷۲

مسئله ۵۵۲

۱۰۲۷ - هرمی مفروض است‌که قاعده اش مسدس منتظم‌بوده طول یالهای جانبی آن دو برابر ضلع قاعده است مقصود تعیین اقصر فاصله بین دو نقطه مقابل از رؤس قاعده است بر سطح جانبی جسم بفرض آنکه قاعده بر صفحه افق باشد .

چون قاعده جسم مسدس منتظم واقع بر صفحه افق است پس تصاویر یالهای دیگر جسم بصورت اقطار دائرهٔ محیطی مسدس مزبور در خواهد آمد حال اگـر مقصود تعیین اقصر فاصله بین نقاط d و a از سطح جسم مزبور باشد وجوه sdc و

sab و sbc را بر صفحه افق مجاور یکدیگر مطابق‌شکل کسترش‌میدهیم باین‌ترتیب که‌بدواً مثلث‌متساوی الساقین dcS_1 را بامعلومات dc و $2dc$ (بنا بفرض) بنا نموده‌مجاور آن بترتیب مثلثات CS_1B_1 و $B_1S_1A_1$ را رسم میکنیم اقصر فاصلـه بین نقاط مفروض پس از کسترش‌عبارت‌ازخط‌مستقیم dA_1 خواهدبود که ضمناً بموازات CB_1 نیز میباشد خط مزبـور یال S_1C و S_1B_1 را در نقاط M_1 و N_1 قطع کرده که چون محـل این نقاط را در جسم تعیین مینمائیم اقصر فاصله مطلوب منکسر $anmd$ خواهد بود که ضلع nm از آن با cb موازی است .

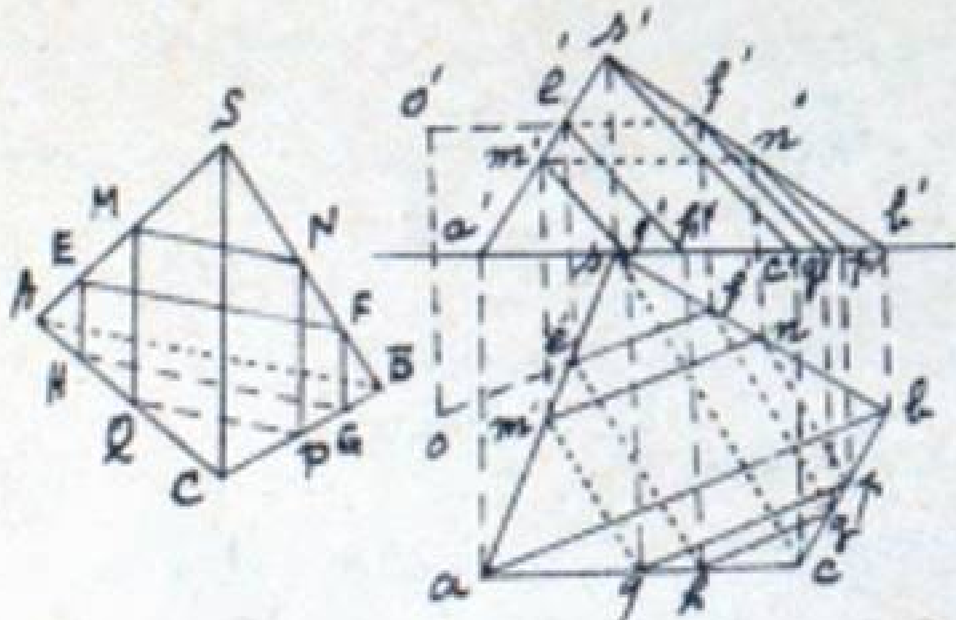


ش ۴۷۳

مسئله ۵۵۳

۱۰۲۸ - هرمی است که قاعده آن چهارضلعی مفروض د ر صفحه افق و رأس آن بر صفحهٔ قائم تصویر واقع است مطلوب تعیین صفحه ایست که بر نقطه مفروض گـذشته و جسم را در متوازی الاضلاع تلاقی نمایـد .

بدوا امتداد صفحهٔ قاطع را معین میسازیم باین ترتیب که اوساط یالهای SA و AC و SB و BC را مطابـق (ش ۴۷٤) بیکدیگر وصل مینمائیم شکل $MNPQ$ متوازی الاضلاع است‌زیرا هر یك ازدو ضلع NN و PQ موازی SC و مساوی‌نصف آن میباشند لازم میاید خود این دو خط موازی و مساوی بـوده در نتیجه شکل مزبور متوازی ـ الاضلاع شود ، حال‌اگر از نقطه اختیاری L صفحه‌ای بموازات صفحه‌$MNPQ$ رسم کنیم مقطع حاصل کـه چهار ضلعی است نظر باینکه اضلاعش دو بدو متوازی اند متوازی‌الاضلاع خواهد بود . ترسیم ملخص مقطع‌موافق همان ترتیبی که ذ کرشد درشکل (۴۷٤) ملاحظه میشود .

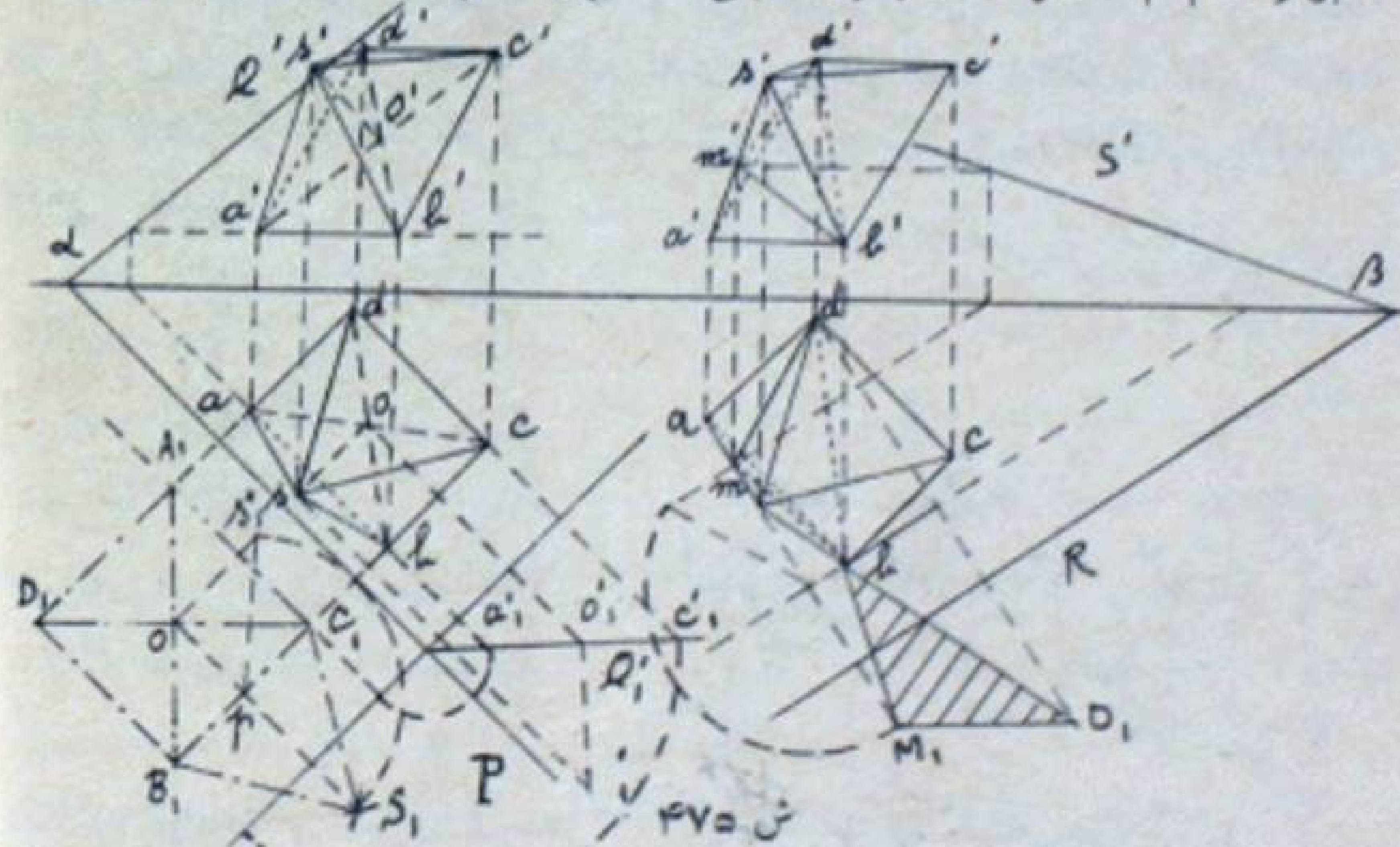


ش ۴۷٤

مسئله ۵۵۴

۱۰۲۹ ـ صفحهٔ $P\alpha Q'$ و نقاط A و C در آن مفروض اند مقصود تعیین ملخص هرم منتظمی است که قاعده‌اش مربع ABCD واقع دراین صفحه باشد ، پس. ازرسم ملخص مقطع جسم‌را بوسیله صفحه‌ای که عمودبروسط یال SA است تعیین نمائید.

بوسیلهٔ تغییر صفحه $P\alpha Q'$ را بمنتصب تبدیل مینمائیم اثر قائم این صفحه را حول اثر افقی تسطیح نموده تسطیح bb' و aa' و cc' را معین میسازیم A_1C_1 تسطیح قطر مربع حول $P\alpha$ مشخص میشود حال بروسط این‌خط عمودی اخراج کرده قطردیگر مربع را تعیین نموده رؤس را بیکدیگر وصل‌میکنیم تا مربع $A_1B_1C_1D_1$ نتیجه شود مربع را ترفیع میکنیم $abcda'b'c'd'$ قاعدهٔ جسم معین میگردد ، چون جسم منتظم است میتوان ارتفاع آنرا بوسیلهٔ رسم مثلث قائم الزاویهٔ os''_1p معین‌ساخت‌طول os'_1 برابر ارتفاع جسم است ولی چون صفحه بمنتصب تبدیل شد تصویرقائم ارتفاع که بر وسط $a'_1c'_1$ عمود است بطول حقیقی است پس کافی است از نقطهٔ o'_1 عمودی

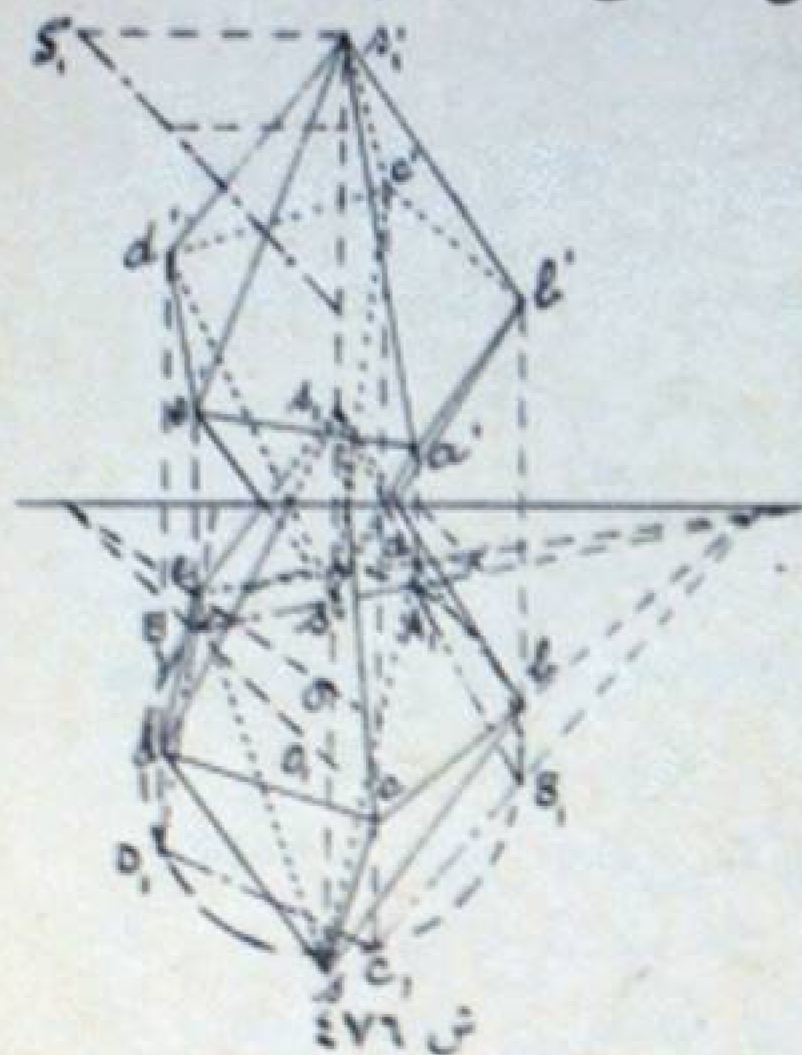


ش ۴۷۵

بر اثر قائم صفحهٔ منتصب اخراج کرده طول $o'_1s'_1$ را مساوی os''_1 جدا کنیم نقطهٔ s'_1 را قبل از تغییر صفحه معین مینمائیم ss' رأس هرم معین میشود (ش ۴۷۵) برای تعیین مقطع کافیست صفحه $R\beta S'$ را بر وسط یال $as'a'$ عمود کرده محل تلاقی یالهای دیگر را با آن بدست آوریم کثیر الاضلاع حاصل مقطع صفحهٔ مزبور در جسم‌است که میتوان‌آنرا حول $R\beta$ تسطیح کرده وسعت حقیقی آنرا تعیین‌نمود(ش۷۴۵)

مسئله ۵۵۵

۱۰۳۰ ـ دو هرم مخمس القاعده منتظم در قاعده مشترك میباشند ، صفحه قاعده برصفحهٔ منصف الزاویهٔ ناحیه اول‌قرار دارد مرکز و تصویر افقی یکی از رؤس قاعدهٔ معین است ارتفاع هرمها مساوی دو برابر ارتفاع مرکز قاعـده میباشد مقصود تعیین قسمتی از جسم است که در ربع اوّل قرار دارد .



ش ٤٧٦

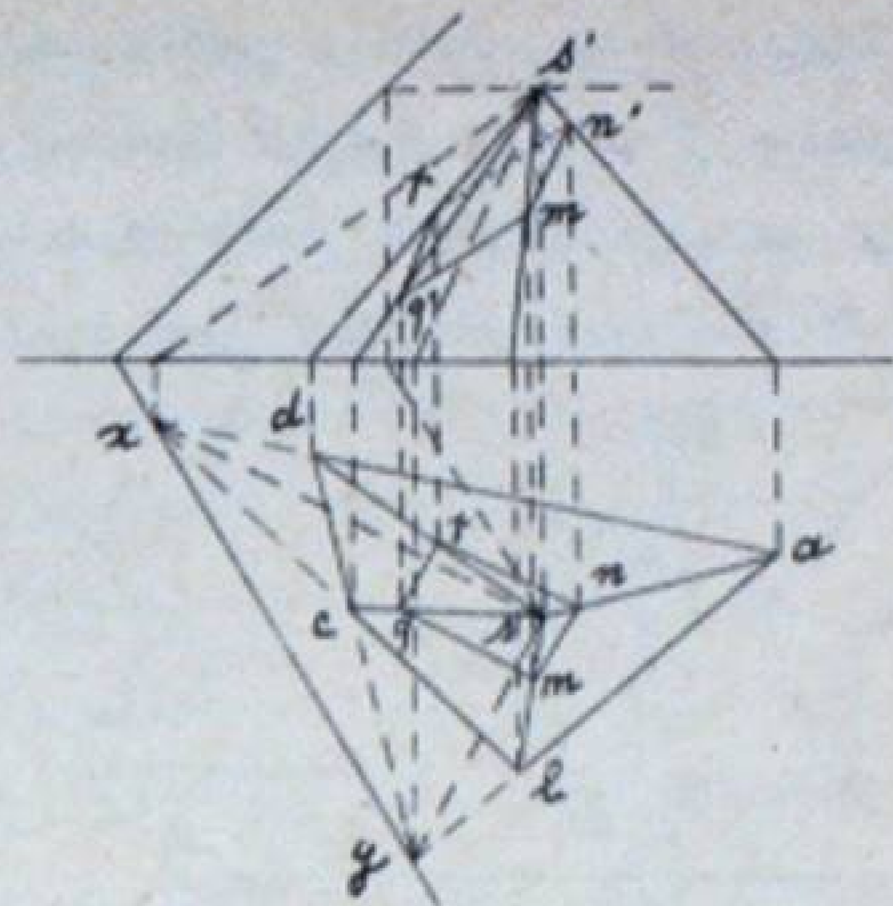
چون دو هرم نسبت بصفحه منصف‌الزاویه متقارن اند پس یکی ازآنها را بنا میکنیم باین ترتیب که مرکز oo' و رأس aa' را درصفحه منصف الزاویه تسطیح کرده دائره ای بشعاع O_1A_1 رسم مینمائیم در دائره مرسوم مخمس منتظمی که یکراسش A_1 باشد محاط‌نموده‌آنرا ترفیع میکنیم $abcdea'b'c'd'e'$ حاصل‌میگردد حال از مرکز oo' عمودی بر صفحهٔ منصف ـ الزاویه اخراج کرده طول آنرامساوی دوبرابر ارتفاع نقطه oo' جدامیکنیم ss' مشخص‌میگردد چون $oso's'$ را باندازهٔ خود از نقطه oo' امتداد دهیم راس هرم دیگر که قرینه اولی است نیزمشخص میگردد ، برای تعیین قسمتی از جسم که محصور بین‌صفحات تصویر است کافی است مقطع صفحهٔ افقی را در هرمی که برأس ss' است ومقطع صفحه قائم را در هرمی که برأس $s_1s'_1$ است معین مینمائیم حجم محصور بین این دو مقطع وجوه جانبی اهرام حجم مطلوب است (ش ۴۷۶)

مسئله ۵۵۶

۱۰۳۱ ـ هرم مربع‌القا عده‌ای که قاعده‌اش برصفحه افق‌واقع است مفروض میباشد . بر نقطه مفروض بر یکی از یالها یا نقطه اختیاری صفحه ای چنان مرور دهید که جسم را در متوازی الاضلاع تلاقی کند

چون باید مقطع متوازی الاضلاع شود پس اضلاع مقابل آن بترتیب بموازات فصل مشترك وجوه مقابل جسم یعنی (SAD و SBC) و(SDC و SBA)میاشدبنابر

این‌مقدمه‌فصل مشترک وجوه مزبوررا تعیین‌میکنیم یکی از نقاط فصل‌مشترک ss' و نقطهٔ دیگر آنرا بوسیله تعیین نقاط تلاقی آثار افقی وجوه مزبور بدست می آوریم بدین ترتیب $sxs'x'$ و $sys'y'$ امتداد فصل مشترک وجوه مزبور است حال از نقطه مفروض بر بال مثلا mm' یا از نقطه اختیاری oo' صفحه‌ای بموازات ایندو امتداد مرور میدهیم مقطع این صفحه در جسم چنانکه ملاحظه می شود متوازی الاضلاع $mnpqm'n'p'q'$ است (ش۴۷۷)

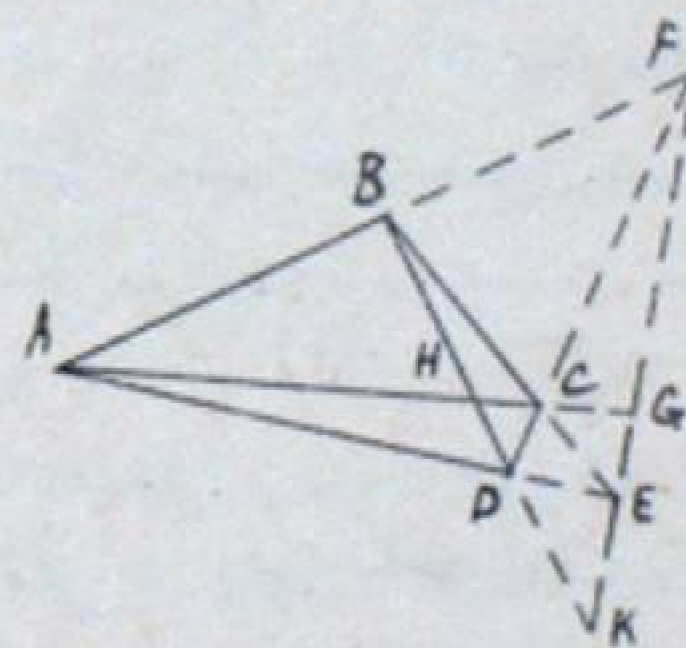


ش ۴۷۷

مسئله ۵۵۷

۱۰۳۲ - چهار ضلعی ABCD در صفحه افقی تصویر مفروض است رأس هرمی راکه قاعده اش چهار ضلعی مزبور است چنان تعیین کنید که مقطع صفحه ای قاطع در جسم مستطیل ، لوزی ، یا مربع گردد . (هورفر)

۱- چنانکه‌درمسئله فوق دیدیم‌شرط آنکه مقطع متوازی الاضلاع باشد این است که صفحه قاطع بموازات فصل مشترک وجوه مقابل هرم SABCD بشود ، اما فصل‌مشترک های مزبور از نقاط تلاقی اضلاع‌مقابل این‌چهار ضلعی نیز میگذرند پس چون اضلاع چهار ضلعی را امتداد دهیم نقاط E و F که محل تلاقی اضلاع‌مقابل آن‌است متعلق بفصل مشترک وجوه مقابل جسم است پس برای آنکه مقطع صفحه قاطع در جسم مستطیل شود باید خطوط SE و SF بر یکدیگر عمود باشند بعبارة اخری نقطهٔ S بر سطح کره ای واقع خواهد بود که بقطر EF رسم گردد (ش ۴۷۸)



ش ۴۷۸

۲ - چنانچه بخواهیم مقطع صفحهٔ قاطع بشکل لوزی باشد . باید نقطهٔ S را طوری اختیار نمود که چون از آن بموازات اقطار مقطع صفحه قاطع که متوازی‌الاضلاع است‌رسم کنیم دو خط مرسوم بر یکدیگر عمود شوند ، اماچون خط واصل بین راس S و محل تلاقی اقطار متوازی الاضلاع مقطع از نقطهٔ H که محل تلاقی اقطار چهارضلعی ABCD است‌خواهد گذشت وضمناً درچهارضلعی کامل ABCDEF هر قطر بوسیلهٔ دو قطر دیگر به نسبت توافق تقسیم میگرددیعنی مثلا :

$$\frac{HA}{HC} = -\frac{GA}{GC}$$

بنا بر این لازم میاید دستگاه SAHCG توافقی باشد ، اما دردستگاه‌توافقی اگر خطی بموازات‌یکی‌ازاشعه دستگاه مثلا SG رسم‌شودبوسیلهٔ سه خط دیگر بدو قسمت متساوی تقسیم میگردد و بالعکس هر خط که بوسیله‌سه خط دستگاه نصف شود بموازات خط چهارم آن‌است و ازطرف دیگر درمتوازی‌الاضلاع دوقطر یکدیگر را نصف میکنند و ضمناً دو سر قطر MP از متوازی‌الاضلاع مقطع بر خطوط SA و SC واقع میباشد ، بنابر این لازم میاید قطرMP بموازات SG باشد موافق همین استدلال معلوم‌میشود که قطرNQ بموازات SK است باین ترتیب معلوم میشود خطوطی که از نقطه S بموازات اقطار متوازی الاضلاع مقطع رسم میگردند از نقاط G و K که مزدوج توافقی نقطه H نسبت بدو سر قطر های چهار ضلعی ABCD است میگذرند پس شرط‌آنکه مقطع صفحه قاطع در جسم لوزی باشد این است‌که خطوط SG و SK بر یکدیگر عمود شوند واین وضع وقتی اتفاق میافتد که نقطهٔ S برسطح کره‌ای قرار گیرد که بقطر KG رسم شود . (ش ۴۷۸)

۳ - اگر بخواهیم مقطع صفحهٔ قاطع مربع گردد چون در مربع اضلاع و همچنین اقطار بر یکدیگر عمودند پس مکان نقـاط بر فصل مشترک دو کره است که باقطار EF و KG رسم میگردد یعنی بر محیط دائره‌ای قرار دارد . (ش۴۷۸)

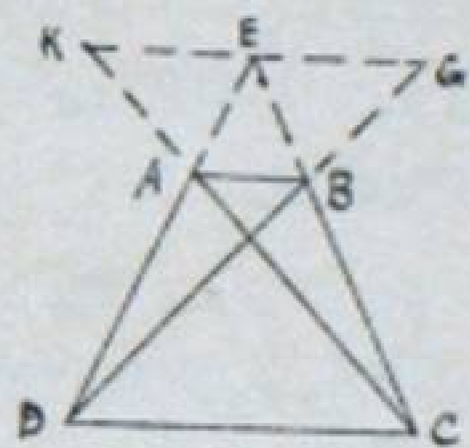
مسئله ۵۵۸

۱۰۳۳ - ذوزنقه ای که قواعدش مواجه است در صفحه افق قرار دارد ss' رأس هرمی است‌که ذوزنقه مزبور قاعدهٔ آن اختیار شده ، بر خط الارض صفحه ای مرور دهیدکه جسم‌را درمتوازی الاضلاع تلاقی نماید ممکن است راس S را طوری اختیار کرد که مقطع مستطیل لوزی یا مربع‌گردد .

۱ ـ چون قواعد ذوزنقه مواجه اند پس کافی است بر خط الارض صفحه ای مرور دهیم که بموازات فصل مشترك دو وجه مقابل دیگر از جسم باشد مقطع این صفحه متوازی الاضلاع خواهد بود .

۲ ـ شرط آنکه مقطع صفحهٔ قاطع مستطیل باشد این است که فصل مشترك صفحات مقابل جسم بر یکدیگر عمود باشند ولی چون یکی از این فصل مشترك ها همواره مواجه است پس باید فصل مشترك دو وجه دیگر نیمرخ باشد بعبارة اخری چنانکه رأس هرم را بر صفحه نیمرخی که بر E یعنی محل تلاقی دو ساق ذوزنقه میگذرد اختیار کنیم مقطع صفحه مار بر خط الارض در جسم مستطیل خواهد بود(ش۴۷۹)

۳ ـ برای آنکه مقطع لوزی باشد چنانکه درمسئلهٔ قبل دیدیم لازم است اقطار این لوزی بر یکدیگر عمود باشند اما خطوطی که از رأس جسم بموازات قطر لوزی مزبور رسم میشود قطر سوم چهار ضلعی کامل ABCD را که از نقطه E بموازات قاعده ذوزنقه رسم میشود از نقاط K و G تلاقی خواهد نمود (چون مزدوج توافقی نقطه E بفاصله بینهایت بر خط GK قرار دارد پس نقطه E وسط قطعه GK خواهد بود) از اینجا معلوم میشود رؤس اهرامی که مقطع صفحه قاطع در آنها لوزی است بر سطح کره ای قرار دارد که بمرکز E و شعاع EK رسم شود . (ش ۴۷۹)



ش ۴۷۹

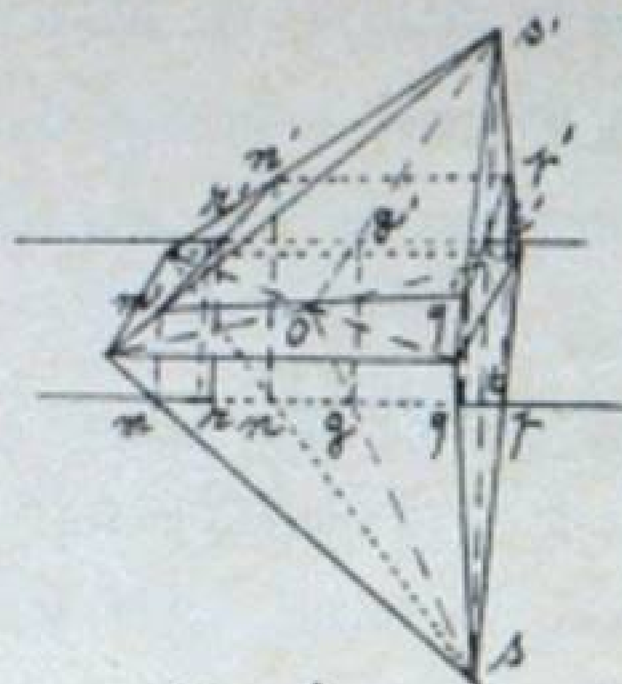
۴ ـ چون شرط اینکه مقطع صفحه قاطع مربع باشد این است که متوازی ـ الاضلاع مقطع اقطار و اضلاعش بر یکدیگر عمود باشند ، بنا بر این چنین نقاطی بر فصل مشترك صفحه نیمرخ مار بر E و کره‌ای بقطر GK قرار دارند بعبارة اخری بر محیط دائره ای واقع اند که بمرکز E و شعاع Ek در صفحه نیمرخ مار بر E رسم میشود . (ش ۴۷۹)

مسئله ۵۵۹

۱۰۳۴ ـ هرمی است که قاعده اش متوازی الاضلاع واقع در صفحه منصف‌الزاویه دوم میباشد ، مدخل و مخرج مواجهی راکه ازمرکز ثقل جسم میگذارد در جسم تعیین نمائید .

چون مرکز ثقل متوازی الاضلاع محل تلاقی دو قطر آن است پس مرکز ثقل جسم

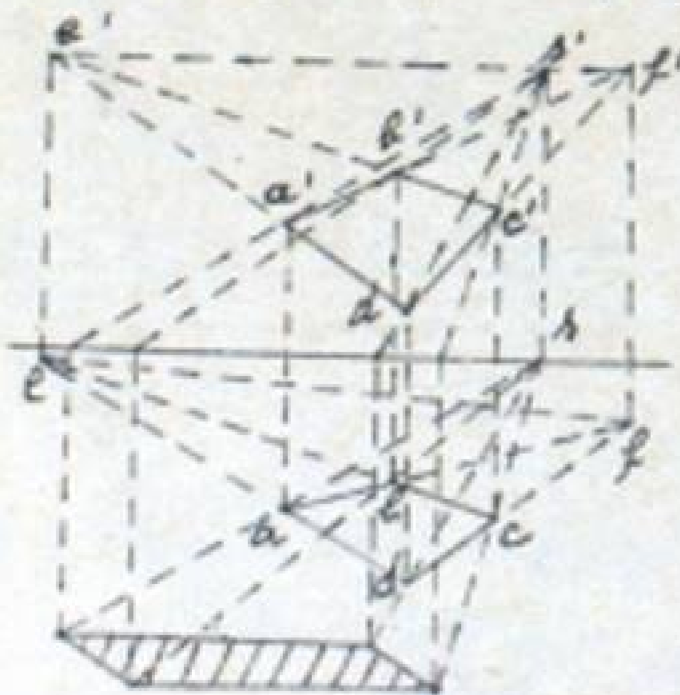
باین ترتیب بدست میاید که خط واصل بین راس ss' ومرکز oo' از قاعده را بچهار جزو متساوی تقسیم نمائیم gg' که منتهای قسمت سوم از طرف رأس است مرکز ثقل جسم میباشد حال از این نقطه مواجهی رسم کرده محل تلاقی آنرا با وجوه جسم بدست میاوریم باین ترتیب که تصویر افقی این خط رااثر افقی صفحهٔ قائمی اختیار کرده مقطع صفحه را درجسم که چهارضلعی $mnpqm'n'p'q'$ است معین میسازیم معلوم میشود مواجه مرسوم محیط این چهارضلعی را درنقاط rr' و tt' که همان مدخل ومخرج خط مواجه است تلاقی مینماید(ش۴۸۰)


ش ۴۸۰

مسئله ۵۶۰

۱۰۳۵ ـ در صفحهٔ جبهی چهار ضلعی کاملی که قطر خارجیش افقیه‌ای فوق چهار ضلعی است مفروض میباشد منبع نور را بقسمی اختیار کنید که سایهٔ منتقلهٔ چهار ضلعی محدب بر صفحهٔ افق متوازی الاضلاع شود ، آیا ممکن است منبع نور را بقسمی اختیار کرد که سایهٔ مزبور مستطیل لوزی یا مربع گردد .

۱ ـ واضح است همانطور که در مسئلهٔ نمره (۱۰۳۲) مذکورشد شرط اینکه مقطع صفحه قاطع در هرمی که قاعده اش چهار ضلعی ABCD است متوازی‌الاضلاع باشد این است که صفحه قاطع بموازات فصل مشترك وجوه مقابل جسم باشد ولی در اینجا چون بفرض قطر خارجی EF از چهارضلعی مزبور که بر صفحهٔ جبهی اختیار شده افقیه است و صفحه قاطع همان صفحهٔ افقی تصویر میباشد پس شرط آنکه مقطع این صفحه در جسم متوازی الاضلاع باشد این است که فصل مشترکهای وجوه مقابل که از نقاط E و F میگذرند در صفحهٔ افقی $e'f'$ قرار داشته باشند یعنی بعبارة اخری باید[1] منبع نور را در صفحهٔ افقی $e'f'$ اختیار کرد ،


ش ۴۸۱

۲ ـ شرط آنکه مقطع صفحهٔ افقی یعنی سایه منتقله چهار ضلعی بر صفحهٔ افقی تصویر مستطیل باشد این است که نقطهٔ S یعنی منبع نور بر محیط دائره ای قرار گیرد که فصل مشترك صفحهٔ افقی $e'f'$ و کرهٔ بقطر $efe'f'$ است .

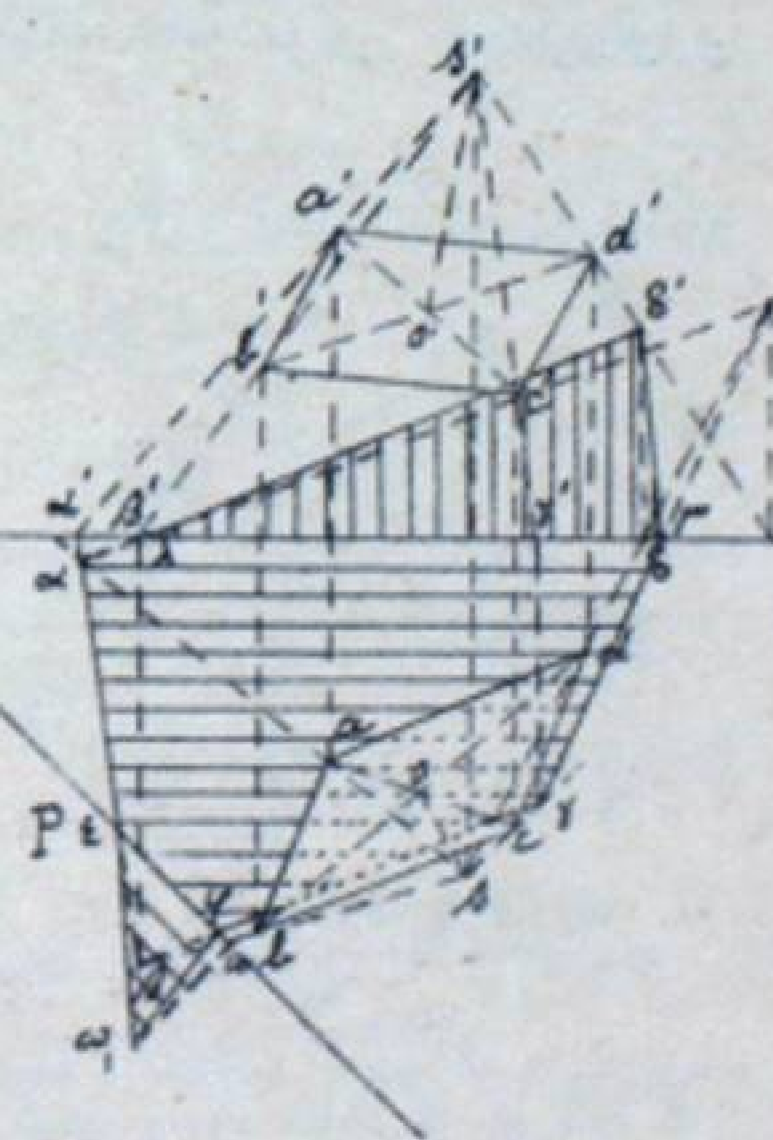
۳ ـ برای آنکه سایهٔ منتقله لوزی شکل شود باید منبع نور بر دائره ای که فصل مشترك کرهٔ بقطر $g'\kappa'$ است و صفحه افقی $e'f'$ است واقع گردد

٤ ـ بالاخره اگر بخواهیم سایه منتقله مربع شود باید منبع نور را بر محل تلاقی دائره‌ای که فصل مشترك دو کره بقطر $efe'f'$ و $g\kappa g'\kappa'$ است با صفحه افقی $e'f'$ قرار داد .

مسئلهٔ ۵٦۱

۱۰۳٦ ـ تصاویر متوازی الاضلاع و منبع نور بر عمودی که ازمرکز شکل بر صفحهٔ آن اخراج میشود معین است ، سایه متوازی الاضلاع را برگوشه ای که ازصفحات تصویر وصفحه قائمی مفروض تشکیل میگردد معین نمائید (فصل مشترك دوجسم) .

از محل تلاقی دو قطر متوازی الاضلاع $abcda'b'c'd'$ عمودی بر صفحه آن اخراج کرده بر آن نقطه ss' را بر منبع نور اختیار مینمائیم ازاین نقطه برؤس متوازی الاضلاع وصل میکنیم محل تلاقی خطوط واصل را باصفحات تصویر تعیین مینمائیم موافق آنچه که راجع بتعیین سایه منتقله میدانیم سایه متوازی‌الاضلاع برصفحه قائم مثلث $\lambda\delta'\mu$ وبرصفحه افق کثیرالاضلاع $\lambda\mu\gamma\beta\alpha$ میباشد اما چون صفحه قائم P نیزموجود است شعاع $sbs'b'$ قبل ازوصول بصفحه افق باصفحه P در نقطه ω تلاقی مینماید بقسمی که سایه‌ضلع $bcb'c'$ از متوازی الاضلاع درنقطهٔ φ که برفصل مشترك صفحه افق‌وقائم واقع است‌منکسر



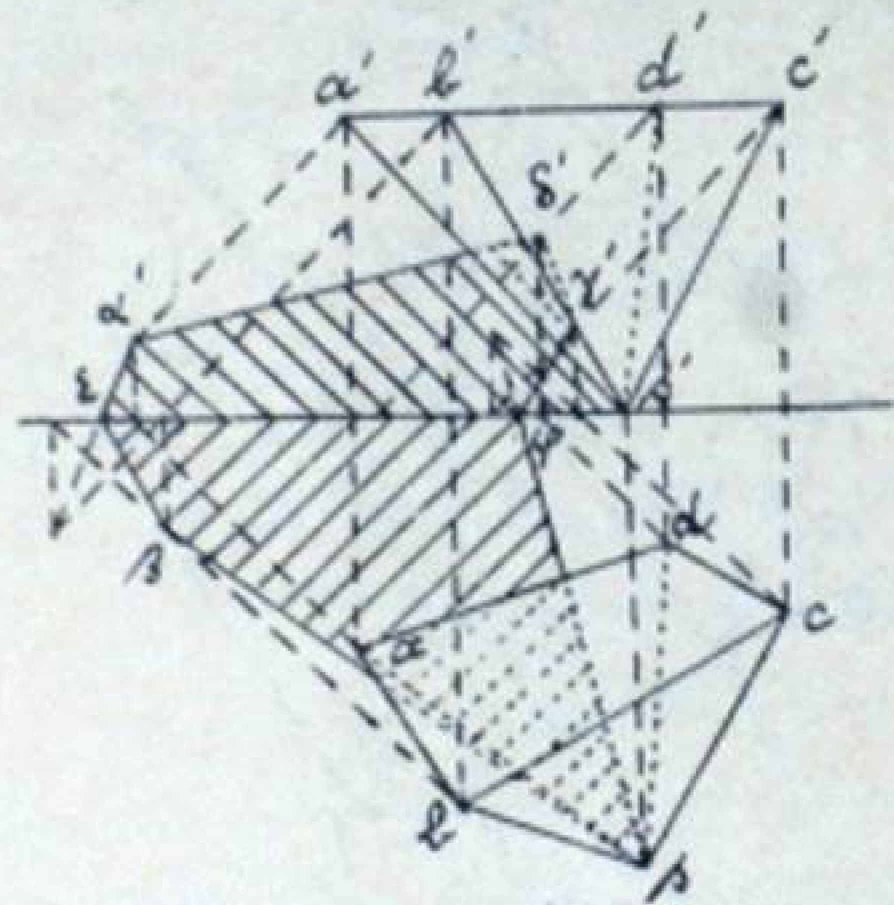
ش ٤٨۲

میشود باین ترتیب ω سایه قطعه ای از خط $bcb'c'$ بر صفحه P است بهمین ترتیب سایه خط $aba'b'$ نیز در نقطه ε منکسر میشود بنا بر این مثلث $\varepsilon\varphi\omega$ نیز سایه قسمتی‌از متوازی‌الاضلاع مفروض برصفحه قائم P است که میتوان این قسمت را حول اثر افقی صفحه مزبور تسطیح کرد تا مثلث $\varepsilon\omega_1\varphi$ نتیجه میشود (ش ۴۸۲)

مسئله ۵٦۲

۱۰۳۷ ـ رأس هرم مربع القاعده ای برصفحه افقی تصویر وقاعدهٔ آن فوق راس و بر صفحهٔ افقی H' قرار دارد ، مقصود تعیین سایه منتقله جسم است برصفحات تصویر با شعاعی که تصاویرش باخط‌الارض زاویه ۴۵° احداث مینماید .

جون رأس ss' بر صفحه افق واقع است بس سایهٔ آن همان نقطهٔ s خواهد حال سایهٔ رؤس دیگررا بوسیلهٔشعاع مفروض‌تعیین‌مینمائیم چنانکه ملاحظه میشود رؤس aa' و cc' و dd' بر صفحه قائم ورأس bb' برصفحه افق سایه دارند بنا بر این سایه یالهای SA و SC درنقاط ε و φ منکسر میشود بقسمی که مثلث $s\varepsilon\varphi$ سایه منتقله جسم بر صفحه افق و کثیر الاضلاع $\varepsilon\alpha'\delta'\gamma'\varphi$ سایه منتقله جسم‌برصفحهٔقائم است(ش٤٨۳)



ش ۴۸۳

مسئله ۵٦۳

۱۰۳۸ ـ تصاویر هرم مربع‌القاعده‌ای منظور است‌که رأس S ازآن معین بوده بعلاوه زوایای وجوه جانبی جسم با صفحات تصویر معین باشد و ضمناً اولا قاعدهٔ جسم درصفحه افق وثانیاً در صفحه $P\alpha Q'$ قرار گیرد .

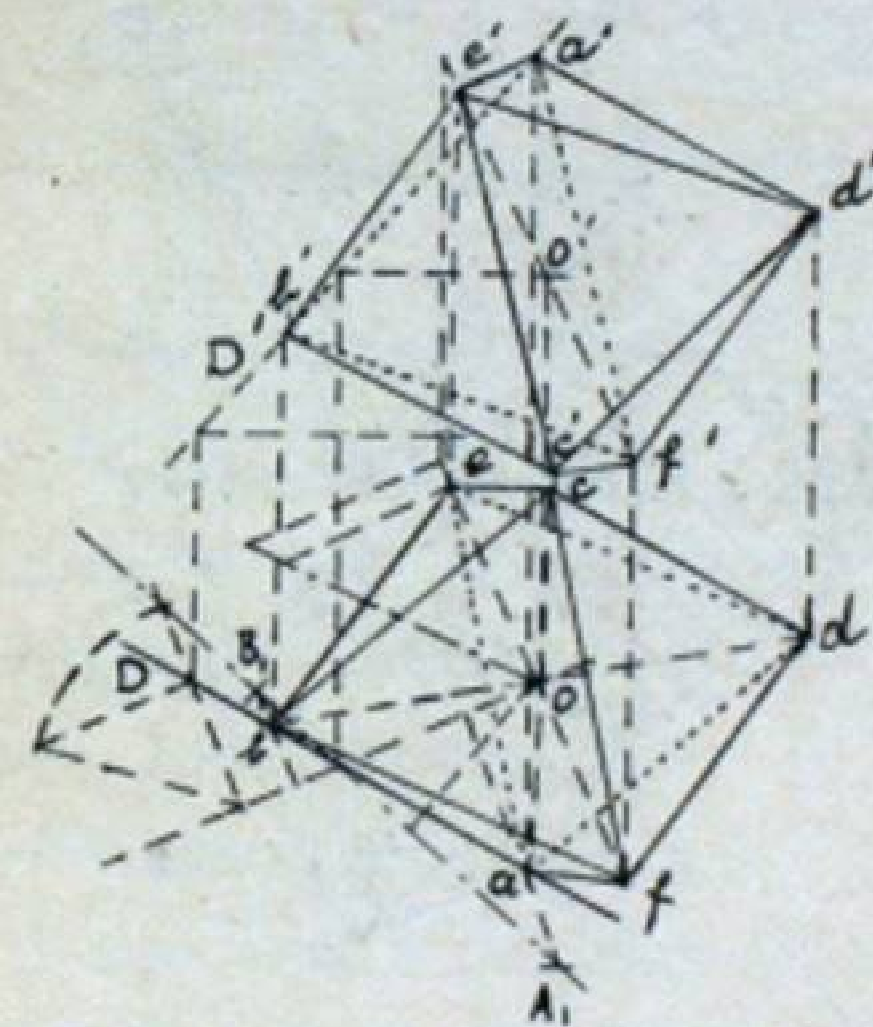
از رأس S صفحاتی رسم میکنیم که با صفحات تصویر زوایای معین ایجاد نماید باین شکل که بدواً از این نقطه خطوطی که با صفحات تصویر زوایائی مساوی متمم

زوایای مزبور تشکیل‌دهد ترسیم میکنیم (مسئله نمره ۱۰۲۵) پس‌از آن‌ازنقطهٔ ss' صفحاتی‌براین خطوط عمود مینمائیم آثار افقی این صفحات بامحل تلاقی آنها باصفحه مفروض $F\alpha Q'$ قاعدهٔ جسم را معین میسازد .

مسئله ۵۶۴

۱۰۳۹ - مقصود رسم هشت وجهی منتظمی است که مرکز وامتداد یك یالش معین باشد

از مرکز oo' خطی بر امتداد یال یعنی DD' عمود مینمائیم طول حقیقی این عمود برابر نصف ضلع هشت وجهی است ، در صفحهٔ مار بر oo' و DD' مربعی که مرکزش oo' و وسط یك ضلعش موقع عمود مرسوم‌باشد بنامیکنیم بنابرآنکه طول ضلعش مساوی دوبرابرفاصله oo' از DD' باشد باین‌ترتیب نقاط aa' و bb' و cc' و dd' چهارراس از جسم معین میگرددحال‌ازمرکز مربع یعنی oo' عمودی بر صفحه آن اخراج کرده از طرفین این خط طولهائی‌برابر نصف قطرمربع مرسوم جدا میکنیم ee' و ff' دو راس دیگر جسم‌نیزمعین‌شده‌ملخص آن مشخص‌میگردد(ش ٤٨٤)



ش ٤٨۴

مسئله ۵۶۵

۱۰۴۰ - هشت‌وجهی‌منتظمی رسم‌کنید که یك رأس‌وامتداد یك قطرش معین باشد

در اینجا از رأس مفروض عمودی بر امتداد قطر فرود آورده موقع عمود را تعیین میکنیم طول حقیقی این عمود مساوی نصف قطر مربعی است که چهار راس جسم را معین میسازد پس این مربع را میتوان رسم کرده مانند مسئله قبل عمل‌نمود

مسئله ۵۶۶

۱۰۴۱ - مقطع صفحه ایراکه از مرکز هشت وجهی منتظم عمودبر یکی از یالهای آن میشود تعیین‌کنید

چنین صفحه ای بر دو رأس از جسم و وسط دو یال آن مرور مینمایدبنابراین مقطع آن لوزی است که یك قطرش برابریال جسم و قطر دیگرش مساوی یکی‌از اقطارآن است (ش ٤٨٤)

مسئله ۵٦۷

۱۰۴۲ - مقطع صفحه ایرا در هشت وجهی منتظمی که‌قطرش‌قائم فرض شده تعیین‌کنید بنابرآنکه‌از مرکز جسم‌وخطی معین مرور نماید .

ش ۴۸۵

بموجب فرض مسئله تصویر افقی جسم‌بشکل مربع $abcd$ و تصویر قائم آن بصورت لوزی $e'd'f'b'$ است حال چون‌محل تلاقی یالهای‌جسم را با صفحه ای که بمرکز و خط DD' میگذرد تعیین نمائیم مقطع حاصل بصورت چهار ضلعی $mnpqm'n'p'q'$ خواهد بود (ش ٤٨۵)

مسئله ۵٦۸

۱۰۴۳ - سایهٔ هشت وجهی منتظمی را که دو وجهش افقی است با شعاعی که تصاویرش خط الارض را بزاویه°۴۵قطع کرده اند برصفحات تصویر تعیین نمائید .

ابتدا هشت وجهی‌مفروض را بنا میکنیم باین ترتیب که مثلث $abea'b'e'$ را برصفحه‌افقی‌تصویر بقسمی رسم مینمائیم که یك ضلع آن مثلا $aba'b'$ منتصب‌باشد ضمنا چون ظل‌زاویهٔ صفحه‌قطری‌باوجوه جسم‌برابر $\sqrt{۲}$ است‌بنابراین از اثر قائم منتصب $aba'b'$ خطی رسم‌می نمائیم که ظل زاویه آن‌باخط‌الارض برابر $\sqrt{۲}$ باشد باین‌ترتیب که‌مثلث متساوی الساقین pmn را بضلع‌واحد بنا نموده‌وتر

ش ۴٨٦

آنرا بر رابط m نقل میکنیم pm' اثر قائم صفحهٔ مزبور است حال‌چون ازنقطه ee' عمودی بر صفحه مزبور فرود آورده آنرا ازموقع عمود بطولی برابر خود امتداددهیم ff' یکراس دیگر جسم نیز معین میشود بالاخره چون o مرکز مربع واقع در صفحه قطاری است پس اگر خطوط $oao'a'$ و $obo'b'$ را بطولی مساوی خود امتداد دهیم دورأس دیگر جسم یعنی نقاط cc' و dd' بدست میاید (ش ۴۸۶). برای تعیین سایه منتقله جسم بر صفحات تصویرکافی است از رؤس جسم خطوطی چنان رسم کنیم که باخط الارض زاویهٔ ۴۵° احداث نماید محل تلاقی خطوط مزبور را باصفحات تصویر معین مینمائیم و بمناسبت موقع آنها را بیکدیگر وصل میکنیم تا دورهٔ سایهٔ منتقله معین شود (ش ۴۸۶).

ج ـ منشور و متوازی السطوح

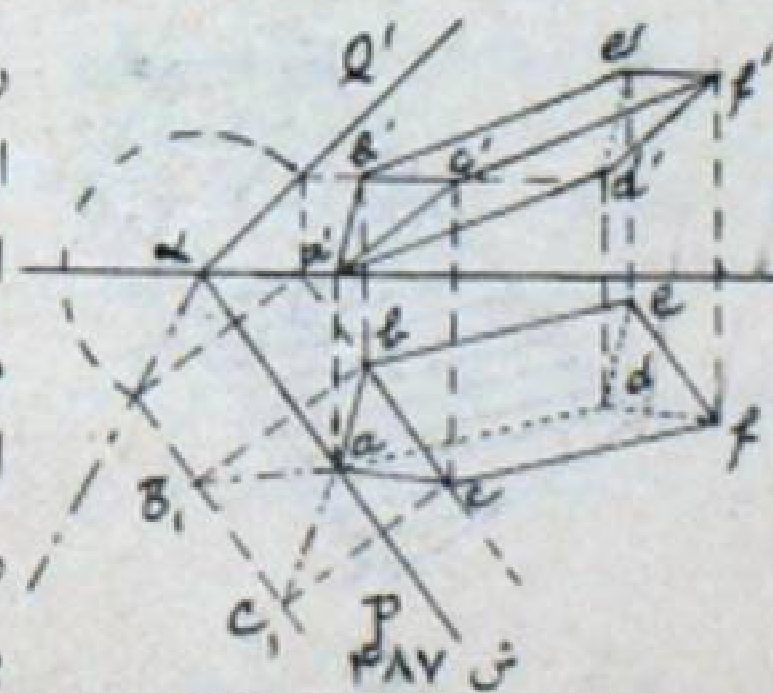
مسئله ۵۶۹

۱۰۴۴ ـ تصویر افقی منشور مثلث القاعده و تصویر قائم قاعدهٔ آن بانضمام ارتفاع جسم معین است تصویر قائم جسم را تعیین نمائید

صفحه ای بموزات قاعدهٔ معلوم جسم و بفاصله معین ارتفاع رسم مینمائیم قاعده دیگر جسم دراین‌صفحه قراردارد چون تصویر افقی آن معین است میتوان‌تصویر قائمش‌را برصفحه مزبورمعین ساخت

مسئله ۵۷۰

۱۰۴۵ ـ منشور مثلث القاعدهٔ منتظمی‌را رسم نمائیدکه صفحه‌قاعدهٔ ABC و طول ضلع این مثلث معلوم بوده و بعلاوه امتداد یال جانبی آن نیزمعین باشد وبدانیم که A درصفحه افق تصویر و BC افقیه‌است .

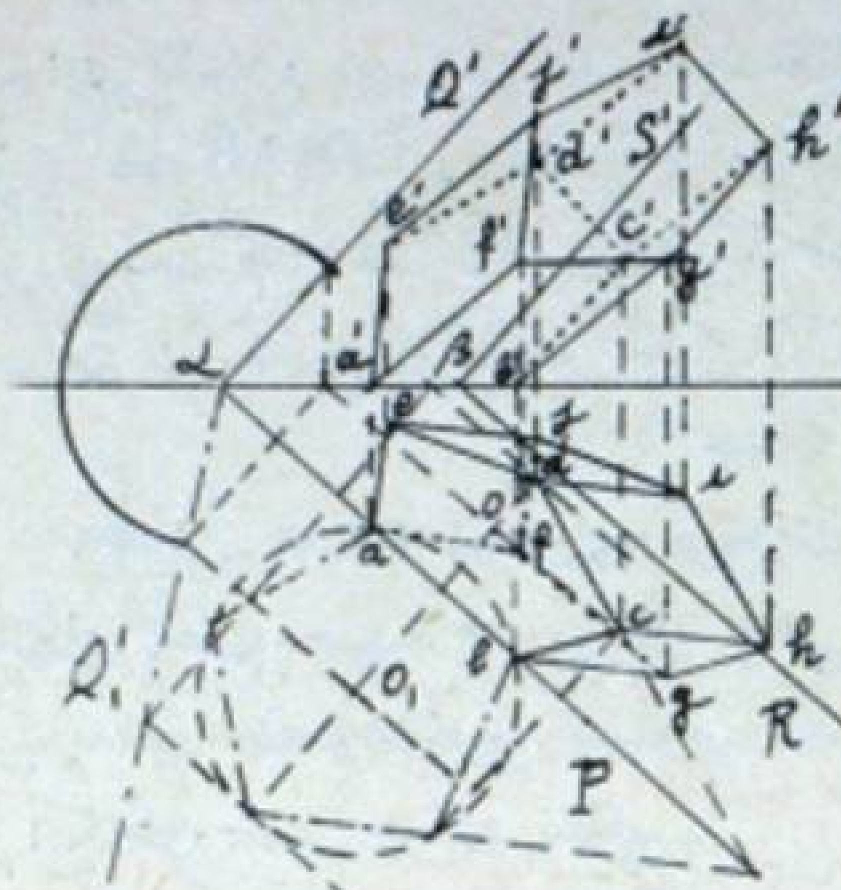


ش ۴۸۷

در صفحه مفروض $P\alpha Q'$ مثلث $abca'bc'$ را بضلع معین بقسمی رسم مینمائم که رأس aa' از آن بر اثر افقی صفحه وضلع $bcb'c'$ افقیه ای ازاین صفحه باشد . چون امتداد یال جانبی منشور معین‌است ازرؤس مثلث مرسوم بموازات این‌امتداد رسم کرده بریکی ازآنهاطول $ada'd'$ را برابر ضلع مثلث نقل نموده از این نقطه بموازات قاعده $abca'b'c'$ رسم میکنیم مثلث $defd'e'f'$ وصل میشود (ش ۴۸۷)

مسئله ۵۷۱

۱۰۴۶ ـ رسم منشورمنتظمی‌منظور است‌که صفحه قاعدهٔ آن ،مرکز و یك رأس قاعده در این صفحه مفروض بوده‌بعلاوه عدداضلاع‌قاعده و ارتفاع‌جسم نیز معین‌باشد .

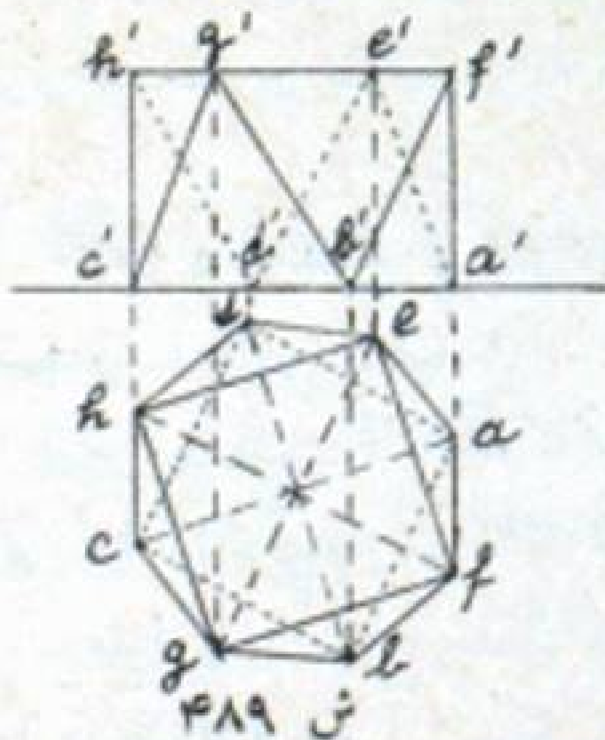


ش ۴۸۸

قاعدهٔ منشور را مخمس‌اختیار مینمائیم پس در صفحه مفروض $P\alpha Q'$ مخمس منتظم $a'b'c'd'e'$ $abcde$ را بقسمی رسم میکنیم که مرکزش نقطه مفروض oo' و یکراسش aa' باشد حال صفحهٔ $R\beta S'$ را بموازات $P\alpha Q'$ وبفاصله معین ارتفاع جسم رسم مینمائیم ، چون جسم‌منتظم است ،یالهای‌جانبی آن بطول اضلاع قاعده است ، پس بر صفحهٔ $R\beta S'$ نقطه ای تعیین میکنیم که از aa' بفاصله ضلع مخمس باشد $afa'f'$ یکی از یالهای جانبی جسم میشود حال‌چون از رؤس دیگر مخمس بموازات این یال رسم کرده و بهمین طول ازآن‌جدا کنیم قاعدهٔ دیگر جسم نیز معین میگردد (ش ۴۸۸)

مسئله ۵۷۲

۱۰۴۷ ـ مربع ABCD در صفحهٔ افقی تصویر و مربع EFGH در صفحه افقی H' مساوی با آن قراردارند بقسمی‌که مراکز دو مربع بر یك قائم واقع بوده واضلاع مربع اولی‌بموازات اقطار مربع دومی است حجم شبه منشور محصور بین دو مربع را نمایش‌دهید.



ش ۴۸۹

کافی‌است مربعات $abcda'b'c'd'$ و $e'f'g'h'$ $efgh$ رامطابق فرض مسئله رسم کرده‌رؤس آنها را بیکدیگر وصل نمائیم‌تاحجم‌محصورمشخص گردد (ش ۴۸۹)

مسئله ۵۷۳

۱۰۴۸ ـ بر چهار نقطهٔ غیر واقع در یك صفحه چهار خط متوازی

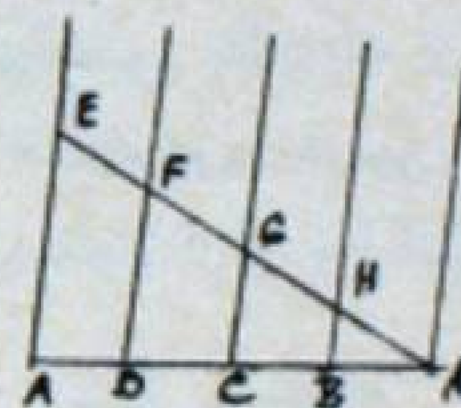
بقسمی مرور دهیدکه مقاطع حاصل در منشوری که از این چهار خط تشکیل میگردد متوازی الاضلاع شود .

چهارنقطه را AوBوCوD فرض میکنیم چون باید مقاطع صفحات قاطع‌مفروض متوازی الاضلاع شود پس باید وجوه مقابل منشور با هم متوازی شوند، بنا بر این بر دوخط ABوCD و همچنین بر دوخط ADوBC دو صفحه بموازات یکدیگر مرورمیدهیم فصل مشترك این‌صفحات که ازنقاط مفروض میگذرند چهار خط متوازی خواهند شد بقسمی که مقاطع حاصل در منشور متوازی الاضلاع میگردد.

مسئله ۵۷۴

۱۰۴۹ ـ قاعدهٔ منشوری مربع ABCD واقع بر صفحهٔ افق است . یالهای جسم جبهیه اند بر یال جانبی مار بر نقطهٔ A نقطهٔ E را اختیار می نمائیم مقصود تعیین تصاویر اقصر فاصله بین دونقطهٔ AوE است بنا برآنکه‌دورجسم حرکت نمائیم .

زاویه بین یال‌جانبی جسم و ضلع مربع قاعده را تعیین نموده خطABCDA رابطول محیط مربع‌رسم میکنیم وازنقاط‌مزبورخطوطی‌رسم مینمائیم که باآن‌زاویه‌بین‌یال‌وضلع قاعده‌را ایجاد نمایدوضع نقطهE رابریال‌ماربرA معین‌مینمائیم خط AEرا وصل‌میکنیم اینخط یالهای دیگر را در نقاط HوGوF تلاقی می کنند قطعات DHوCGوBF را بر یالهای نظیر درجسم نقل‌می نمائیم (چون یالهای مزبور جبهیه است نقل این قطعات بسهولت انجام میگیرد) باین‌ترتیب تصاویر منکسری که اقصرفاصله بین نقاط AوE است معین‌میشود(ش۴۹۰)



ش ۴۹۰

مسئلهٔ ۵۷۵

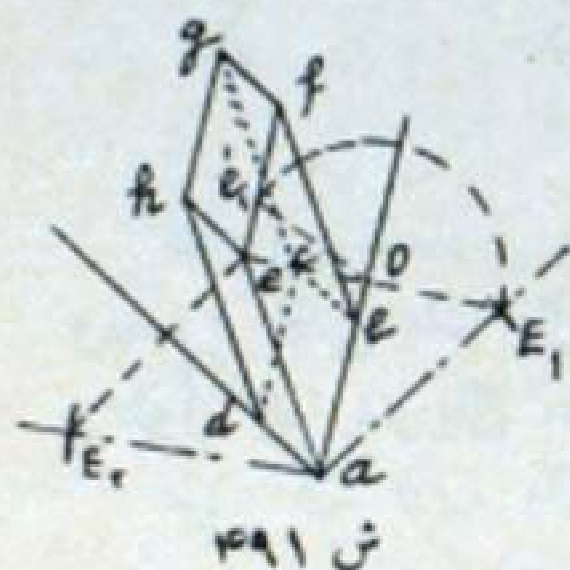
۱۰۵۰ ـ ارتفاع و دویال متقابل ازمتوازی‌السطوح قائمی معین‌است جسم را نمایش دهید .

فرض میکنیم $aba'b'$و$ada'd'$ دو یال جسم باشند از bb' بموازات $ad'ad'$ و از نقطه da' بموازات $ab'a'b'$ رسم میکنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ cc' تلاقی نمایند متوازی الاضلاع حاصل قاعده جسم است‌حال از رأس aa' عمودی برصفحه متوازی لاضلاع اخراج میکنیم وبر آن طول ارتفاع را نقل مینمائیم یکی ازرؤس قاعدهٔ فوقانی معین میگردد و بهمین منوال سایر رؤس را مشخص میسازیم .

مسئله ۵۷۶

۱۰۵۱ ـ دو خط AB و AD درصفحه افق اضلاع قاعده متوازی ـ السطوحی میباشند. طول یال جانبی AE و کمیت زوایای BAEوBAE نیز معین است جسم را نمایش دهند .

کنج A را با معلومات سه‌زاویه بنامیکنیم باین ترتیب که زوایای $ab$$E_1$و$de$$E_2$ را برابر مقادیر معین جدا میکنیم بر ضلع دیگر این زوایا طولهای AE_1 و AE_2 را مساوی طول یال جسم نقل مینمائیم از نقاط E_1وE_2 عمودی بر لولا هائیabوad فرود میاوریم تا در نقطه e یکدیگر را تلاقی نمایند، از نقاط b و c و d بموازات ae رسم کرده از آنها برابر طول ae جدا نموده تصویر جسم را کامل میکنیم (ش ۴۹۱) و برای تعیین ارتفاع e کافی است مثلث قائم الزاویه$e_1'oe$ را بنا کنیم ee_1' برابر ارتفاع نقطه e است پس میتوان تصویرقائم جسم‌را نیزمعین‌ساخت



ش ۴۹۱

مسئله ۵۷۷

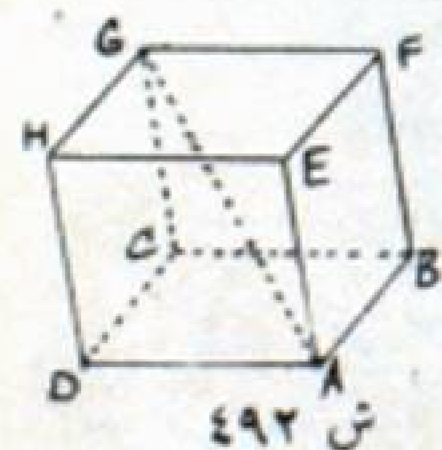
۱۰۵۲ مقصود رسم متوازی السطوحی است که امتداد سه یال دو بدو غیر واقع در یك صفحه آن معین باشد .

بر هر یك از امتداد های مفروض صفحه‌ای بموازات امتداد دوم مرورمیدهیم تا امتداد یال سوم را در نقطه ای که یکی از روس جسم است تلاقی نماید باین ترتیب سه رأس جسم که بر سه امتداد مفروض منطبق است معلوم میشود و درنتیجه تصاویر جسم بدست میاید .

مسئله ۵۷۸

۱۰۵۳ ـ مقصود رسم متوازی‌السطوحی است‌که تصاویر یك‌قطرآن و امتداد سه یالش معین باشد

خط AG را قطر معلوم متوازی‌السطوح فرض میکنیم از نقطهٔ A بموازات سه امتداد یالها رسم مینمائیم، از نقطه G بموازات AE رسم میکنیم تا صفحه ای که بر AB و AD میگذرد در نقطه C که یکراس جسم‌است‌تلاقی‌نماید از نقطهٔ اخیر بموازات امتداد یالهای AB و AD رسم مینمائیم تا متوازی‌الاضلاع



ش ۴۹۲

$ABCD$ تشکیل گردد ، رؤس دیگر جسم بسهولت معلوم میشود (ش ۴۹۲)

مسئله ۵۷۹

۱۰۵۴ ـ متوازی السطوحی رسم کنید که تصاویر دو یال متقاطع و تصاویر قطر مار بر نقطه تلاقی ایندو یال معین باشد

تصاویر متوازی الاضلاع $ABCD$ را بوسیله تصاویر دو یال AB و AD میتوان معین کرد ولی چون تصاویر قطر AG نیز معین است پس امتداد یال سوم جسم از وصل نقطهٔ C به G بدست میاید بنابراین تصاویر جسم معین میگردد (ش ۴۹۲)

د ـ مکعب مستطیل و مکعب

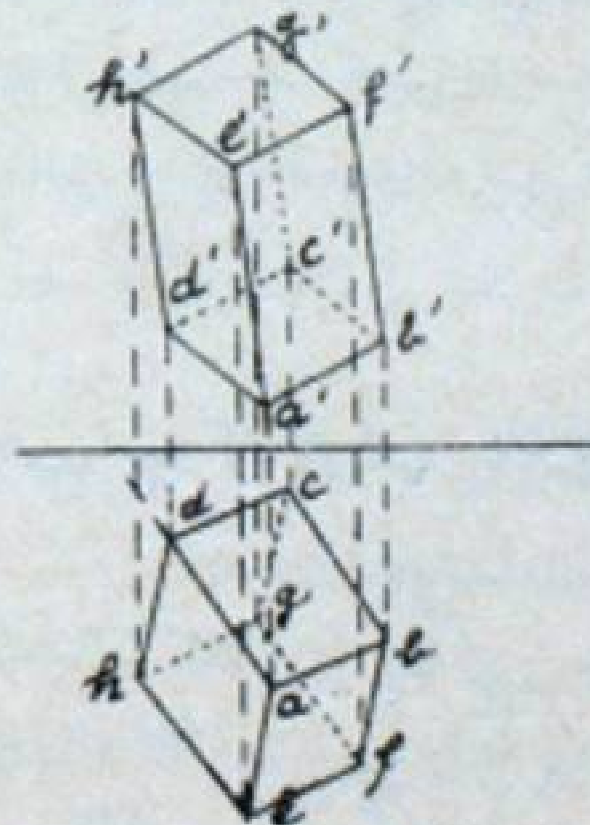
مسئله ۵۸۰

۱۰۵۵ ـ تصاویر مکعب مستطیلی را تعیین کنید که تصاویر یك رأس و تصویر افقی یك یال مار براین راس و امتداد تصاویر افقی دو یال دیگر وطول این دو یال معین باشد

چون کنج a سه قائمه است و تصاویر افقی یالهای این کنج معین میباشد . تصاویر قائم آنها را بسهولت میتوان معلوم کرد (نمره ۲۵۰) پس از تعیین امتداد یالهای دیگر چون طول آنها بفرض معلوم است برهریك طول نظیرش را نقل میکنیم

مسئله ۵۸۱

۱۰۵۶ ـ تصاویر مکعب مستطیلی را معین کنید که تصاویر یك یال و تصویر افقی یال دیگر و طول یال سومش معین باشد .



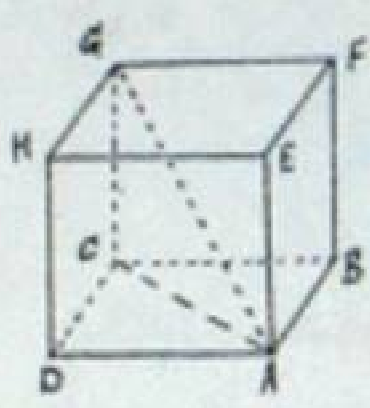
ش ۴۹۳

$aba'b'$ را یال معلوم و ad را تصویر افقی یال دیگر فرض میکنیم چون زاویه a قائمه است تصویر قائم یال ad بسهولت معین میگردد بنا بر این متوازی الاضلاع $dbcda'b'c'd'$ یکی از وجوه جسم معلوم می شود حال چون یال سوم مکعب مستطیل بر این وجه عمود است و طول آن نیز معین است پس از نقطه aa' عمودی بر وجه مزبور اخراج کرده از آن طول معین را جدا مینمائیم و متوازی الاضلاع $efghe'f'g'h'$ را بنا مینمائیم ملخص جسم معین میگردد (ش ۴۹۳)

مسئله ۵۸۲

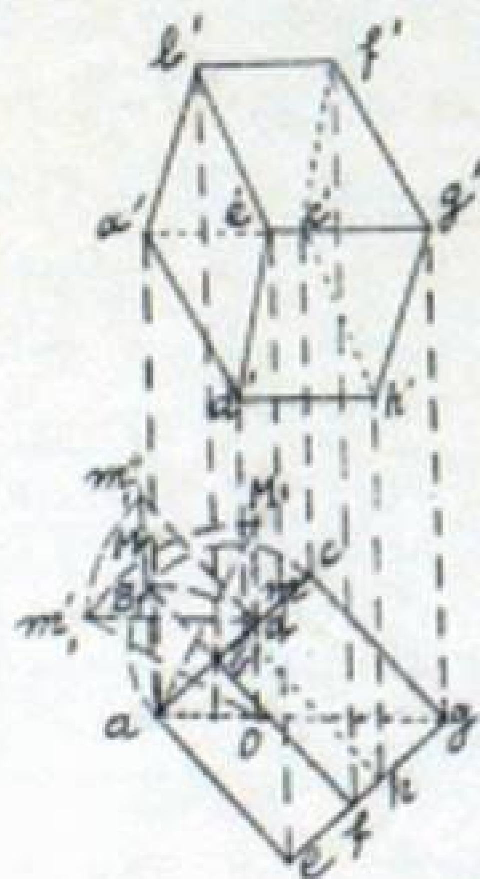
۱۰۵۷ ـ مکعب مستطیلی رسم کنید که یك قطر آن وزوایائی که این قطر با دو یال جسم تشکیل میدهد در دست باشد .

صفحه قطری $ACGE$ از مکعب مستطیل را برصفحه افقی فرض میکنیم بنابراین قطر مفروض AG نیز در همین صفحه قرار دارد ، حال چون بفرض مثلا زوایای EAG و BAG معلوم بوده وزاویهٔ EAB قائمه است پس کنج A را میتوان بامعلومات سه زاویه بنا کرده امتداد یالهای AE و AB را بدست آورد



ش ۴۹۴

باین ترتیب که خطوط ea و aB_1 را چنان رسم میکنیم که با ag زوایای فرض مسئله را احداث نمایند از نقطهٔ a عمودی نیز بر ea اخراج مینمائیم تا تسطیح یال AB حول لولای ae معین شود ، چون زاویه GEA قائمه است پس اگر از نقطه g عمودی بر امتداد ae فرود آوریم نقطهٔ e که یکراس جسم است معین میگردد و بالاخره اگر از نقطهٔ a بموازات eg رسم کنیم نقطهٔ c که رأس دیگر جسم است معلوم میشود ، برای تعیین نقطه b ملاحظه میکنیم که یال AB از طرفی بر EA عمود بوده وازطرف دیگر با AG زاویه معین ایجاد میکند پس خطی رسم مینمائیم که با ag زاویه مزبوررا احداث کند از نقطهٔ اختیاری M_1 واقع بر این خط عمودی بر لولای ag فرود میاوریم تا امتداد ac را در نقطهٔ m تلاقی نماید ، اختلاف ارتفاع نقطه m را بوسیله رسم مثلث قائم الزاویه mm'_1o بدست میاوریم چون زاویهٔ ABC نیز قائمه است پس تسطیح B حول لولای AC بر محیط دائره ای واقع است که بقطر ac رسم شود از طرف دیگر میتوان تسطیح AB را حول این لولا نیز بدست آورد باین ترتیب که از نقطه m عمودی بر ac اخراج میکنیم و از آن طولی مساوی mm'_1 جدا مینمائیم خط aM_2 تسطیح یال AB است این

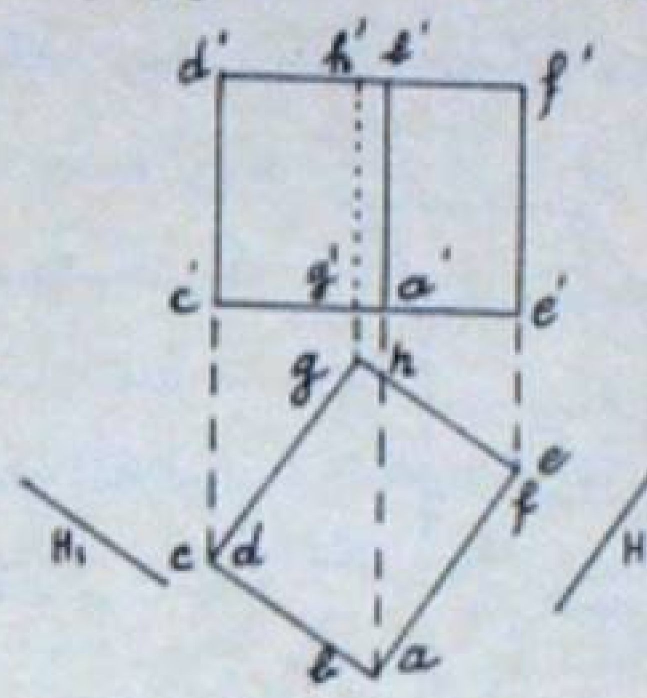


ش ۴۹۵

خط محیط نیمدائره را در نقطه مطلوب B_1 تلاقی مینماید پس bb' باین ترتیب بدست آمده و پس از آن dd' و سایر رؤس جسم مشخص میگردند و ملخص جسم معین میشود (ش ۴۹۵)

مسئله ۵۸۳

۱۰۵۸ ـ سه‌خط دو بدو متنافر مفروض اند یکی‌ازآنها قائم ودوخط دیگر افقیه است بقسمی که تصاویر افقی دو خط اخیر بریکدیگر عمود می باشد. مقصود تعیین تصاویر مکعب‌مستطیلی‌است که خط مزبور سه یال‌آن باشند



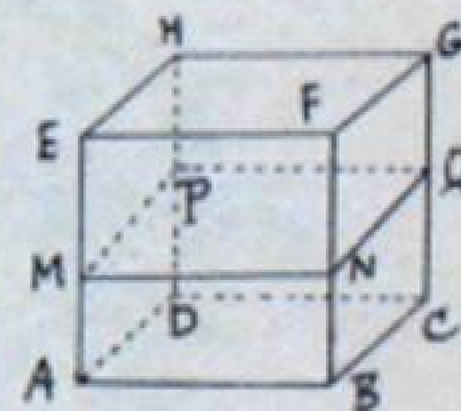
ش ۴۹۶

واضح است چون دو خط از خطوط مزبور افقیه است دو وجه مقابل مکعب افقی وچهار وجه آن قائم میگردد . برای تعیین تصاویر مکعب کافی است از نقطه ab که تصویر یال قائم است بموازات افقیه ها رسم کنیم تامستطیل $abcd$ که تصویر افقی‌مکعب‌مستطیل است معین‌گردد چون از رؤس این مستطیل رابطهائی رسم کنیم تصویرقائم مکعب مستطیل نیز معلوم میشود (ش ۴۹۶)

مسئله ۵۸۴

۱۰۵۹ ـ در مکعب مستطیلی صفحهٔ قاطع را بقسمی تعیین‌کنیدکه مقطع مربع‌گردد

چنانچه بخواهیم مقطع مستطیل شود باید صفحه قاطع بموازات یکی از یالهای جسم باشد بنابراین همواره امتداد یکی از اضلاع مربع بموازات یك یال مستطیل خواهد بود اینخط را در یکی از وجوه رسم مینمائیم تا در نقاط M و N دو یال‌دیگر را تلاقی نماید بمرکز M و شعاع MN در وجه مجاور قوسی رسم میکنیم تا یال دیگر جسم را که دراین وجه است در نقطهٔ P تلاقی‌کند باین ترتیب مربع MNPQ حاصل میگرد (ش ۴۹۷)

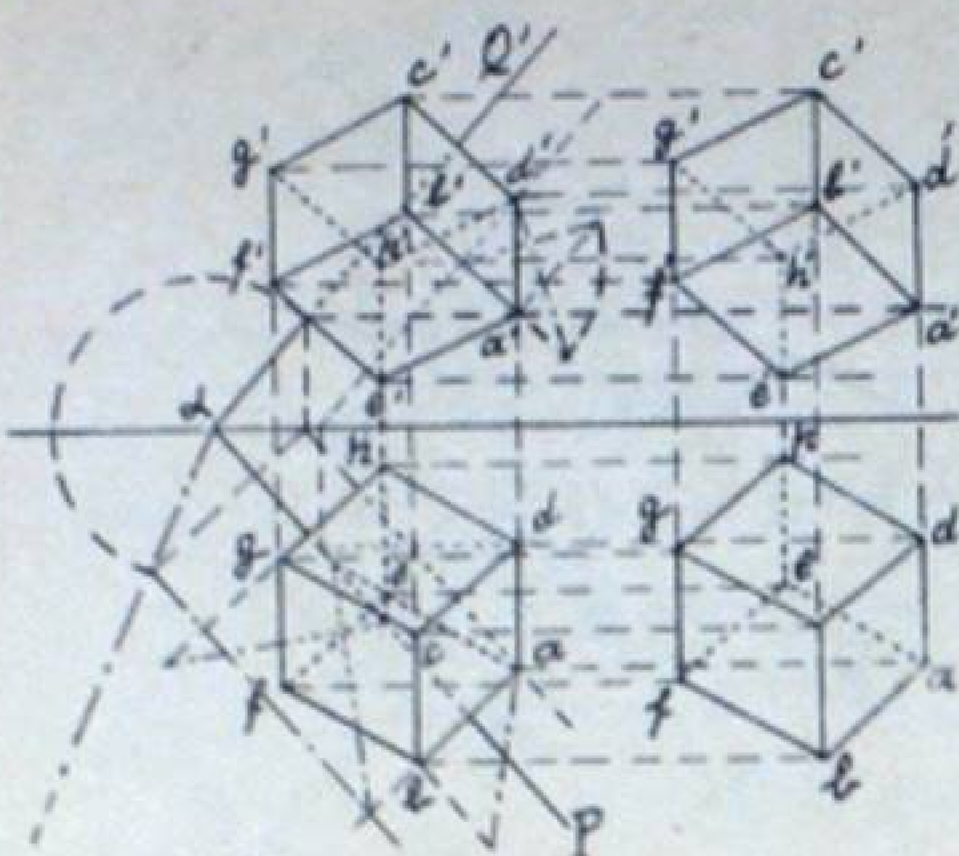


ش ۴۹۷

مسئله ۵۸۵

۱۰۶۰ ـ مطلوب رسم مکعب ABCDEFGH است‌در صورتیکه‌تصاویر A و B و بعد نقطهٔ D ازیال AD معین باشد

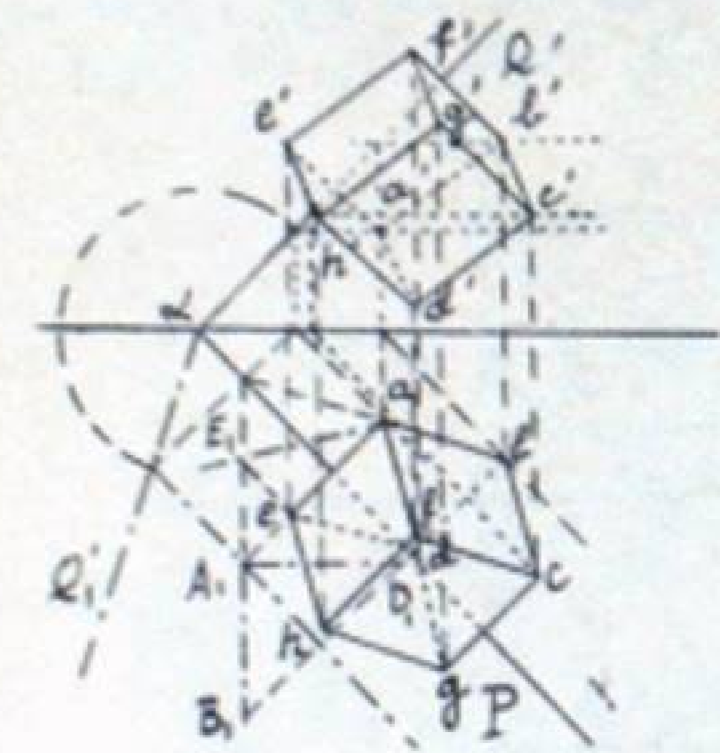
نقطهٔ dd' در صفحه ای واقع است که از نقطهٔ aa' بر یال معلوم $aba'b'$ عمود شود این صفحه را رسم مینمائیم ، در آن جبهه ای به بعد معین D معین مینکنیم بر این خط نقطه‌ای معلوم میسازیم که از نقطه aa' به فاصله طول‌حقیقی $aba'b'$ باشدراس dd' معین میگردد نقطه cc' را بوسیله رسم متوازی الاضلاع $abcda'b'c'd'$ میتوان‌معلوم نموده یك وجه مکعب را مشخص‌ساخت حال چون بازازراس این‌متوازی‌الاضلاع عمود هائی بر صفحه آن اخراج کرده از آنها طولهائی برابرمقدارحقیقی یال مکعب جدا نمائیم رؤس دیگر جسم نیز معین میشود (ش ۴۹۸)



ش ۴۹۸

مسئله ۵۸۶

۱۰۶۱ ـ مکعبی رسم‌کنید که یکی از وجوه آن بر صفحه مفروض $P\alpha Q'$ واقع بوده ونقاط A و B واقع در همین صفحه تصاویر دو رأس جسم باشد .



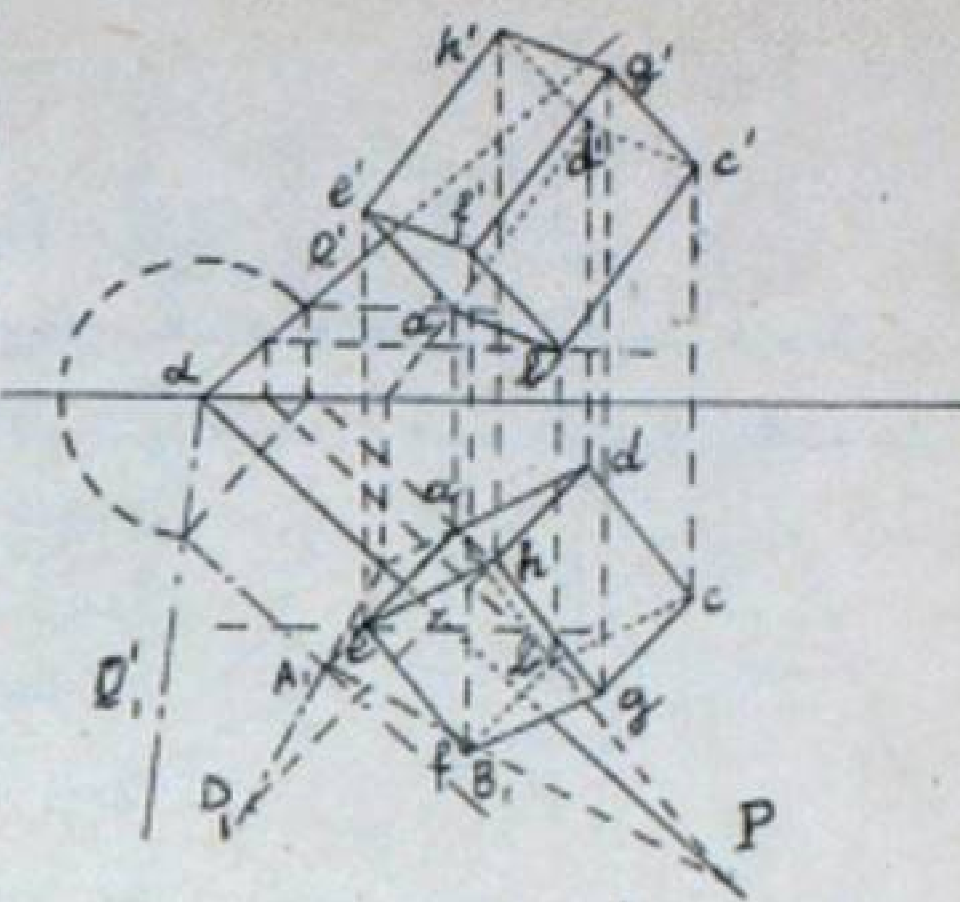
ش ۴۹۹

در صفحهٔ $P\alpha Q'$ خط $aba'b'$ را تسطیح کرده‌باآن مربعی که‌یك وجه‌مکعب است بنا میکنیم مربع را ترفیع مینمائیم $abcda'b'c'd'$ حاصل میشود از رأس مربع عمود هائی بر صفحهٔ $P\alpha Q'$ اخراج کرده از هر یك طولی برابر ضلع مربع جدا مینمائیم رؤس دیگر جسم معین میشود (ش ۴۹۹)

مسئله ۵۸۷

۱۰۶۲ ـ وجه ABCD از مکعبی‌درصفحهٔ مفروض قراردارد، تصاویر نقطهٔ A دراین صفحه معین است بعد نقطهٔ E، ارتفاع نقطهٔ B نیزمعلوم است مقصود رسم‌ملخص مکعب است .

خطی به بعد معین نقطه E بموازات خط الارض رسم مینمائیم از نقطه مفروض

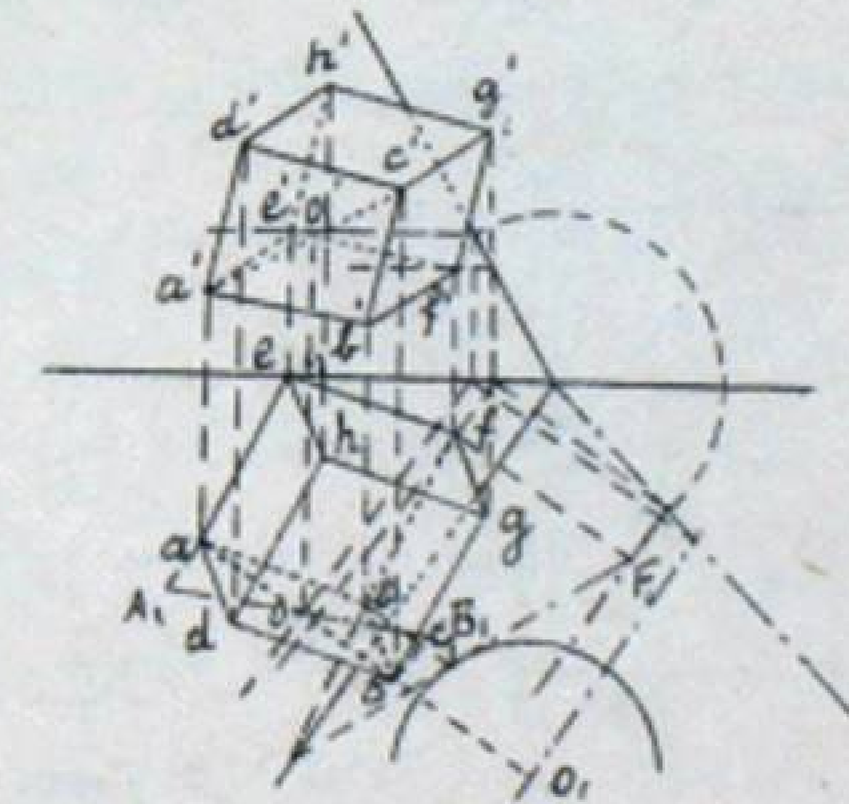


ش ۵۰۰

aa' عمودی بر صفحه $P\alpha Q'$ اخراج میکنیم تا این خط را در نقطهٔ ee' که یکراس جسم است تلاقی کند. در صفحه $P\alpha Q'$ افقیه‌ای بارتفاع B رسم مینمائیم بر این خط نقطه ای معین‌میکنیم که‌از aa' بفاصله طول‌حقیقی یال $aea'e'$ واقع گردد bb' بدست میاید، درصفحهٔ $P\alpha Q'$ باخط $aba'b'$ مربعی بنامیکنیم دو رأس دیگر جسم‌یعنی cc' و dd' در این صفحه معلوم میشوند از نقاط bb' و cc' و dd' بموازات $aba'b'$ رسم کرده و از آنها طولهائی‌برابر همین خط جدا مینمائیم روس دیگر جسم معلوم میشود (ش۵۰۰)

مسئله ۵۸۸

۱۰۶۳ ـ مکعبی‌را رسم کنید که تصاویر رؤس A و C از آن معین بوده بعلاوه اولا بعد یا ارتفاع راس F و ثانیاً بعد یا ارتفاع رأس G از آن معین باشد .

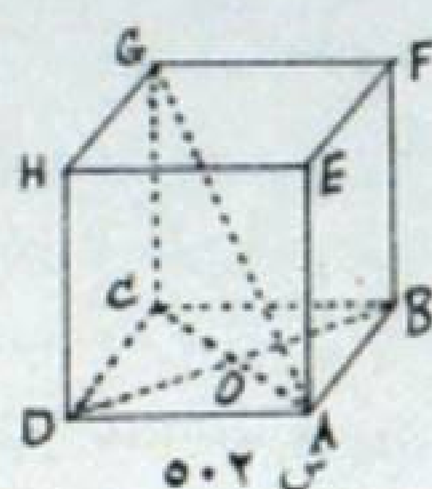


ش ۵۰۱

اولاچون‌نقاط A و C دوسرقطری از مربعات وجوه است پس وجوه است‌پس رأس F درصفحه‌ای واقع است که بر وسط $aca'c'$ عمود نمائیم اماچون‌مثلث AFC متساوی‌ـ الاضلاع است و از طرفی بعد یا ارتفاع رأس F نیز معین است پس در صفحه مرسوم جبهیه ای به‌بعد F یا افقیه بارتفاع‌آن رسم کرده بر آن نقطه ای تعین میکنیم که از aa' یا cc' بفاصله طول حقیقی $aca'c'$ باشد ff' بابن ترتیب معین میگردد .

حال چون در صفحه ای که بر وسط $aca'c'$ عمود شده بمرکز oo' وسطاین خط و شعاع نصف آن دائره ای رسم کرده از نقطهٔ معلوم ff' مماسی بر آن‌رسم نمائیم نقطه bb' و در نتیجهٔ امتداد یالهای جسم معین میگردد و بد ینوسیله تصاویر رؤس جسم مشخص میشود (ش ۵۰۱) .

ثانیاًچون یال CG برصفحه $ABCD$ عمود است‌پس‌نقطه‌ای G در صفحه‌ای قراردارد که از نقطه C بر یال AC عمود نمائیم ، در این صفحه‌افقیه بارتفاع معین یا جبهیه‌ای به بعد مفروض G رسم‌نموده بر این خط نقطه‌ای تعیین مینمائیم که از نقطه C بفاصله طول یال مکعب باشد (چون قطرAC معین‌است طول‌یال مکعب بسهولت معین میشود پس در تعیین نقطهٔ G بلا فاصله نقطهٔ E نیز معین میگردد برای تعیین سایر رؤس ملاحظه میکنیم که قطر دیگر مربع ABCD یعنی DB بر صفحه AEGC عمود است پس چون از وسط AC بر این‌صفحه عمودی اخراج کرده از طرفین طولی برابر نصف AC جدا کنیم رؤس B و D و در نتیجه دو رأس دیگر جسم نیز معلوم میشود (ش۵۰۲)

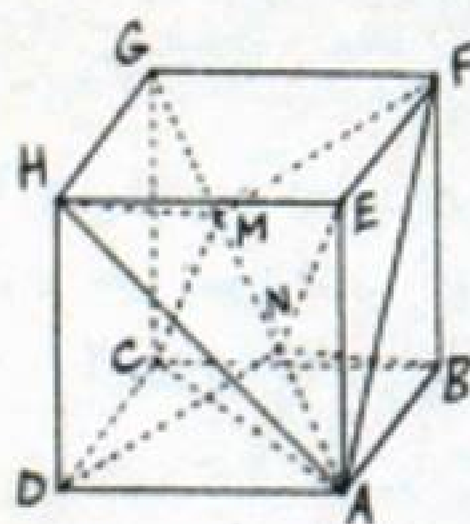


ش ۵۰۲

مسئله ۵۸۹

۱۰۶۴ ـ ثابت‌کنید هر قطر مکعب با جمیع یالهای آن یك زاویه ایجاد مینماید .

مثلث AFG و ACG و HGA بنابر تساوی سه ضلع با یکدیگر متساوی اند بنابراین زوایای CGA و FGA و HGA باهم متساوی میشوند (ش ۵۰۳) ، حال اگر از نقاط C و F و H عمود هائی بر AG فرود آوریم مواقع عمود بریکدیگر منطبق خواهد شد زیرا یالهای CG و HG و FG با هم متساوی اند بعلاوه زوایای آنها با قطر AG نیزبرابر یکدیگر است از اینجا نتیجه میشود که رؤس C و F و H بر صفحه ای واقع اند که عمود برقطر AG است ،همچنین سه‌راس B و D و E برصفحه‌ای قرار دارند که عمود بر همین قطر میباشد ازاینجا معلوم میشود که‌تصاویر رؤس‌مکعب بر قطر AG اینخط را به سه قسمت متساوی تقسیم مینماید

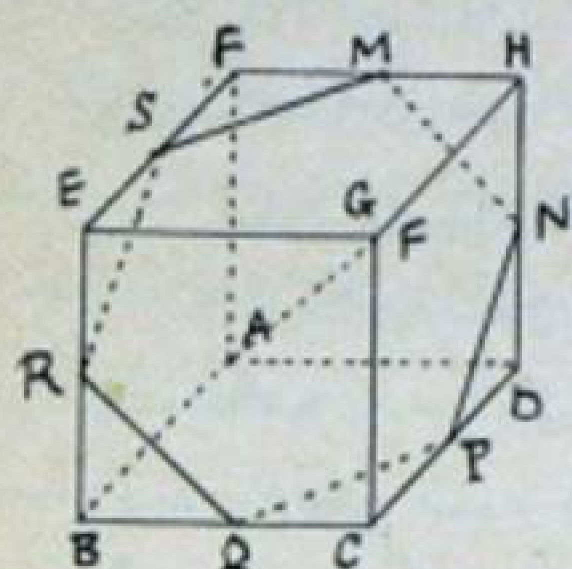


ش ۵۰۳

مسئله ۵۹۰

۱۰۶۵ - ثابت کنید تصویر مکعب برصفحه‌ای عمود بیکی از اقطارش مسدسی است منتظم

چون جمیع یالهای جسم با قطر AG یك زاویه ایجاد مینمایند پس اگر بر یکی از نقاط این قطر مثلا بر A صفحه ای عمود کنیم جمیع یالها با این صفحه نیز یك زاویه تشکیل میدهند که متمم زاویه آنها با قطر AG است ، از طرف دیگر چون طول یالها باهم مساوی است لازم میاید طول تصاویرشان نیز بایکدیگر مساوی شود و چون تصاویر نقاط A و G در اینصورت برنقطه A منطبق است پس لازم میاید تصاویر رؤس دیگر جسم از نقطهٔ A بیك فاصله باشند یعنی همه بر



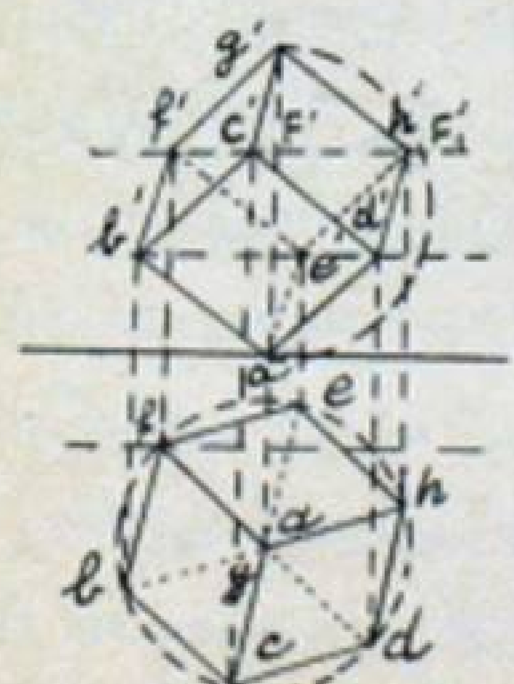
ش ۵۰۴

محیط دائره ای قرار گیرند که بمرکز A و شعاع یکی از آنها رسم میشود وضمنا چون باید تصاویر یالهائیکه از وصل نقاط واقع برمحیط این دائره بیکدیگر حاصل میشود نیز مساوی باشند پس تصویر شکل برصفحه مزبور مسدس منتظمی است که دردائره بمرکز A و شعاع یکی از یالها محاط میباشد . از اینجا چنین معلوم میشود که اگر بر وسط قطر مکعب صفحه‌ای عمود نمائیم مقطع آن در جسم مسدس منتظم است.(ش ۵۰۴)

مسئله ۵۹۱

۱۰۶۶- رسم مکعبی مطلوب است که قطر AG از آن قائم بوده بعلاوه اولا بعدرأس دیگرش معلوم باشد. ثانیا زاویهٔ یال AB باصفحهٔ قائم معین فرض شود

اولا - چون بنا بر مسئله قبل تصاویر شش راس دیگر مکعب بر قطر آن این خط را به سه قسمت مساوی تقسیم مینماید پس اگر قائم $aga'g'$ را بسه قسمت مساوی تقسیم نمائیم نقاط تقسیم مواقع عمودهائی هستند که از رؤس دیگر جسم براین قطر فرود آید ، حال چون بقطر $a'g'$ بمدا ئرهٔ رسم نموده از یکی از نقاط تقسیم عمودی برقطر اخراج کنیم تا دائرهٔ در نقطه ای تلاقی کند $F'F_1$ برابر طول تصویر افقی جمیع یالهای جسم است بنا بر این برای تعیین تصاویر افقی رؤس جسم کافی است بمرکز a و شعاع $F'F_1$



ش ۵۰۵

دائره ای رسم کنیم تا خطی که بموازات خط الارض بعد معین رسم شده در نقطه f

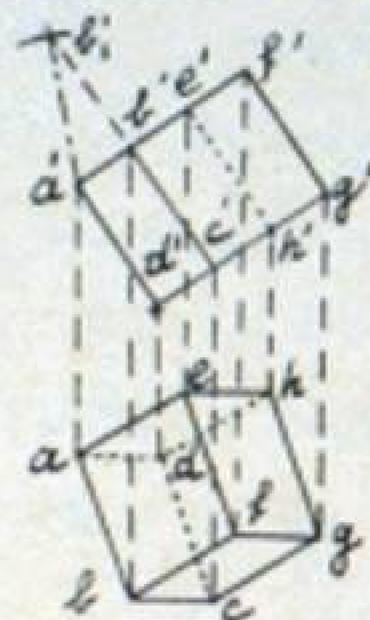
که تصویر افقی یك رأس جسم است تلاقی نماید . از این نقطه در دائرهٔ مرسوم مسدس منتظم $fehdcb$ را که تصویر افقی جسم است رسم نموده برای تعیین تصویر قائم جسم از نقاط تقسیم قطر $a'g'$ صفحات افقی رسم مینمائیم تا رابطه های مرسوم از تصاویر افقی رؤس را در نقاط متناظر خود تلاقی نمایند بدین شکل تصویر قائم جسم نیز معین میگردد (ش ۵۰۵)

ثانیاً چون زاویه یال AB با صفحهٔ افق نیز معین و برابر زاویهٔ $gF'F_1$ است (ش ۵۰٤) پس بدواً از نقطه aa' خطی رسم میکنیم که با صفحات تصویر زوایای معین احداث نماید پس‌از آن چون امتداد یك یال معین میشود بقیه مسئله مانند اولا خواهد بود ،

مسئله ۵۹۲

۱۰۶۷ - مکعبی رسم کنید که یك یالش AB معین بوده و بدانیم یال AD از آن جبهیه است -

از نقطهٔ a' عمودی بریال معلوم $a'b'$ اخراج می نمائیم و از نقطه a بموازات خط الارض رسم می کنیم امتداد یال $ada'd'$ مشخص میگردد بر تصویر قائم این یال طول $a'd'$ را برابر مقدار حقیقی طول $aba'b'$ جدا کرده رابط نقطه d' را رسم مینمائیم تا مشخص گردد متوازی الاضلاع $a'b'c'd'$ $abcd$ که یکی از وجوه جسم است باین ترتیب



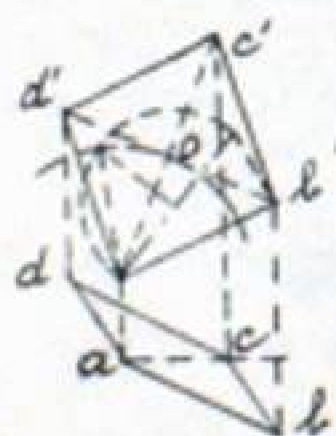
ش ۵۰٦

معین میشود ، حال از رؤس این متوازی الاضلاع عمود هائی برصفحه آن اخراج کرده از آنها طولهائی برابر تصویر حقیقی AB جدا میکنیم رؤس دیگر جسم نیز معین میگردد

مسئله ۵۹۳

۱۰۶۸ - مکعبی رسم کنید که یك یال آن AB معین بوده و بدانیم قطر مربع $ABCD$ یعنی AC جبهیه است .

چون قطر مربع جبهیه است پس اگر یال $aba'b'$ را حول آن تسطیح کنیم مقدار حقیقی طول یال معین میگردد از طرف دیگر زاویه بین تسطیح این یال و جبهیه مزبور برابر $45°$ خواهد برد بنا بر این میتوان بوسیله طول حقیقی یال $aba'b'$ و زاویهٔ $45°$ طول تصویر $a'b'$ را برلولا بدست آورد پس ازتعیین این طول چون بمرکز a' و این شعاع دائره ای رسم کرده از نقطهٔ b' مماسی بر آن رسم نمائیم خط واصل بین a' و نقطه تماس



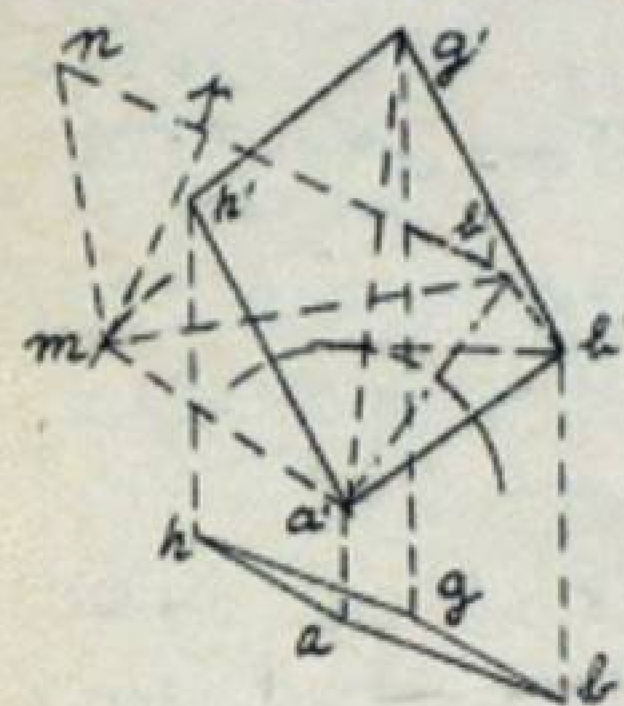
ش ۵۰۷

تصویر قائم جبهه است که چون بر آن طولی مساوی دو برابر شعاع دائره از نقطه a' نقل کنیم cc' معین میگردد و درنتیجه متوازی الاضلاع $abcda'b'c'd'$ مشخص شده ملخص جسم معین میشود (ش ۵۰۷)

مسئله ۵۹۴

۱۰۶۹ - مکعبی رسم کنید که یال AB از آن معین بوده و بدانیم قطر AG از مکعب جبهیه است .

چون در اینمورد نیز ظل زاویه بین قطرمکعب و ضلع آن برابر $\sqrt{2}$ است پس مثل این است که زاویه بین قطر AG و امتداد ضلع AB معین باشد بقسمی که اگر یال مزبور را حول قطر که جبهیه است تسطیح کنیم زاویه بین تسطیح یال و طول حقیقی یال معین است بقسمی که میتوان ماتند مسئله قبل طول تصویر $a'b'$ را برلولا بدست آورده در نتیجه اولا را مشخص ساخت از این قرار : خط $aba'b'$ را به افقیه تبدیل میکنیم $a'b'_1$ نتیجه میشود بااین طول مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی الساقین $a'b'_1m$ را بنا میکنیم بر وتر این مثلث یعنی mb'_1 باضلع $a'm$ مثلث قائم الزاویه دیگر mnb'_1 را بنا مینمائیم وتر این مثلث یعنی nb'_1 مساوی طول حقیقی قطر مکعب است حال چون عمود mp را بر وتر مزبور فرود آوریم np برابر طول تصویر $a'b'$ بر لولای نا معلوم است حال اگر بمرکز a' و شعاع np دائره ای رسم نمائیم و از نقطه b' بر آن مماسی رسم کنیم خط واصل بین a' و نقطه تماس امتداد قطر مکعب است که اگر از آن طول $a'g'$ را برابر nb'_1 جدا کنیم gg' معین میگردد و میتوان بقیهٔ رؤس مکعب را ماتند مسائل قبل مشخص کرد (نمره ۱۰۶۷)(ش ۵۰۸)



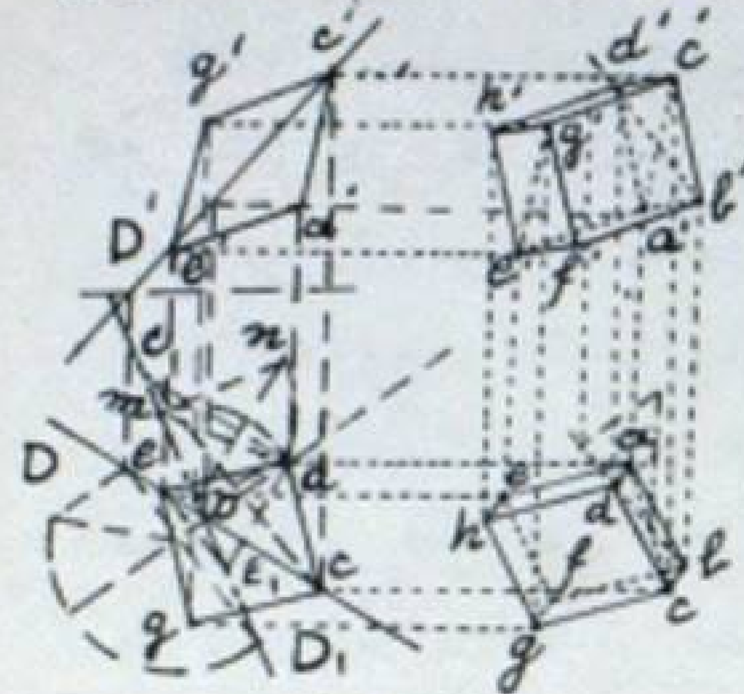
ش ۵۰۸

مسئله ۵۹۵

۱۰۷۰ - مکعبی رسم کنید که یك راس و محمل یك قطرش مشخص باشد

بر نقطهٔ $a'a$ افقیه ای که در صفحه مار بر این نقطه امتداد قطر DD' باشد مرور میدهیم ، قطر را حول این افقیه تسطیح مینمائیم از نقطه a که بر تسطیح خود منطبق است عمودی بر D_1 فرود آورده از موقع عمود طول om را برابر

ao جدا میکنیم خط am را وصل نموده از نقطهٔ m عمودی بر D_1 اخراج کرده از آن طولی برابر na نقل مینمائیم منتها الیه این خط یعنی n را به o وصل میکنیم زاویه nom برابر زاویه ایست که باید ضلع مکعب با قطرش ایجاد نمایدپس اگر از نقطهٔ a بموازات no رسم کنیم این خط امتداد یکی ازیالهای جسم است بنابراین راس ee' مشخص میگردد حال اگر از نقطه a عمودی بر aE_1 اخراج نمائیم امتداد D_1 را درنقطه دیگری ماتند C_1 که تسطیح راس دیگری ازجسم است تلاقی خواهد کرد بقسمی که cc' یك راس دیگر جسم نیز بدست میاید و بوسیله این رؤس راس دیگر gg' نیز معین میشود و بقیه مسئله ماتند مسائل قبل حل میشود (ش ۵۰۹)

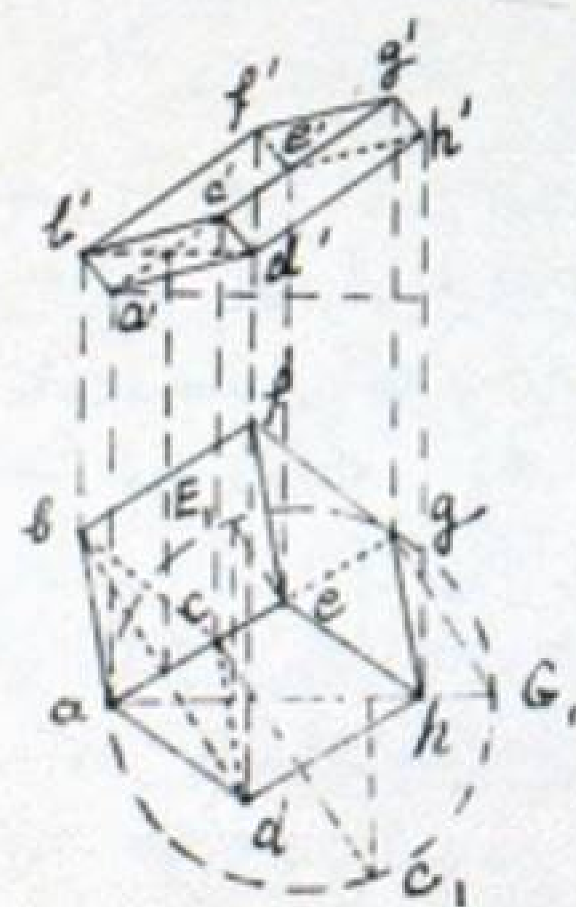


ش ۵۰۹

مسئله ۵۹۶

۱۰۷۱ - مکعبی رسم کنید که یك قطر آن معین بوده و بدانیم صفحه قائم مصور این قطر صفحه تقارن جسم است .

چون صفحه تقارن جسم که برقطر AG مثلا میگذرد شامل قطر دیگر مکعب یعنی CE نیز میشود پس در صفحه قائم AG میتوان نقاط C و E را نیز معین ساخت باین ترتیب که $aga'g'$ راحول اثر افقی صفحه قائم محصور خود تسطیح میکنیم aG_1 نتیجه میشود بقطر aG_1 نیمدائره ای رسم کرده و ضمناً aG_1 را بسه قسمت مساوی تقسیم مینمائیم و از یکی از نقاط تقسیم عمودی بر آن اخراج میکنیم تا دائره را در نقطهٔ E_1 تلاقی کند این نقطه را بر صفحه قائم ag ترفیع مینمائیم ee' مشخص میگردد بهمین ترتیب cc' نیز معلوم میشود برای تعیین رؤس دیگر از وسط $aca'c'$ عمودی



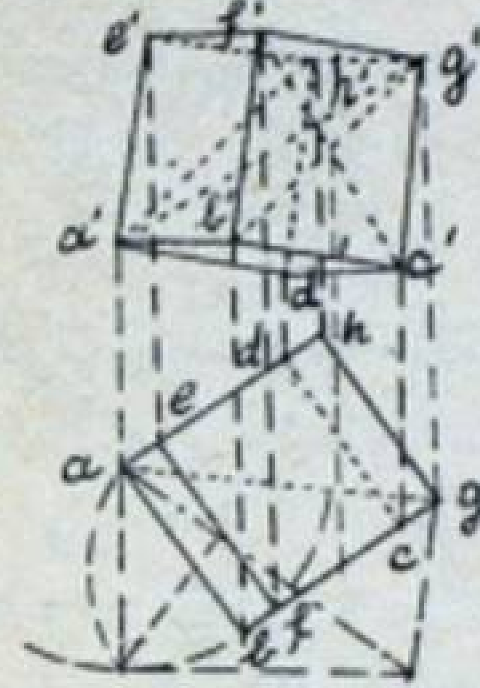
ش ۵۱۰

بر صفحه قائم اخراج کرده طرفین آن طولی برابر نصف G_1E_1 که عبارت ازقطر مربع است جدا مینمائیم رؤس dd' و bb' بدست میایند و چون از این نقاط بموازات $aea'e'$ رسم کرده‌بهمان طول جدا کنیم رؤس ff' و hh' نیز معین میشوند(ش ۵۱۰)

مسئله ۵۹۷

۱۰۷۳ ـ مکعبی رسم کنید که قطر AG از آن معین بوده و بدانیم یکی از یالهای مار براس A افقیه است .

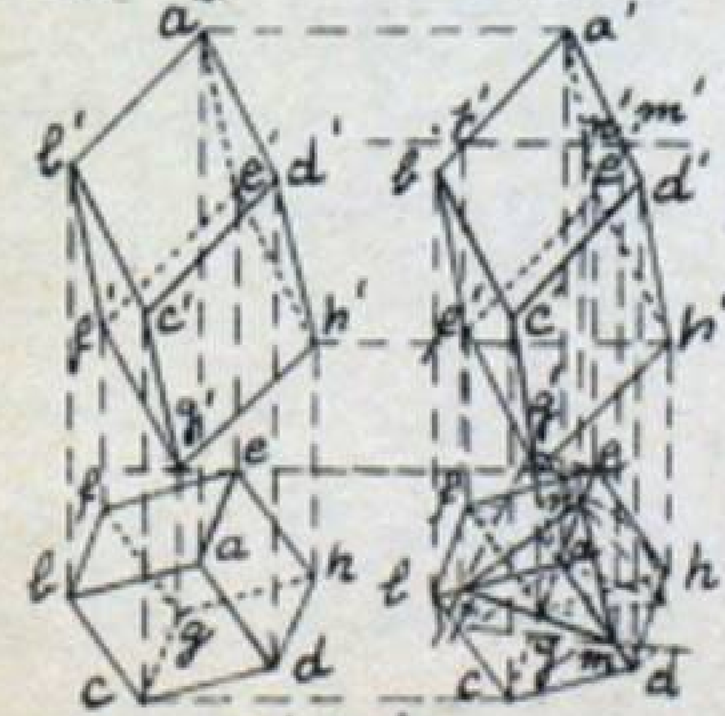
باز در اینجا چون زاویه بین یال و قطر معین است میتوان افقیه مار بر A را که یکی از یالهای جسم است معین نمود باین ترتیب که قطر $aga'g'$ را بر صفحه قائم مصورخود تسطیح میکنیم aG_1 نتیجه میشود بقطر aG_1 نیمدائره ای رسم کرده این قطر بسه قسمت مساوی تقسیم مینمائیم و ازنقطه‌ای از تقسیمات عمودی بر قطر اخراج میکنیم تا دائره را در نقطه B_1 تلاقی کند aB_1 برابر طول حقیقی یال جسم است ، چون بمرکز a و شعاع aB_1


ش ۵۱۱

دائره ای رسم کرده از نقطه g مماسی بر آن مرور دهیم خط واصل بین نقطه a ونقطه تماس یال ab را معین میسازد وماتندفوق میتوان بقیه رؤس جسم رامعین ساخت(ش ۵۱۱)

مسئله ۵۹۸

۱۰۷۳ ـ مکعبی رسم کنید بفرض آنکه بدانیم صفحه افقـی مفروض سه یال مار بر یك رأس را درمثلث معینی قطع نموده بعلاوه طول یال جسم نیز در دست است .


ش ۵۱۲

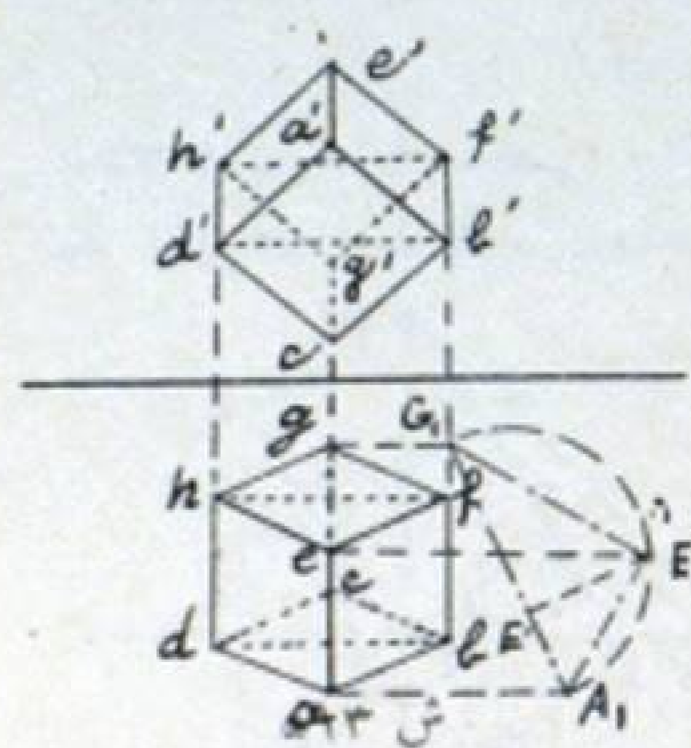
فرض میکنیم صفحه افقی H' سه یال AB و AD، AE رادرنقاط mm' و nn' و pp' تلاقی کرده باشد، چون کنج A سه قائمه است برای تعیین رأس aa' کافی است ارتفاعات مثلث mnp را رسم نمائیم تا درنقطهٔ a یکدیگر راتلاقی نمایند ارتفاع این رأس را بوسیلـه رسم مثلث قائم الزاویه aoa_1 میتوان معین نمود

چون طول یال جسم نیز معلوم است پس از وصل خطوط $ama'm'$ و امثال آنها از هر یك طولی برابر یال مفروض جدا میکنیم نقاط B و E و D معین میشود ودر نتیجه تصاویر جسم معین میگردد (ش ۵۱۲)

مسئله ۵۹۹

۱۰۷۳ ـ مکعبی که قطر AG و یال AE از آن نیمرخ است رسم کنید، بفرض آنکه قطر $aga'g'$ از آن نیمرخ معین باشد .

واضح است یال AE باید درصفحه نیمرخ ماربر $aga'g'$ قرار گیرد بنابراین درصفحه نیمرخ مزبور میتوان در تسطیح قطر AG را رسم کرده بقطر A_1G_1 نیمدائره ای رسم مینمائیم واین قطر را بسه قسمت تقسیم نموده ازیکی ازنقاطع، ودی بر آن اخراج میکنیم تامحیط نیمدائره را در نقطه E_1 که تسطیح راس ee' است تلاقی نماید موقع ee' را برصفحه نیمرخ مار بر $aga'g'$ تعیین میکنیم وضمنا راس دیگر جسم یعنی cc' را بوسیله رسم متوازی الاضلاعی که در همین صفحه واقع است بدست آورده مانند مسائل قبل رؤس دیگر جسم رامعین میسازیم

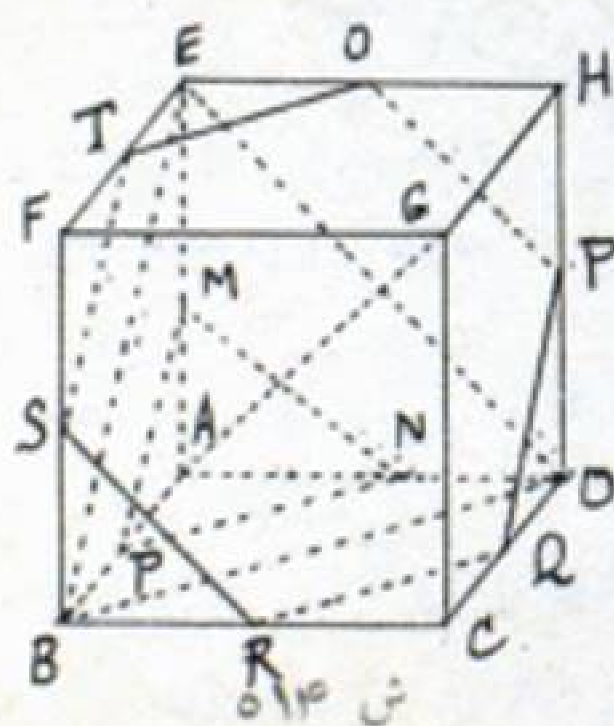

ش ۵۱۳

مسئله ۶۰۰

۱۰۷۴ مکعبی را بوسیله صفحه‌ای چنان قطع کنید که مقطع ۱ ـ مثلث متساوی الاضلاع ، ۲ ـ مثلث غیر مشخص ، ۳ ـ متوازی الاضلاع ، ۴ ـ مستطیل ، ۵ ـ شش ضلعی منتظم گردد .

۱ ـ برای آنکه مقطع مثلث متساوی الاضلاع شود باید صفحه قاطع بموازات صفحه ای باشد که بر نقاط E و B، D یا امثال آنها میگذرد (ش ۵۱۴) زیرا مثلث DBE متساوی الاضلاع است

۲ ـ برای آنکه مقطع مثلث معین MNP شود بدوا برا ین مثلث چهار وجهی طرح میکنیم که کنج راس آن یعنی A سه قائمه باشد باین ترتیب طول یالهای AP و AN و AM معین میشوند پس از آن طولهای مزبوررا



ش ۵۱۴

بر یالهای نظیر نقل میکنیم صفحه قاطع مشخص میگردد .

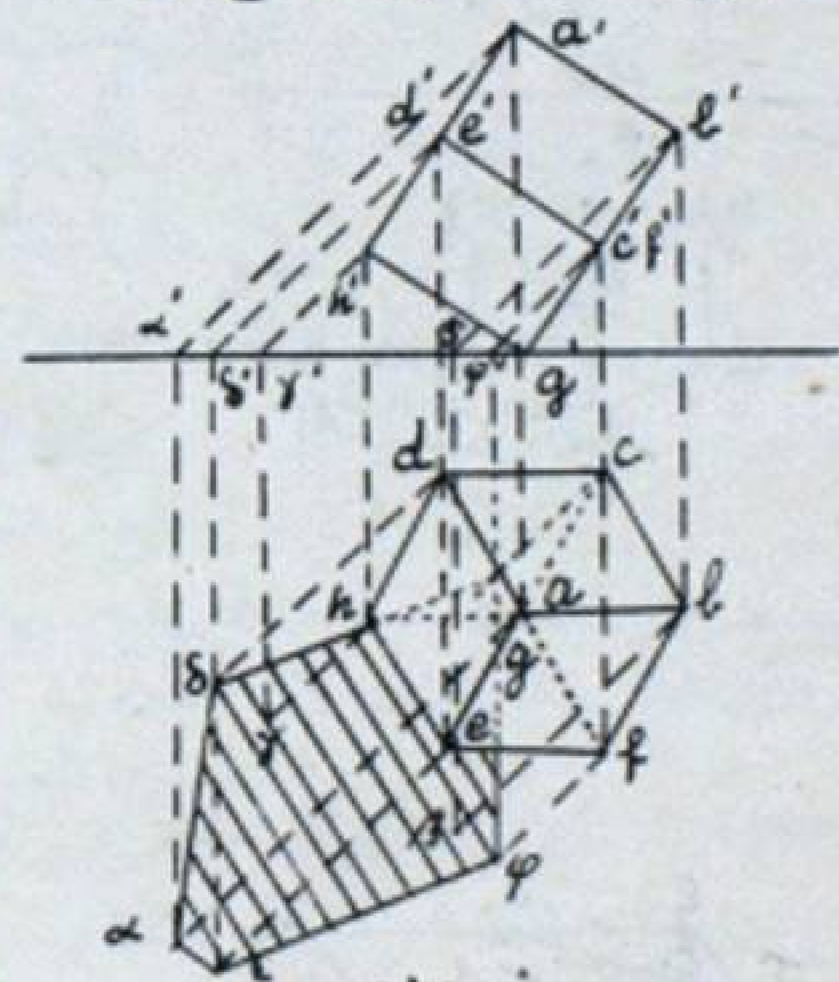
۳ ـ مقطع هر صفحه که دو وجه مجاور و دو وجه مقابل را تلاقی نماید متوازی الاضلاع است یا اگر صفحه قاطع بقسمی باشد که فصل مشترك آن با وجوه جسم بموازات هر یك از یالها نباشد باز مقطع متوازی الاضلاع است

۴ ـ چنانچه صفحه قاطع بموازات یکی از یالهای جسم باشد مقطع آن درمکعب بشکل مستطیل است .

۵ ـ هرگاه صفحه قاطع از وسط قطر مکعب عمود بر آن رسم گردد مقطع شش ضلعی منتظم است .

مسئله ۶۰۱

۱۰۷۵ ـ سایهٔ مکعبی راکه قطرش قائم است برصفحات تصویرتعیین کنید بنابرآنکه تصاویر شعاع نور باخط الارض زاویه °۴۵ احداث نماید



ش ۵۱۵

چنانکه میدانیم اگر قطر مکعب قائم باشد تصویر افقی آن مسدس منتظم میگردد ، حال برای تعیین سایه منتقله جسم کافی است ازرؤس جسم خطوطی چنان رسم کنیم که با خط الارض زاویه °۴۵ احداث نمایند محل تلاقی این خطوط رابا صفحات تصویر معین مینمائیم ونقاط حاصل را بمناسبت موقع یکدیگر وصل میکنیم سایه منتقله جسم معین میگردد (ش ۵۱۵)

تمرینات

مقصود رسم چهاروجهی $SABC$ است که قاعدهٔ آن ABC درصفحهٔ افق، مثلث مفروض باشد با معلومات ذیل

۱ ـ طول یالهای SA و SB و فرجه SC

۲ ـ طول و شیب یال SA والف ـ زاویهٔ CSB ، ب ـ یکی از زوایای قاعدهٔ مثلث SBC ، ج ـ یکی از فرجه‌های SA و SB و SC

۳ ـ طول یال SA وشیب یال SB والف ـ شیب یال SC ، ب ـ یك ارتفاع از مثلث SBC ، ج ـ یکی از زوایای مثلث SBC ، د ـ یکی از فرجه های SA و SB وSC وAC ، هـ ـ بعد راس S .

۴ ـ طول یال SA وارتفاع مثلث SBC از راس S والف ـ یکی از فرجه‌های AB وAC وSA وSB وSC . ب ـ یك ارتفاع جسم از رأس B و C ، ج ـ بعد راس S

۵ ـ طول یال SA و یکی از زوایای مثلث SAB و یکی از فرجه های SA و SB و SC

۶ ـ طول یال SA یکی از زوایای مثلث SBC و الف یکی ازفرجه های AB و AC و SA و SB و SC ب ـ بعد با ارتفاع رأس S ، ج ـ یکی از ارتفاعات جسم از رؤس C و B

۷ ـ طول یال SA و فرجه های AB وSC

۸ ـ طول یال SA و فرجه SA و الف ـ یکی از فرجه های SB و SC ب ـ بعد با ارتفاع راس S .

۹ ـ طول یال SA وفرجهٔ SB و بعد یا ارتفاع راس S .

۱۰ ـ شیب یالهای SA و SB و الف ـ یکی از ارتفاعات مثلثات جانبی ب ـ یکی از زوایای حول راس S ، ج ـ یکی از زوایای SCB و SCA د ـ یکی از فرجه های SC و SA و SB .

۱۱ ـ شیب یال SA ارتفاع مثلث SAB از راس S و الف ـ یکی‌ازارتفاعات مثلثات SBC یا SAC ب ـ یکی از زوایای مثلثات SAC ، SBC ج ـ یکی از فرجه های BC و SA و SB و SC ، د ـ ارتفاع جسم ازراس A هـ ـ بعد راس S

۱۲ ـ شیب یال SA و ارتفاع مثلث SAB از رأس A و الف یکی از زوایای SCB و CSB و CSA ، ب ـ یکی از فرجه های BC و SA و SB و SC، ج ـ ارتفاع جسم از راس A ، د ـ بعد راس S .

۱۳ ـ شیب یال SA و ارتفاع مثلث SAB از راس B و یکی از زوایای SBC و SCB و SCA و CSA و CSB .

۱۴ ـ شیب یال SA و زاویهٔ SAB و زاویه CSB .

۱۵ - شیب یال SA و زاویهٔ SBA و الف - یکی از زوایای SCA و SCB
و ASC و ASB ب - یکی از فرجه های SA و SC ج - بعد راس S .

۱۶ - شیب یال SA و زاویهٔ SBC و زاویهٔ SCB یا SCA یا CSA

۱۷ - شیب یال SA و زاویهٔ CSB و الف - زاویهٔ SCB ، ب - یکی از فرجه های AB و AC و BC و SA و SB و SC . ج - یکی ازارتفاعات جسم از رؤس A و B وC ، د - بعد راس S

۱۸ - شیب یال SA و زاویه ASC و الف - زاویهٔ CSB ، ب - یکی از فرجه هایAB و AC و BC و SA و SB وSC ، ج - یکی ازارتفاعات‌جسم از رؤس A و B وC د - بعد راس S

۱۹ - شیب یال SA زاویه ASB و الف - یکی از زوایای ASC وBSC
ب - فرجهٔ BC ج - ارتفاع‌جسم از راس A د - بعد راس S

۲۰ - شیب یال SA زاویهٔ CSB و الف - یکی از فرجه ها ب - یکی از ارتفاعات ج - بعد راس S

۲۱ - شیب یال SA و یکی از فرجه های SA و SB و SC و الف -یك ارتفاع جسم ب - بعد راس S

۲۲ - ارتفاع مثلثات جانبی از راس S

۲۳ - ارتفاع مثلثات SAB و SAC از راس S و الف - ارتفاع‌مثلث SBC از راس B یاC ب - یکی از زوایای مثلث SBC ج - فرجه BC یا SA یاSB یا SC ، ج - ارتفاع جسم از راسA ، د- بعد راس S

۲۴ - ارتفاع مثلث SAB از رؤس S و A و فرجه SC

۲۵ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و ارتفاع مثلث SBC یا SAC از راس A یا B یاC و الف - یکی از فرجه هایSA و SB و SC ، ب - بعد راسS

۲۶ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و زاویه SAB و الف - زاویهSCB .
ب - یکی از فرجه‌های SB و SC

۲۷ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و زاویه SAC و الف - زاویه SBCیا SCB یا CSB ب - یکی از فرجه های BC و SB و SC ج - بعدراس S

۲۸ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و زاویه SCB و الف - فرجه SAیاSB
ب - بعد راس S .

۲۹ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و زاویهٔ ASB و یکی از فرجه های SA و SB و SC

۳۰ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و زاویه CSA و الف - زاویه CSB
ب - یك فرجه ج - یك ارتفاع د - بعد راس S .

۳۱ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و فرجه‌های AB و AC

۳۲ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و فرجه‌های AC و SB

۳۳ - ارتفاع مثلث SAB از راس S و فرجه SAو الف - فرجه SBیاSC
ب - بعد راس S .

۳۴ - ارتفاع مثلث SAB از راس Sو فرجه SC و الف - فرجه SB ب - بعد راس S

۳۵ - زوایای SAB و SAC و الف - زاویه BSC، ب - فرجه SB یاSC

۳۶ - زوایای SAB و SBA و یکی از فرجه های SA و SB و SC

۳۷ - زوایای SAB و ASB و یکی از فرجه های SA و SB و SC

۳۸ - زوایای SAB و ASC و الف - زاویه BSC ، ب - فرجه AB یا BC یا SA یا SB یا SC ج - ارتفاع جسم از رؤس A و C د - ارتفاع یابعدراس S

۳۹ - زاویهٔ SAB و فرجه‌های AC و SB

۴۰ - زاویه SAB و فرجه SB الف - فرجه SC ، ب - بعد راس S

۴۱ - زوایای ASB و ASC و الف - زاویهٔ BSC ، ب - یك فرجه ج-یك ارتفاع ، د - بعد اس S

۴۲ - زاویهٔ ASB و فرجه های AB و SC

۴۳ - زاویهٔ ASB و فرجه AC و الف - فرجه BC یا AC یا SB یا SC،ب- ارتفاع یا بعد راس S .

۴۴ - زاویه ASB و فرجه SA و الف فرجه SB یا SC ب - ارتفاع راس Aیا S ج - بعد راس S

۴۵ - زاویهٔ ASB و فرجه SC و الف - فرجه SB ، ب - یکی از ارتفاعات جسم ج - بعد راس S

۴۶ - زاویه ASB، و ارتفاع جسم از راس B و ارتفاع یا بعد راس S

۴۷ - زاویه ASB و بعد و ارتفاع راس S

۴۸ - فرجه های AB و SC ، ارتفاع یا بعد راس S

۴۹ - فرجه های SA و SB و SC

۵۰ - فرجه های SA و SB و بعد راس S

۵۱ - فرجه SA و بعد و ارتفاع راس S

۵۲ - تصویر افقی راس S و یکی از فرجه SA و SB و SC

۵۳ - تصویر قائم راس S و یکی از زوایای حول راس S بایکی ازفرجه‌های SA و SB و SC

۵۴ - تصویر افقی و شیب یال SA و زاویه BSC

۵۵ - تصویر افقی یال SA وشیب یال SB و الف - یك ارتفاع ازمثلثات‌جانبی از راس S ب - ارتفاع مثلث SBC از راس B یا مثلث SAC از راس A ج - زاویه ASB یا ASC یا BSC یا SCB یا SCA .

۵۶ - تصویرافقی یال SA و ارتفاع مثلث SAB از راس S و الف ارتفاع‌مثلث SAC از راس A یا S ب - ارتفاع مثلث SBC از یکی از رؤس ج - یکی از زوایای SCA و ASC و BSC و SCB وSBC .

۵۷ - تصویر افقی یالSA و شیب یال SB و یکی از فرجه های SA وSB وSC

۵۸ - تصویر افقی یال SA و ارتفاع مثلث SAB از راس S و یکی ازفرجه های SB و SC .

۵۹ - تصویر افقی یال SA و ارتفاع مثلث SAC ازراس S و الف - یك‌ارتفاع از مثلث SBC ب - یکی از زوایای BSC و ABC و ACB ج - یکی‌ازفرجه‌های SB و SC .

۶۰ - تصویر افقی یال SA و ارتفاع مثلث SAB از راس A و الف - یك ارتفاع از مثلث SAC ، ب - یکی از زوایای BSC وSCB و ASC و SAC و SCA د - یکی از فرجه های SB و SC .

۶۱ - تصویر افقی یال SA و یکی ازفرجه های SB و SC و الف - یك‌فرجهٔ دیگر ، ب - یك ارتفاع ج - بعد راس

۶۲ -هرم‌منتظم مسدس‌القاعده ای را رسم کنید که‌قاعده اش بر صفحه منتصبی قرار دارد ، زاویهٔ این صفحه با افق ۳۰° است ، مقطع جسم را بواسطهٔ صفحه ای که

اثر افقی‌آن برأثر افقی قاعده جسم‌منطبق بوده و با صفحهٔ افق زاویهٔ ۵۳° ایجاد مینماید معلوم سازید

۶۳ - تصویر افقی‌هرم مربع‌القاعده‌ای که صفحه قاعدهٔ آن‌بموازات خط‌الارض است معین میباشد و تصویر قائم راس‌جسم نیز معین‌است تصویر قائم جسم‌را تعیین نمائید

۶۴ - یك وجه از مکعبی بر صفحه افق و یك وجه آن‌برصفحه قائم منطبق است صفحه ای که آثارش‌باخط الارض زاویه ۴۵°احداث مینمایند مفروض میباشد ، مقصود تعیین شکلی است که از تصویر مکعب بر صفحه احداث میشود .

۶۵ - رسم تصاویر منشور مثلث القاعده قائمی منظور است که اولا یالهای جانبی آن‌بطول معین و موازی با صفحه قائمی بوده بعلاوه باصفحه افق زاویه معین احداث نمایند ، ثانیا - قاعده جسم مثلث متساوی الاضلاعی بضلع معین اختیار شود بقسمی که یکی از اضلاعش بموازات صفحه افقی تصویر بوده و از این صفحه بفاصله‌معین قرار داشته باشد .

۶۶ - صفحه ای و تصاویر هرم مثلث القاعده که یك وجهش بـر صفحه افق منطبق است مفروض میباشد ، جسم را حول اثر افقی صفحه مفروض دوران دهید راسش بر صفحه قرارگیرد پس از آن تصاویر آنرا معین سازید .

۶۷ - متوازی السطوحی بوضع غیر مشخص مفروض است A وB وC را سه یال مجاور آن فرض مینمائیم قصود دوران متوازی السطوح است حول سه محور قائم ومنتصب و قائم میباشد بقسمی که‌یالهای A وB بموازات صفحه‌افق‌ویال C بموازات صفحه قائم شود .

۶۸ - تصویر افقی مکعب مستطیلی و تصویر قائم یکراسش معین است تصویر قائم جسم را معین نمائید .

۶۹ - چهار نقطه A وB وC وD مفروض اند صفحه P را بقسمی تعیین کنید که تصاویر مایل نقاط مزبور بر این صفحه مربع شود .

۷۰ - متوازی‌السطوحی مفروض است‌صفحه‌ای چنان تعیین کنید که جسم رادر مربع تلاقی نماید .

۷۱ - وجه SBA ازهرم منتظم مسدس‌القاعده‌ای برصفحه افق قرار داردبقسمی که AB بر خط الارض عمود است ، با معلومات AB=۴ و SA=۲AB اولا

تصاویر جسم را معین نمائید ، ثانیا تصاویر دائره محیطی مثلث SDE را تعیین کنید ، بعد نقطه A برابر ۳ سانتیمتر است و این نقطه بخط الارض از B نزدیکتر میباشد .

۷۲ – هرم ناقص مثلث القاعده منتظمی مفروض است ، ارتفاع هرم ۴ سانتیمتر طول ضلع قاعده‌فوقانی ۵ وطول ضلع قاعده تحتانی ۱۰ سانتیمتر میباشد قاعده‌تحتانی را بر صفحه افق قرار داده‌ایم بقسمی که یك یال آن بر خط الارض عمود باشد مقصود دوران جسم حول این یال است تاوجه مجاور آن بر صفحه‌افق منطبق‌شود.

۷۳– صفحه‌ای که اثر افقیش با خط الارض زاویه ۴۵ درجه احداث میکند وفرجه آن با افق ۴۵° میباشد مفروض است یکی ازوجوه مکعبی که یالش‌بطول ۴ سانتیمتر است بر این صفحه منطبق میباشد یکی از یالهای مکعب بموازات اثر افقی صفحه و بفاصله ۳ سانتیمتر ازآن قرار دارد ، تصاویر مکعب را تعیین کنید

۷٤– مخمس منتظمی‌بضلع ۳٫۱ سانتیمتر است‌قاعده منشور قائمی است ارتفاع منشور ۵ برابر ضلع‌وقاعده ویکی از وجوه جانبی آن‌بر صفحه افق منطبق است یالهای جانبی با خط الارض زاویه ۳۰° احداث میکند ملخص جسم را تعیین کنید.

۷۵ – آثار صفحه $P\alpha Q'$ با خط الارض زاویه ۴۵° احداث میکند α طرف‌چپ کاغذ است نقطه A بارتفاع ۲٫۵ سانتیمتر و بعد ۴ سانتیمتر واقع میباشد همچنین نقطه o در این صفحه بارتفاع ۵ و بعد ٤ سانتیمتر مفروض میباشد اولا تصاویر مکعبی را که یك راسش A ومر کزیك‌وجهش o باشد تعیین کنید ثانیا سایه منتقله مکعب را بر صفحات تصویر باشعاعیکه تصاویرش خط الارض را بزاویه ۳۰° تلاقی میکند معین نمائید ثالثا سایه مختصه جسم را تعیین نمائید .

۷۷ – مربع ABCD بضلع ۸ سانتیمتر که یك رأس آن A بر صفحه افقی و دو رأس دیگرش B و D بفاصلهٔ ۳ سانتیمتر از این صفحه میباشند قاعدهٔ مکعبی است اولا تصاویر مکعب را تعیین کنید ثانیا مقطع آنرا با صفحهٔ افقی که بارتفاع ۵ سانتیمتر است معین نمائید .

۷۸ – مثلث متساوی الاضلاع ABC که ضلع AB از آن عمود بر خط‌الارض بضلع ۱۰ سانتیمتر بر صفحهٔ افقی قرار دارد اولا منشوری را کــه قاعده اش مثلث مزبور بوده و یال جانبش AD فوق صفحهٔ افق بطول ۱۵ سانتیمتر میباشد رسم کنید بنابرآنکه یال مزبور با AB زاویهٔ ۳۰° احداث کند و فرجهٔ AB مساوی ۶۰ درجه باشد ثانیا برنقطه D مقطع قائم منشور را مرور دهید .

۷۹ – قاعدهٔ منشور قائمی مخمس منتظم است یکی از وجوه جانبی جسم‌برصفحه افقی قرار دارد بقسمیکه یالهای جانبی با صفحهٔ قائم زاویهٔ ۳۵° احداث میکند اولا تصاویر منشور را رسم کنید ثانیا مقطع‌صفحه منتصبی که با صفحهٔ افق میل ۳۰° دارد در جسم تعیین کنید و ضمنا وسعت حقیقی مقطع رامعلوم نمائید

۸۰ – وجه ABC از چهار وجهی منتظمی بر صفحه افقی تصویر قرار دارد به قسمیکه AB موازی خط‌الارض است طول یال جسم ۵٫۸ سانتیمتر میباشد وراس C جلوی AB قراردارد برهریك ازمثلثات جانبی منشور های قائمی طرح‌میکنیم که ارتفاعشان مساوی یال ۴ وجهی میباشد اولا مقصود نمایش جسمی است که‌ازمجموعه منشور ها و هرم تشکیل میشود ثانیا مقطع صفحهٔ افقی را که بر مر کز ثقل چهار وجهی میگذرد درجسم‌مزبور تعیین نمائید

۸۱ – مسدس منتظم $ABCDEF$ قاعده منشورقائمی‌است که‌ضلعش ۳٫۵ سانتیمتر میباشد بر یالهای جانبی مار بر A و B و C طولهای AG و BH و CI رابترتیب مساوی ۶٫۸ و ۳٫۵ و ۲٫۵ سانتیمتر جدا مینمائیم ، برسه نقطه حاصل صفحــه ای مرور میدهیم تا منشور ناقصی تشکیل شود اولا تصاویر منشور را معین نمائید بنابر آنکه قاعده جسم بر صفحه افقی تصویر منطبق باشد بقسمی که AB بر خط‌الارض عمود گردد . ثانیا قسمتی از صفحه افقی را که بواسطه منشور ناقصی مزبور مخفی میگردد معین سازید بنابرآنکه جسم ناظر فوق صفحه GHI و بفاصلهٔ ۱۲٫۲ سانتیمتر روی عمودی واقع باشد که‌ازمحل‌تلاقی محور منشوربرصفحه‌مزبوراخراج‌میگردد.

۸۲ – صفحهٔ $P\alpha Q'$ بامعلومات‌ذیل مشخص‌است $P\alpha y = ۳۵^\circ$ و $Q'\alpha y = ۳۶^\circ$ و $\omega\alpha = ۸^{\text{سانتیمتر}}$ بر ωx (ω مــر کز خط الارض است) ، منشور مسدس‌القاعده منتظمی است که قاعده‌اش براین صفحه قرار دارد ، ضلع EF از این‌قاعده‌درصفحه افقی مفروض است بقسمی که $\omega f' = ۱٫۵^{\text{سانتیمتر}}$ بر ωx و $\omega e = ۲^{\text{سانتیمتر}}$ بر ωy ارتفاع منشور برابر ۱۰ سانتیمتر میباشد .

اولا تصاویر جسم را تعیین کنید ، ثانیاً مدخل و مخرج خطی مواجهی‌را که به ارتفاع ۶٫۵ و به بعد ۹ سانتیمتراست در جسم معین سازید .

مسائل امتحانات نهائی دوره دوم متوسطه و مسابقه در سنوات اخیر

طهران نهائی خرداد ۱۳۰۸

۱ – نقطه aa' معلوم است مطلوبست فاصله حقیقی بین این نقطه وصفحه‌ای که از نقطه مفروض mm' بر خط مفروض $cdc'd'$ عمود شود .

۲ – مطلوبست رسم عمود مشترك مابین دو خط غیر واقع در یك صفحه

تبریز نهائی خرداد ۱۳۰۸

۱ – منشوری است مخمس القاعده که قاعده اش کثیر الاضلاع غیر منتظم روی صفحه افقی واقع‌است وباشعه شمس روشن‌شده سایه مختصه وسایه های متعلقه آنرا در روی صفحات تصویر تعیین کنید

۲ – در روی صفحه P خطی رسم کنید که با صفحه افقی زاویه‌مفروضی ساخته و فاصله آن از خط‌الارض مساوی طول مفروض l باشد

تبریز نهائی خرداد ۱۳۰۹

۱ – طول تصویر افقی ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع مساوی ۸ سانتیمتر است بعد و ارتفاع دو رأس بترتیب ۱٫۳ و ۲٫۵ سانتیمتر میباشد ملخص مثلث‌رارسم کنید

۲ – بر خط مفروض در روی صفحه افقی صفحه‌ای چنان مرور دهید که با خط‌الارض زاویه مفروض احداث کند

طهران مسابقه تیر ۱۳۰۹

۱ – میخواهم ملخص مربعی را رسم کنیم که ملخص یك ضلع آن در دست بوده و تصویر افقی خطی که حامل ضلع مقابل آنست معلوم باشد

۲ – ملخص دو نقطه A و B معلوم است

اولا مکان هندسی نقاطی را از فضا تعیین کنید که از دو نقطه A و B متساوی‌البعد باشند

ثانیا نقاطی از مکان را تعیین کنید که درصفحه افقی تصویر باشد

طهران مسابقه شهریور ۱۳۰۹

۱ – مطلوب ملخص مربعی‌است که ملخص‌یك ضلع وخط بزرگترین شیب‌صفحه آن معلوم است

۲ – بر نقطه مفروضه mm' واقع در روی یك یال هرم مثلث‌القاعده‌مفروضی صفحه قاطعی چنان مرور دهید که مقطع مثلثی متساوی الساقین گردد بنا بر آنکه طول ساق مثلث داده شده

طهران نهائی اردی بهشت ۱۳۱۰

مثلث CAB قاعده‌چهار وجهی SABC برصفحه افقی‌تصویر قراردارد بقسمیکه $AB = AC$ مساوی ۷۰ میلیمتر و $AS = BC$ مساوی ۶۰ میلیمترSC=BC=۶۰ میلیمتر و AB موازی خط الارض‌است اولا ملخص چهار وجهی مزبور را رسم نمائید و همچنین زوایای مسطحه دوسطحی که خط الرأسهای آن BC و AS میباشند تعیین نمائید (هر یك از زوایا را بوسیلهٔ قوسی که مرکزش رأس زاویه و شعاعش۲سانتیمتر باشد بنمائید) ثانیا آثار صفحه ای که بر وسط یال SC عمود میباشد تعیین نمائید ثالثا تصاویر مقطع صفحه قائمی که بروسط خط الرأس AC عمود میشود در جسم تعیین نمائید رابعا وسعت حقیقی مقطع را مشخص سازید

طهران نهائی شهریور ۱۳۱۰

۱ قاعده منشور مایل مسدس منتظمی واقع درصفحه منصف الزاویه ربع‌اول است یکی از اقطارآن AB بطول ۶ سانتیمتر و موازی با خط الارض وبفاصلهٔ ۲ سانتیمتر ازآن قرار دارد مولدهایAI وBK که از A وB طرفین قطر مذکورمرور نموده‌اند یك صفحه جبهی تشکیل میدهند و این‌دو مولد هریك AB را بزاویه 30° تلاقی کرده وطول‌یشان‌مساوی AB مساوی ۶ سانتیمتراست‌مقصودرسم تصاویرمنشوراست

۲ – تصاویر مربعی را رسم کنید بفرض‌آنکه تصاویر یك قطر آن AC معلوم بوده بعلاوه بدانیم این خط بزرگترین شیب صفحه مربع است

مشهد ـ تبریز نهائی خرداد ۱۳۱۰

۱ ـ صفحه ای بواسطهٔ دو اثرش معلوم است مطلوب است فاصلهٔ نقطهٔ mm' از یکی ازخطوط صفحهٔ مفروض درصورتیکه میدانیم تصویر قائم خط مذکور $a'b'$ است

۲ ـ در صفحهٔ $P\alpha Q'$ نقطه O تصویر افقی مرکز دایره بشعاع معلوم R واقع در این صفحه است مطلوب است بر روی محیط این دائره تعیین نقطه که یك فاصله از دو صفحه تصویر قرار گرفته باشد

مشهد ـ تبریز نهائی شهریور نهائی خرداد ۱۳۱۰

۱ـ مطلوب است رسم تصاویر مکعبی که یك وجهش برروی صفحه $P\alpha Q'$ قرار گرفته و $aba'b'$ هم در این صفحه تصاویر یکی ازخطالرأسهای آن میباشد

۲ ـ مطلوب است تعیین اثرقائم صفحه‌ای درصورتیکه $P\alpha$ اثر افقی و زاویه که اثر قائم مطلوب با اثر افقی $F\alpha$ در فضا تشکیل میدهد در دست است

طهران نهائی خرداد ۱۳۱۱

آثار صفحه $P\alpha Q'$ با خط الارض زوایای $\alpha y = 45^\circ$ و $Q'\alpha y = 36^\circ$ احداث میکند و نقطه ای واقع در این صفحه بفاصله ۴۲ میلیمتر در جلوی صفحه قائم و بفاصله ۵۴ میلیمتر در فوق صفحه افقی مفروض Sg مطلوب است اولا ترسیم قاعدهٔ هرم مثلث القاعده $SABC$ که راس آن S وقاعده اش ABC در صفحه افقی تصویر قرار دارد با معلومات ذیل وجه ACS برصفحهٔ $P\alpha Q'$ عمود است وبا صفحه افقی تصویر زاویه 72° تشکیل میدهد وجه ASB درصفحه $P\alpha Q'$ واقع است زاویه ASC مساوی 75° و زاویه ASB 66° میباشد ثانیاً ازنقطه g مرکز ثقل هرم صفحه ای بر S عمود نموده تصاویر مقطع آنرا با جسم تعیین نمائید وسعت حقیقی این مقطع را بدست آورید

طهران نهائی شهریور ۱۳۱۱

۱ـ قاعده ABC درصفحه افقی تصویر است $AB = 60$ و $AC = 75$ و $BC = 80$ ارتفاع وارد از راس S بطول ۴۸ میلیمتر و موقع آن برمحل تلاقی میانهای مثلث ABC واقع میباشد (AB بموازات ضلع اطول قاعده وبفاصله ۳۰ میلیمتر ازمرکز آن بطرف راست اختیارمیشود) اولا مطلوب است ملخص چهار وجهی مزبور ثانیا عمود مشترك و اقصر فاصله دو یال SA و BC را تعیین نمائید رابعا زاویه مسطحه دوسطحی در صفحه وجوه SAB و SAC را مشخص سازید

طهران مسابقهٔ ۱۳۱۱

۱ ـ بر خط مفروض $aba'b'$ اولا صفحه ای چنان مرور دهید که با صفحه افق فرجه α تشکیل دهد ثانیا فصل مشترك این صفحه را با یك صفحه نیمرخ معلوم کنید .

۲ ـ ضلع مکعبی معلوم است یك راس آن درصفحه افق وقطرش بدین راس قائم و چهار خط الراس متوازی آن جبهه است مطلوب ملخص این مکعب است .

مشهد ـ تبریز خرداد ۱۳۱۱

ـ نقاط a و b تصاویر افقی A و B در صفحه $P\alpha Q'$ مفروض میباشند مطلوب است اولا رسم تصاویر هرم منتظم SABCD که قاعده اش مربع ABCD واقع در صفحه $P\alpha Q'$ بوده و بعلاوه قطر این قاعده قطعه خط AC و ارتفاع هرم مساوی AC است ثانیا مقطع این هرم را باصفحه‌ای که عمود بروسط خطالراس SA است معین کنید ثالثا وسعت واقعی مقطع را تعیین نمائید

مشهد ـ تبریز ـ شهریور ۱۳۱۱

ـ نقاط A و C درسطح $P\alpha Q'$ مفروض میباشند مطلوب است اولا رسم تصاویر هرم منتظم SABCD که قاعده‌اش مربع ABCD واقع در سطح $P\alpha Q$ بوده و بعلاوه قطر این قاعده قطعه AC و ارتفاع هرم هم مساوی AC است ثانیا مقطع این هرم را با صفحه که عمود بر وسط خطالراس SA است معین کنید ثالثا وسعت واقعی مقطع را تعیین نمائید

طهران مسابقه ۱۳۱۲

۱ ـ نقطه A در ناحیه دوم بارتفاع ٤ سانتیمتر و بعد ۳ سانتیمتر مفروض است از این نقطه خطی رسم کنید که باصفحه افقی زاویه 35° و با صفحه قائم الزاویه 41° تشکیل دهد مابین خطوط فوق خطی را اختیار کنید که اثرقائم آن دارای بزرگترین ارتفاع بوده (از حیث مقدار مطلق) و در سمت چپ صفحه نیمرخی باشد که شامل نقطه a میباشد مطلوب است اقصر فاصله این خط باخط الارض

۲ ـ خط الارض رامحور اقصر کاغذ قرار داده نقطه α را در روی آن بفاصله ۵ سانتیمتر درطرف چپ مرکز کاغذ اختیار میکنیم وصفحه $P\alpha Q'$ را بطریقی فرض میکنیم کهزاویه $P\alpha y = 50^\circ$ بوده بعلاوه زاویه این صفحه با صفحه افق تصویر مساوی 40° باشد دراین صفحه نقطه A را به بعد و ارتفاع ۳ سانتیمتر اختیار میکنیم و فرض

میکنیم این نقطه راس از مثلث قائم الزاویه ABC واقعه در این صفحه باشد که در آن زاویه A قائمه و ضلع AB بطول ۳٫۵ سانتیمتر باصفحه افق زاویه °۳۵ تشکیل میدهد و بعلاوه طول ضلع AC مساوی ۲ سانتیمتر و بعد راس A از روس دیگر کمتر باشد مطلوبست اولا رسم مثلث فوق ثانیا بسر روی این مثلث در بالای صفحه چهار وجهی SABC را بنا میکنیم بطور یکیکه کنج A سه قائمه و طول یال SA مساوی ۶ سانتیمتر باشد در این صورت ملخص چهار وجهی را رسم کنید ثالثا مقطع جسم را با صفحه منصف الزاویه ناحیه اول تعیین نموده و قسمتی از جسم را که در بالای صفحه مفروض و در زیر صفحه منصف الزاویه واقع است نمایش دهید

مشهد - تبریز نهائی اردی بهشت ۱۳۱۲

۱ - منشور مثلث القاعده قائمی است که طول ارتفاعش معلوم ومساوی l میباشد و قاعده اش نیز مثلث متساوی الاضلاعی است که oo' تصاویر مرکز این قاعده بوده $aba'b'$ امتداد یکی از اضلاع همین قاعده است اولا ملخص جسم را رسم کنید ثانیا مقطع صفحه‌ای را که برثلث یکی از خط الراس های جانبی منشور و عمود بر آن خط الرأس رسم میشود در جسم معین کنید ثالثا وسعت حقیقی مقطع را مشخص سازند .

طهران نهائی اردیبهشت ۱۳۱۲

۱ - از نقطه mm' مفروض بر روی صفحه $P\alpha Q'$ دوخط بطریقی مرور دهید که اولا درصفحه $P\alpha Q'$ واقع بوده وثانیا عمود بریکدیگر باشند وثالثا یکی افقی باشد و بعد از نقطه m وبر روی این دوخط و از دو جهت طولی مساوی مقدار معلوم l جدا مینمائید تا چهار نقطه بدست آید این چهار نقطه رؤس قاعده منشور قائمی است که طول یال جانبی آن مساوی $4l$ است

بیرجند نهائی خرداد ۱۳۱۲

۱ - دو نقطه A وB در صفحه افقی تصویر مفروض است تصویر افقی نقطه A که در روی محور ۱ طول کاغذ قرار دارد دیعده ۵ سانتیمتر وتصویر قائم B در روی خط الارض بفاصله ۴٫۵ سانتیمتر در سمت چپ مرکز کاغذ میباشد وبعد نقطه B برابر ۲ سانتیمتر است خط BA یال چهار وجهی منتظمی است که در آن ارتفاع راس C مساوی ۱۸ میلیمتر میباشد مطلوبست اولا رسم ملخص جسم ثانیا تعیین زاویه با ABC صفحه افقی تصویر (خط الارض را محور اقصر کاغذ قرار دهید)

